Självständigt arbete, 15 hp, för speciallärarexamen inom matematik
VT 2017

Elevers beräkningsstrategier i subtraktion

En studie i skolår 3 och 6

Christina Svahn och Lisbeth Svensson

Sektionen för lärande och miljö

Högskolan Kristianstad | www.hkr.se

Författare/Author
Christina Svahn och Lisbeth Svensson

Titel/Title
Elevers beräkningsstrategier
En studie i skolår 3 och 6

Handledare/Supervisor
Ingemar Holgersson och Catarina Wästerlid

Examinator/Examiner
Barbro Bruce

Sammanfattning/Abstract

Syftet med den här studien är att få kunskap om vilka strategier elever använder vid subtraktion samt att jämföra likheter och skillnader i årskurs 3 och 6. Enligt nuvarande läroplan ska elever under hela grundskolan få möjlighet att utveckla kunskaper i hur huvudräkningsstrategier kan tillämpas i olika matematiska och vardagliga sammanhang (Skolverket, 2011). Studiens empiri är både kvantitativ och kvalitativ. Kvantitativ i form av insamling av data, i vårt fall ett eget skrivet matematiktest. Testet innehåller uppgiftstyper av både huvudräkningskaraktär samt skriftliga beräkningar. Studien övergår sedan till kvalitativ när vi intervjuar elever i samband med vårt matematiktest. Resultaten i denna studie visar att elever använder sig av flera olika strategier när de räknar subtraktion. Elever som presterat lågt i vårt matematiktest använder sig av få strategier jämfört med elever med högre resultat. Eleverna med högt resultat använder olika strategier och är flexibla vid val av metod beroende på uppgiftstyp.

Ämnesord/Keywords
Aritmetik, taluppfattning, subtraktion, strategi, metod, missuppfattningar, huvudräkning.

Innehåll

1. Inledning

1.1. Bakgrund

Anledningen till att vi valde att skriva vårt examensarbete om räknesättet subtraktion är att vi båda upplever att elever tycker subtraktion är svårare än addition. Vi vill veta hur eleverna tänker för att som blivande speciallärare i matematik förhoppningsvis kunna bemöta eleverna bättre i framtiden.

Med tanke på att elever hamnar i matematiksvårigheter av många olika anledningar, har vi speciallärare ett viktigt uppdrag att komma åt och förstå vad bristerna består i. Internationell forskning visar att ytterst få elever får diagnosen dyskalkyli. Elever hamnar i matematiksvårigheter av olika förklaringsgrunder, vilket är viktigt att ha i åtanke. Oavsett förklaringsgrund visar Dowker (2005) och Anghileri (2006) att då vi kommer åt bristerna och rätt insatser sätts in går det att förbättra läget. Butterworth och Yeo (2009) betonar att tre viktiga byggstenar i matematikundervisningen är; kunskaper om talsystemet, en grundläggande taluppfattning samt att kunna utföra matematiska beräkningar. Med detta i åtanke blev vi intresserade av att undersöka hur barn tänker och vilka strategier de använder sig av då de utför beräkningar i subtraktion.

1.2. Syfte och problemformulering

I detta examensarbete har vi som avsikt att undersöka vilka strategier elever använder när de löser subtraktionsuppgifter. Vi vill jämföra skillnader och likheter i elevernas strategier då de utför beräkningar i subtraktion.

En speciallärare ska enligt SFS 2011:186 visa fördjupad kunskap om barns och elevers lärande och visa en fördjupad kunskap om barns och elevers matematikutveckling. Det är angeläget för oss som blivande speciallärare i matematik att förebygga eventuella missuppfattningar och svårigheter hos eleverna så att de inte hamnar i matematiksvårigheter. Det är av största intresse för oss att få information om när svårigheter uppstår och hur de kan förebyggas. Hur kan vi som blivande speciallärare bemöta dessa elever och förebygga eventuella missuppfattningar, så att elever inte hamnar i matematiksvårigheter.

Syftet med vårt examensarbete är att få en ökad förståelse kring hur elever tänker vid beräkning av subtraktionsuppgifter. Detta har mynnat i följande två frågeställningar:

- Vilka strategier använder elever i årskurs 3 respektive årskurs 6 då de löser subtraktionsuppgifter?
- Finns det några likheter och skillnader i elevernas strategier beroende på årskurs?

1.3. Studiens avgränsning

Studiens avgränsning var att endast studera räknesättet subtraktion. Från en skola deltog elever i årskurs 3 och från en annan skola i en annan kommun deltog elever i årskurs 6. Vi studerade om likheter eller skillnader fanns oberoende av årskurs.

2. Tidigare forskning

En speciallärare ska enligt SFS 2011:186 visa kunskap om områdets vetenskapliga grund och insikt i aktuellt forsknings- och utvecklingsarbete samt kunskap om relationen mellan vetenskap och beprövad erfarenhet och dess betydelse för yrkesutövningen. I detta arbete kommer begreppen metod och strategi att användas synonymt, det vill säga ingen skillnad i innebörden, då båda orden förekommer i texten.

2.1. Matematisk kompetens

Kilpatrick, Swafford & Findell, (2001) uttrycker att matematisk kompetens utgörs av fem strängar som innefattar; förmåga att resonera logiskt, problemlösningskompetens, begreppsförståelse, produktiv inställning (attityd) och goda färdigheter. I matematikundervisningen ska pedagoger ge elever förutsättningar att utveckla dessa fem kompetenser. Författarna framställer dessa fem kompetenser som en fläta som symboliskt betyder att de olika kompetenserna påverkar och är beroende av varandra. Personer som kan resonera logiskt kan förklara och visa sitt tillvägagångssätt hur de löst sin uppgift. De kan koppla samman tänkandet, se relationer mellan olika begrepp om hur allt passar samman. Elever som har begreppsförståelse, förstår de grundläggande begreppen och vet hur de kan användas. Vid problemlösningsaktiviteter kan elever med god begreppsförståelse lösa uppgiften på olika sätt. Problemlösningskompetens innebär att eleven kan lösa problem på olika sätt och tillverka egna problem. När de löser problemlösningsuppgifter har de lätt för att välja rätt strategi. Med goda färdigheter avses bland annat att eleven kan utföra beräkningar på ett korrekt, flexibelt och effektivt sätt. Kilpatrick m.fl. (2001) säger att elever som har *procedural fluency* (Kilpatrik m.fl. 2001) har kunskap om och förståelse för hur tal är sammansatta och kan använda procedurer för att lösa generella problem och flexibelt använda. Elever som har utvecklat en produktiv inställning (attityd) i ämnet, är trygga i sin kunskap och förmåga. De förstår meningen med ämnet. Elever behöver utmaningar för att lättare utveckla denna kompetens så att ämnet blir mer givande för dem (Kilpatrick et al, 2001).

2.2. Elever i matematiksvårigheter

Engström (2015) nämner att internationella undersökningar och forskning ger stöd för det faktum att elevers låga prestationer i matematik är ett komplext fenomen. Matematiksvårigheter är, enligt Lundberg och Sterner (2009), ett mera generellt begrepp som innefattar svårigheter att nå kunskapsmålen i matematik. Oftast yttrar sig svårigheterna för de yngre eleverna inom tal och räkning. Eleverna kan visa brister i taluppfattning, ha svårt att lära sig talfakta och att snabbt hämta fram dessa ur minnet. Barnen kan även ha svårt med att genomföra räkneoperationer. Dowker (2005) nämner att den största delen av elever med låga prestationer i matematik ligger inom den normala variationen, endast en ytterst liten andel har dyskalkyli.

En del barn har stora svårigheter att lära sig räkna, trots god undervisning, samtidigt som de inte visar svårigheter att lära sig andra färdigheter. En sådan specifik problematik som innebär speciella svårigheter med att räkna har betecknats som dyskalkyli (Lundberg & Sterner, 2009). Björnström (2011) uttrycker att elever med dyskalkyli utmärker sig genom att de har en normal förmåga att klara vardagliga saker utom grundläggande matematik. Samtidigt råder stor oenighet bland forskarna, enligt Sjöberg (2006) som hur man ska tolka begreppet dyskalkyli. Sjöberg ifrågasätter hur de specifika matematiksvårigheterna ska yttra sig för att kallas specifika. Lundberg & Sterner (2009) nämner att forskarna nått viss konsensus om att dyskalkyli innefattar en bristfällig taluppfattning som kan yttra sig inom grundläggande färdigheter i matematik. Price (2013) uttrycker att det finns två olika former av dyskalkyli, ”*primary developmental dyscalculia”* och ”*secondary developmental dyscalculia”* där den första typen innebär att elever har stora svårigheter att hantera tal. Dessa elever utmärker sig tidigt i skolåren, oftast under årskurs 1-3, genom att de saknar flytet när de ska inhämta enkel talfakta ur sitt minne. Den andra typen uppstår från andra faktorer, allt från undermålig undervisning, låg socioekonomisk status till koncentrationsproblem.

Enligt Lundberg och Sterner (2009) tycks känslan för antal vara en genetisk betingad förmåga. Likaså förmågan att hantera tal och antal på en spatialt utspridd tallinje. Butterworth (2003) uttrycker att det genetiskt finns en liten grupp individer med dyskalkyli som har en slags ”blindhet” för antal. De saknar den ”startutrustning” som behövs för att utveckla förståelsen för tal och räkneoperationer. En person med renodlad dyskalkyli har inte förmågan att subitisera, det vill säga direkt se antalet, vilket i sin tur inte tycks bero på undervisning.

I de yngre skolåren kan svårigheter i matematik yttra sig i svårigheter att hantera antal. Förmågan att subitisera är medfödd. Butterworth, Bevan och Landerl (2004) har använt ett enkelt test som provar barns taluppfattning där barn med dyskalkyli utmärkte sig genom att vara långsammare än övriga barn. Att barn med dyskalkyli utmärkte sig stärker forskarnas teori om ”att jämföra antal” inte beror på erfarenhet eller undervisning. Barn kan jämföra antal före skolstart, svårigheterna beror istället på förståelsen av grundläggande talbegrepp.

Lunde (2011) skriver att många forskare tycks vara överens om att det är många hjärnsystem inblandade vid matematik. Vid mängdförståelse är visiospatiala färdigheter knutna till parietala områden i båda hjärnhalvorna. Exekutiva funktioner är centrala när det gäller matematisk färdighet, de är beroende av integration i hjärnans prefontala områden som utgör hjärnans kommandosystem. Metakognition är också en del av de exekutiva funktionerna som är central vid problemlösning. Vidare skriver Lunde (2011) att matematik är ett komplext ämne. Därför är det rimligt att anta att det inte bara är en kognitiv störning eller svaghet som orsakar svårigheter i matematik. Dowker (2005) och Lunde (2011) är överens om att barn med matematiksvårigheter använder sig av få strategier jämfört med barn som är duktiga i matematik och kan växla mellan strategier beroende på uppgift och problem.

Dowker (2009) nämner att barn i matematiksvårigheter känner till färre räknelagar jämfört med barn som inte är i matematiksvårigheter. Det kan dels bero på att de inte förstår hur de ska använda räknelagarna och på så vis inte utvecklas i olika huvudräkningsmetoder då de inte används. Det kan även bero på elevens kapacitet av arbetsminnet som gör att de inte kan hålla flera räkneoperationer i sitt minne. Därför anser Dowker (2009) att elever bör lära sig använda strategier som avlastar arbetsminnet.

2.3. Matematikundervisning ur specialpedagogiskt perspektiv

Lundberg och Sterner (2009) betonar det tidiga pedagogiska arbetet med förebyggande insatser för att svårigheter inte ska uppstå. Barns möten med matematik i förskolan och de tidiga skolåren bör vara lustfylld och inspirerande för att få en god klassrumsmiljö. Utforskande aktiviteter, gemensam problemlösning, matematiska diskussioner där det pratas mycket matematik hjälper samtliga elever att utvecklas i matematik. Till skillnad mot enskilt tyst räknande i matteboken som inte ger samma förutsättningar till lärande. Butterworth och Yeo (2009) menar att en strukturerad undervisning behövs för elever med svårigheter i matematik. De tre viktiga byggstenar är; kunskaper om talsystemet, en grundläggande taluppfattning samt att kunna utföra matematiska beräkningar. Dowker (2001) har utvecklat ett interventionsprogram som hon kallar för ”*The Numeracy recovery program”* som är ett undervisningsprogram inom aritmetik för elever i årskurs 1 och 2. Dowker (2001) betonar betydelsen av att insatser görs tidigt, innan eleverna har utvecklat inadekvata strategier eller fått negativa attityder till matematikämnet. De elever som visar svårigheter får individuell anpassad undervisning av klassläraren i 30 min per vecka tills behovet av särskilda stödinsatser inte längre behövs. Ett liknande program har australiensaren Wright (2000) utvecklat som han kallar för ”*Early Numeracy”*. Syftet är att tidigt diagnostisera barns specifika svårigheter men även styrkor i matematik för att sedan ge riktat stöd till eleven. Målet är att höja kunskapsnivån så det fortsatta lärandet kan ske i klass. Lundberg och Sterner (2009) nämner att flera undersökningar av forskare som t ex Wask och Slavin (1993), Torgesen (2001) och DCSF (2008) visar att intensiv en till en undervisning under en period kan vara effektiv ur inlärningssynpunkt till elever i behov av särskilt stöd i matematik. Engström (2015) nämner att under 1960- och 1970-talet hade vi i Sverige interventionsprogram. Programmen var framgångsrika i och med att de var individualiserade samt direkt riktade på de områden av matematiken som eleverna visade svårigheter i.

Butterworth och Yeo (2009) betonar att pedagoger ska använda ett enkelt språk som eleverna förstår. Det är fördelaktigt att ha många övningar och gärna överinlärning samt repetera ofta eftersom elever med dyskalkyli ofta glömmer det de tidigare verkar ha behärskat. Vidare talar Butterworth och Yeo (a.a.) om aktiv inlärning som innebär att pedagoger ska undvika långa förklaringar eller instruktioner eftersom det kan ha motsatt verkan och skapa passivitet hos eleverna. Förmedla istället frågor som skapar ny förståelse och som samtidigt ger information om elevernas färdigheter. McIntosh (2010) betonar att på alla nivåer är det viktigt att räkna muntligt. Att i helklass tillsammans räkna både uppåt och nedåt, skutträkna i steg om både 2, 5 och 10 stärker förståelsen för mönstret i talsystemet samtidigt som det ger ett värdefullt stöd vid huvudräkning. Att låta elever stafettoräkna och hålla en jämn takt och rytm utan tankepauser gynnar inlärning.

Läromedelsstyrd undervisning ger enligt Lundberg och Sterner (2009) elever inte samma förutsättningar till lärande. Istället förespråkar de en undervisning som baseras på utforskande aktiviteter, med inslag av gemensam problemlösning med matematiska diskussioner. Denna form av lustfyllda aktiviteter är inspirerande för eleverna och ger en god lärmiljö i klassrummet. Anghileri (2006) nämner att genom studera när eleverna räknar och löser olika problem får man som lärare syn på vilka strategier de använder och kan diskutera fler möjliga strategier med dem.

2.4. Betydelsen av god taluppfattning/aritmetik

I en studie gjord av Griffin (2007) om ett undervisningsprogram som hon kallar för *"Number worlds"* kan man se att en djupare förståelse av taluppfattning leder till goda resultat. Genom att redan i förskolan börja arbeta med modellen med tre världar: världen av verkliga storheter, världen av muntliga beskrivningar och världen av formella symboler. är fördelaktigt för elevers taluppfattning. Genom att prata matematik, använda grundläggande räkneprinciper och räkneord blir barnen medvetna om verkliga mängder. Den muntliga aspekten av undervisningen kan vara den mest betydelsefulla.

Griffin (2007) menar att det alltid finns en risk att lärare introducerar skriven aritmetik med symbolspråk för tidigt i elevernas matematikutveckling. Framförallt betonar Griffin (2007) att eleverna lär sig hur man använder strategierna först för att sedan få förståelse för hur de tillämpas Griffin (2007) belyser att aritmetik ska läras in i hierarkisk ordning. Man startar med de enkla kunskaperna av konkret matematik där elevernas undervisning anpassas för dem. Pedagogen utgår sedan från elevernas konkreta kunskaper när abstrakt matematik introduceras. Eleverna arbetar både laborativt och muntligt och ges många tillfällen att både läsa och skriva en och tvåsiffriga tal, för att sedan gå vidare mot svårare utmaning inom aritmetik. Detta innebär att om eleverna har missat eller inte förstått den tidigare undervisningen kan de även få svårigheter vid senare instruktioner som är baserade på tidigare lärdomar.

För att undvika att elever får missuppfattningar i aritmetik bör eleverna, enligt Dowker (2005) först arbeta med mental aritmetik, t.ex. dela upp tal och huvudräkning, så att de utvecklar begreppslig kunskap och blir mer benägna att resonera kring matematiken. Hon menar att en av de mest väsentliga aspekterna när det gäller aritmetiska resonemang är förmågan att från kända fakta härleda och förutsäga okända aritmetiska fakta. Elevens minnesfunktioner har betydelse för den förberedande aritmetiska förmågan. En faktor som kan påverka elevers matematikutveckling är automatiseringen av fakta i långtidsminnet. Automatisering av fakta, som till exempel att kunna tabellerna i de fyra räknesätten, avlastar arbetsminnet så att eleven kan fokusera på räknestrategier vid uträkning av olika matematiska uppgifter.

Att barn kan laborera med olika tal på flera sätt och inte enbart kopplat till antal har betydelse för ett barns begreppsutveckling. Anghileri (2006) nämner att när barnet vet att talet 6 kommer efter 5 men före 7, samt koppla det till talmönster som 2 +2 +2 eller 4 +2 och 2 + 4 eller som ”dubblor” 3 + 3 o.s.v. har stor betydelse för elevens vidare begreppsutveckling. Kunskapen om hur talen relaterar till varandra spelar en nyckelroll för hur barnen befäster sina kunskaper. Framförallt nämner Anghileri (2006) kunskapen om talfamiljerna vilket gör att eleverna kan se samband och bli flexibla i sitt räknande. Exempelvis om jag har 3 så är det talet 5 jag måste addera för att få 8. Om jag istället har 5 så är det talet 3 jag måste addera för att få 8. Motsvarande gäller vid subtraktion där Anghileri (2006) nämner att svårigheter kan uppstå i förståelsen av likhetstecknets betydelse eftersom elever oftast tror att likhetstecknet betyder att utföra en beräkning. Därför anser Anghileri (2006) att när eleverna har befäst kunskapen om tals uppdelning hjälper det eleverna i förståelse att etablera likhetstecknets innebörd. När eleverna utvecklar denna insikt som Anghileri (2006) kallar för ”*develop insight and a feel for* *numbers*” (Anghileri 2006, s.46) är eleverna på god väg att befästa sina kunskaper inom aritmetiken.

Speciallärare ska visa fördjupad kunskap om barns och elevers begreppsutveckling samt ge stimulans av denna SFS (2011). I de tidiga skolåren bör pedagoger enligt Löwing (2008) arbeta i stor omfattning med talfamiljer, gömma tal och se mönster vilket gynnar elevers taluppfattning. Framförallt är det betydelsefullt för elevers matematikutveckling att känna till uppbyggnaden av vårt positionssystem med basen 10. Att talet 13 består av ett tiotal och tre ental.

Löwing (2008) betonar även arbetet med strategier som underlättar för arbetsminnet. Värt att nämna är kunskaper om talens grannar samt ”nästangrannar” och ”dubblorna” vid uppgiftstyper såsom 7-1 och 9-2, samt även avståndet till grannarna vid uppgiftstyper som 7-6 och 9-7. Även hälften och nästan hälften, alltså av uppgiftstyper som 8-4 eller 9-5, som ursprungligen bygger på kunskapen om ”dubblorna” och ”nästandubblorna”. När eleven behärskar att använda associativa lagen vid uppgift 8+5, genom att dela upp talet 5 i 2+3, till 8+2+3=10+3=13 leder till bättre flyt i elevens räkning. Slutligen det absolut mest centrala enligt Löwing (2008) är att eleverna behärskar tabellerna i de fyra räknesätten. Eleverna behöver även behärska både tiotals och hundratalsövergång som de sedan kan generalisera. T ex när 11-2 är 9 då måste 101-2 bli 99.

Löwing (2008) beskriver att elever som har en god taluppfattning granskar först uppgiften och väljer sedan en lämplig effektiv metod för att lösa den. Den strategi som ger de enklaste deloperationerna och minst belastning för arbetsminnet. För detta krävs en väl utvecklad taluppfattning samt stor säkerhet att använda räknelagar och räkneregler på ett bra sätt.

Vid inlärning av subtraktionstabellerna har elevernas arbetsminne betydelse enligt Dowker (2005). Barn som kan hålla många tal i huvudet har ett bra arbetsminne. Barn med matematiksvårigheter kan oftast endast hålla ett fåtal tal i minnet. De eleverna kan endast komma ihåg tabellerna korta stunder medan andra elever inte glömmer tabellerna när de väl lärt sig dem. För barn med matematiksvårigheter kan det underlätta att istället lära sig strategier som underlättar tänkandet. Anghileri (2006) nämner att barn ofta har lätt för att lära sig ”dubblor” (6+6, 7+7 osv). Att utgå från ”dubblorna” när eleven löser ”nästandubblor”, d.v.s. att 6+7 är 1 mer, kan underlätta inlärningen. När pedagogen utgår från det eleven redan kan och har befäst, har eleven något att bygga och utveckla nya strategier med.

2.5. Räknelagar

Löwing och Kilborn (2003) beskriver den associativa och kommutativa lagen på följande sätt:

Den kommutativa lagen a+b = b+a, innebär att termernas ordning kan varieras för att förenkla beräkningen. Genom att ändra ordningen på tal kan elever finna kombinationer som underlättar beräkningar. Till exempel 3+11 kan byta plats till 11+3 för att göra beräkningen lättare (Löwing & Kilborn, 2003).

Den associativa lagen (a+b)+c = a+(b+c), innebär att det inte har någon betydelse ifall man räknar med början från vänster eller höger. I detta exempel visar vi en tillämpning av den kommutativa lagen d.v.s. att två termer, 39 och 8 byter plats.
(22+39)+8 = (22+8)+39 =30+39 (Löwing & Kilborn, 2003).

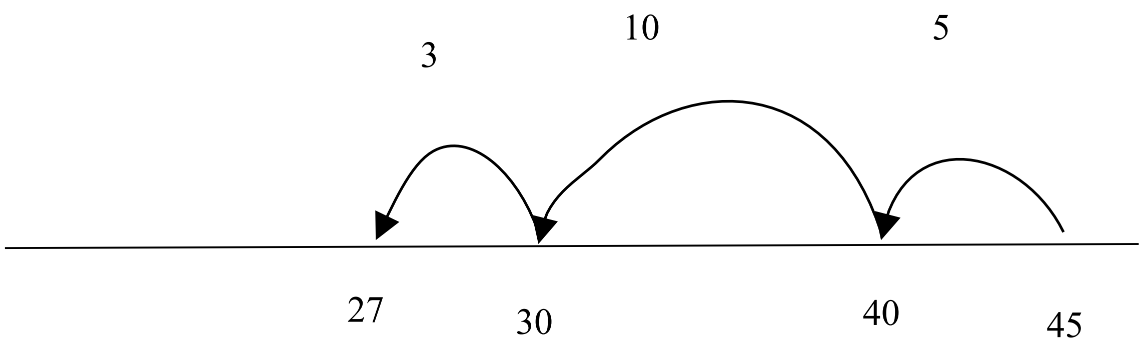
Malmer (2002) definierar subtraktion som motsatsen till addition, -a som a+-a=0, som till exempel 8-3= är samma sak som 8=3+___. En del elever har ibland svårt att ta till sig dessa fakta vilket kan vara en av anledningarna till att många elever upplever subtraktion som betydligt svårare än addition.

2.6. Skriftlig beräkning i subtraktion

Löwing och Kilborn (2003) beskriver skriftlig beräkning med att göra stödanteckningar i form av mellanled för att avlasta minnet, när delberäkningar görs. En skriftlig metod innebär att alla uppgifter åtminstone inom talområdet 0-1000 ska vara lösbara med metoden. För en elev som till exempel lärt sig en subtraktionsalgoritm mekaniskt, alltså utan djupare förståelse kan ha svårighet att byta metod. Oberoende av vilken metod eleverna har lärt sig krävs lämpliga förkunskaper för att deloperationerna ska kunna utföras med flyt. För att t ex kunna lånemetoden i subtraktion bör eleven ha förkunskaper om subtraktionstabellen. Däremot för att använda utfyllnadsmetoden i subtraktion räcker det att eleven behärskar subtraktionstabellen upp till 10.

Anghileri (2006) nämner två olika beräkningsstrategier i addition och subtraktion för tvåsiffriga tal. Hon kallar dessa för ”*sequence methods”* och ”*split tens methods”*. *Sequence methods* innebär att subtraenden delas upp i tiotal och ental vid räkneoperationen t ex 45-27= (45-20) -7=25-7 medans *split tens metod* delas både subtraend och minuend upp i talsorter som, 45-27=(40+5)-(20+7).

Även att arbeta med en öppen tallinje kan hjälpa elever att visualisera tal mentalt. Anghileri (2006) beskriver hur elever genom att via tiotalet flytta framåt eller bakåt dvs att använda sig av tidigare kända fakta som i detta fall är tiotalen, lättare kan utföra subtraktionsuppgifter med tiotalsväxling. Illustration av 45-27 med öppen tallinje:



Figur 1: Beräkning 45-27 illustrerad på en öppen tallinje.

2.7. Beräkningsstrategier vid subtraktion

I denna studie har vi valt att presentera de beräkningsstrategier som förekommer i elevlösningarna både av korrekta samt inkorrekta svar. Det finns fler beräkningsstrategier som förekommer i subtraktion, men de redovisas inte i detta arbete.

2.7.1. Räkna alla

Eleven räknar sig fram, en i taget, till svaret med stöd av faktiska föremål, fingrarna eller för sitt inre öga. T ex på 8-3 räknar eleven först upp minuend ett, två, tre ….till åtta sedan räknar han/hon upp subtraenden ett, två, tre genom att vika ner fingrarna för att sedan återigen räkna hur många fingrar som är kvar. (Johansson, 2011)

2.7.2. Ta bort

Strategin ta bort fungerar bäst när man tar bort små tal eller ett fåtal tiotal. Till exempel vid klassiska subtraktioner av typen 7-2, “Linus hade 7 plommon. Han åt upp 2 av dem. hur många har han nu kvar”. Eleven tänker att först äter man upp ett plommon och så är det 6 kvar sedan äter man upp ett till så är det 5 kvar. Eleven tar bort stegvis ett plommon i taget. Löwing och Kilborn (2013)

2.7.3. Komplettera (lägga till)

Den enklaste varianten av att komplettera även kallad lägga till, kan exemplifieras då man ska bestämma differensen 23-19. Eleven lägger till genom stegvis uppräkning från 19 d.v.s. räknar 20, 21, 22, 23 och kommer fram till svaret 4. Elever som är säkra gör detta i endast i två steg, först ett steg till 20 och lägger sedan till 3. Det kan liknas vid en öppen additionsutsaga, 19+__=23 (Löwing och Kilborn, 2003).

2.7.4. Jämföra

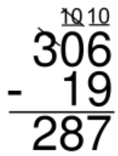
Genom att jämföra föremål bildar man par och sen ser man vilka föremål som inte ingår i ett par. Till exempel “Lina har 11 kr och Linus 9 kr. Hur mycket mer pengar har Lina?” Eleven bildar par av enkronor och ser då att 2 kr blir över i Linas rad. Man kan även jämföra som i följande exempel; Lina hoppar 338 cm i längdhopp och Linus hoppar 318 cm. Vid jämförelse visar det sig att hundratalen och entalen är lika. I detta fall behöver man varken ta bort eller komplettera. Det räcker att jämföra tiotalen för att se att differensen är två tiotal (Löwing 2008).

2.7.5. Dela tal

Löwing och Kilborn (2003) uttrycker i likhet med Anghileri (2006) att dela upp tal innebär att man kan dela olika tal i samtliga kombinationer. Att talet 5 kan delas i 5+0, 0+5, 4+1, 1+4, 3+2, 2+3. Anghileri (2006) belyser även att kunna dela tal i talfamiljer, som t ex 5+3=8, 3+5=8, 8-5=3, 8-3=5. Elever ska sedan kunna använda dessa kunskaper flexibelt vid beräkning i båda räknesätten.

2.7.6. Algoritm i subtraktion

Den metod vi avser i denna studie som vi i resultatsammanhang valt benämna algoritm är den vertikala uppställningen. Då man använder denna metod i subtraktion finns det en på förhand bestämd rutin. Johansson (2011) beskriver att utmärkande för den vertikala uppställningen är att man arbetar från höger till vänster dvs börjar med entalen sedan tiotalen, därefter hundratalen osv. I nedanstående exempel visas den vertikala uppställningen med växling: genom uppgift 306-19.



Figur 2: Beräkning 306-19 med vertikal uppställning.

6 minus 9 går inte. Eftersom man inte kan växla från tiotalet som är noll växlar (lånar) man ett hundratal från 3. Detta växlas till 10 tiotal. I nästa steg växlar man ett av tiotalen till 10 ental. Den överstrukna 10:an betyder nu 9. Då börjar man först från höger, 16-9=7, sedan 9-1=8 och till sist 2 hundratal (Löwing, 2008).

2.7.7. Talsort

Grundprincipen är att räkna varje talsort för sig. Man börjar med det största talet, 84-37=50-3=47 (80-30=50, 4-7=-3 50-3=47) (Rockström, 2000).

3. Teori

Som teoretisk utgångspunkt i denna studie har vi inspirerats av Löwing och Kilborns (2003) samt Anghileris (2006) tankar om basala kunskaper i matematik som elever bör behärska för att utvecklas i ämnet. Framförallt deras betoning avseende kunskapen om tal, för att eleverna ska få flyt i sin räkning, vilket avlastar arbetsminnet, har föranlett oss att välja deras synsätt som till stor del är liknar Dowkers (2005) och Wrights (2000).

Löwing och Kilborn (2003) belyser vikten av att kunna de grundläggande räknelagarna som är de kommutativa, associativa och den distributiva lagen. Eftersom eleverna med hjälp av dessa lagar kan analysera tal och dela upp tal i termer. Löwing och Kilborn (2003) uttrycker betydelsen av att elever kan dela tal i samtliga kombinationer för att så småningom få automatiserade kunskaper och flyt i sin räkning. Det är samstämmigt med Anghileris (2006) tankar om att eleverna tidigt ska kunna se mönster i tals uppdelning, att eleverna blir flexibla i sitt tänkande och nyttjar sina kunskaper om tals uppdelning. Både Löwing (2008) och Anghileri (2006) nämner att det är viktigt att elever utvecklar denna förståelse om tals uppdelning under de första årskurserna, eftersom det kan bli avgörande för deras matematikutveckling.

För att behärska räknesättet subtraktion, menar Löwing (2008), måste eleverna ha förkunskaper om; talraden fram och tillbaka, tals uppdelning i termer, tiotalsövergångarna, lilla subtraktionstabellen.

Sammanfattningsvis ska eleverna kunna:

- Använda subtraktion som en matematisk modell, kunna avgöra när ett problem från en känd kontext kan tolkas som en subtraktion.
- Använda lämplig strategi, som lägga till, ta bort, och jämföra och förstå samspelet mellan addition och subtraktion.
- Kunna utföra subtraktionsoperationer med automatik med huvudräkning eller algoritmräkning.
- Utföra huvudräkning med säkerhet med hjälp av räknelagarna.

Alla elever förväntas kunna använda sig av en skriven räknemetod i matematik skriver Anghileri (2006), men metoden kan bara vara meningsfull om den utvecklas progressivt. Anghileri (2006) betonar vikten av att fokusera på relationerna mellan talen och hur de kan kombineras. Detta är grunden för förståelse till abstrakt tänkande som elever kommer att ha nytta av senare i matematiken.

Anghileri (2006) skriver om elevers progression när det gäller subtraktion, som exempel nämner hon 9-3.

> -räkna ut, eleven räknar upp 9 fingrar, tar bort tre fingrar och räknar de som återstår.
> -räkna bakifrån, eleven räknar från det största talet 9 och 3 steg tillbaka, 9…8,7,6 och får svaret 6.
> -räkna ner till, eleven räknar ner från 9 till 3, eleven räknar från högsta talet till lägsta, 9…8,7,6,5,4,3 och får svaret 6.
> -räknar upp, eleven räknar upp från 3 till 9.
> -använder känd talfakta, vet att talet 9 kan delas som 6 och 3, samt tillämpar det i subtraktion. (Anghileri, 2006, s. 56).

4. Metod

4.1. Val av metod

Vi valde att tillverka egna subtraktionsuppgifter med inspiration av Löwing (2008), McIntosh (2010) och Anghileri (2006). Vi följde författarnas tankar kring elevers progression i subtraktion. Vår förhoppning med vårt test var att undersöka vilka strategier elever använder när de räknar subtraktion. Vårt test finns med som bilaga (se bilaga nr:1). I testet har vi kommenterat vilka strategier som vi avser att pröva. Inledningsvis valde vi en uppgift i talområde 0-10. Därefter byggde vi på med subtraktionsuppgifter utan tiotalsövergång och därefter med tiotalsövergång, enligt Skolverkets Diamantdiagnoser (2016) för att se om eleverna kan generalisera sina kunskaper i ett större talområde. De inledande uppgifterna var författade så att eleverna skulle beräkna med huvudräkning. I dessa var vår plan att studera ifall eleverna var bekanta med talens ordning, då vi testade liten skillnad och stor skillnad. Att undersöka elevers eventuella kunskaper om tiokamraterna, ”dubblorna”, ”nästandubblorna” samt det mest betydelsefulla elevers förmåga att dela tal, enligt Anghileri (2006) och Löwing (2008), för att få flyt i sin räkning. Därefter utökade vi ytterligare testet, dels till ett utökat talområde, men också med blandade talsorter, för att komma åt elevers kunskaper om vårt talsystems uppbyggnad med tiobas (McIntosh, 2010). Framförallt ville vi studera vilka beräkningsmetoder eleverna använder, om de är flexibla vid val av metod beroende på uppgiftstyp samt om de är säkra då de använder metoden. Vi valde därför att ha med ett flertal uppgifter som förhoppningsvis inbjöd till att eleverna skulle lösa skriftligt. De flesta av dessa uppgifter innehöll tiotalsövergångar eftersom tidigare forskning visar att det är där missuppfattningar oftast sker. Slutligen hade vi benämnda uppgifter för att se om texten gav ett stöd eller var till ett hinder för eleverna. Löwing (2008) berättar att när pedagoger sätter ord på räkneuppgifter, konkretiserar uppgiften som till exempel du har 17 kr och handlar för 13 kr, kan det vara ett stöd som gör att eleven klarar uppgiften. Detta inspirerade oss till att ha med benämnda uppgifter. Löwing säger (Skolverket, 2016) att det är viktigt att följa upp test med intervju i nära anslutning till det utförda testet. Därför valde vi att låta eleven lösa uppgifterna högt och berätta hur han/hon tänker.

4.2. Kvantitativa data

Vår studie bygger på insamling av data i form av vårt egenförfattade test i subtraktion (se bilaga nr:1). Vid kvantitativa undersökningar finns det två huvudsakliga datakällor primärdata och sekundärdata, enligt Fangen & Sellerberg (2011). Primärdata kännetecknas av att det samlas in speciellt för den aktuella undersökningen samt sekundärdata är data som redan finns. I vår studie är det primärdata som samlats in eftersom vi vill specifikt komma åt olika elevgruppers strategier när de räknar subtraktion. Bryman (2013) uttrycker att kvantitativ forskningsstrategi betonar kvantifiering när det gäller insamling och analys av data. Bryman (2013) beskriver att kvantitativ metod kännetecknas bland annat av prövning av olika teorier till skillnad från kvalitativ forskning som inriktas på att generera teorier. Vår avsikt var att kvantifiera elevernas strategier i skriftlig huvudräkning i subtraktion. Genom vårt test fick vi empirin till vår fortsatta analys av resultaten.

4.3. Kvalitativa data

Vår metod övergick sedan till att bli en kvalitativ metod eftersom vi nu ville undersöka elevernas strategier. Därför anser vi att vi på bästa sätt når elevers strategier genom intervju. Syftet med en kvalitativ forskningsintervju beskriver Kvale (2014) är att förstå ämnen från den levda vardagsvärlden ur den intervjuades perspektiv. Strukturen är som ett vanligt samtal men angreppssättet och frågetekniken måste vara väl förberett utifrån de forskningsfrågor man har. Eftersom vi intervjuat elever måste vi se till att de har förstått våra frågor för att få svar på våra frågeställningar. Vår erfarenhet är att yngre elever har svårt att uttrycka hur de tänker när de löser olika matematiska problem. Vi anser att våra frågeställningar måste var ytterst genomtänkta. Dessutom kan laborativt material och/eller papper och penna givetvis vara en fördel att ha med då eleverna ska förklara hur de tänker. Vi filmade intervjuerna så att vi även kan transkribera materialet.

4.4. Pilotstudie

Vi genomförde en pilotstudie av vårt test med en elev i årskurs 4, för att inte ta någon elev ur våra urvalsgrupper. Vårt ursprungstest innehöll 40 uppgifter, övervägande subtraktion men även några additionsuppgifter, då vår tanke var att eleven inte skulle ta för givet att samtliga uppgifter var av subtraktionstyp. Det visade sig att eleven snabbt löste uppgifterna men tröttnade på att förklara sina strategier efter halva testet. Därför beslöt vi oss för att korta ned testets omfattning. Då avsikten med vår studie är att studera elevers metoder när de räknar subtraktion valde vi att ta bort additionsuppgifterna samt även några subtraktionsuppgifter som var dubbletter av samma strategi. Vårt slutgiltiga test bestod nu av 14 uppgifter vilket borde göra att elever i matematiksvårigheter också orkar genomföra hela testet.

4.5. Urval

Vi valde att genomföra vår studie på de två olika skolorna där vi arbetar. Därför kan vårt urval närmast betecknas som ett bekvämlighetsurval (Bryman, 2011). För att få en indikation om elevers kunskaper med avseende på huvudräkning samt skriftlig huvudräkning valde vi att utföra delar av Test 3 ur Förstå och använda tal, Mc Intosh (2010) till elever i årskurs 3 och i årskurs 6 genomfördes Test 6. De delar som valdes för årskurs 3 (bilaga nr:3), var dels den muntliga delen som bestod av 9 huvudräkningsuppgifter i både addition och subtraktion samt den efterföljande skriftliga delen, som bestod av 3 uppgifter i nämnda räknesätt. Totalt bestod testet av 12 uppgifter. I den skriftliga delen skulle eleverna visa hur de räknar när de löser uppgifterna. I de delar som valdes för årskurs 6 (bilaga nr: 4) valdes 12 uppgifter, 6 huvudräkningsuppgifter i både addition, subtraktion och multiplikation samt 6 uppgifter från den skriftliga delen. Uppgifter med multiplikation fick ingå eftersom de kan lösas med upprepad addition.

McIntosh (2010) nämner att materialet utgår från tal och räkning, ur ett taluppfattningsperspektiv. Det händer att elever förvärvar missuppfattningar. I många fall är dessa små samt tillfälliga, men för en del elever kan dessa svårigheter och missuppfattningar bli djupt rotade och bestå. Att känna igen och förstå de bakomliggande orsakerna till varför dessa svårigheter uppstår är en viktig del av en lärares yrkeskompetens. De tester som McIntosh (2010) tagit fram bygger på resultat av forskning och utvecklingsarbete tillsammans med lärare och elever. Testmaterialet kan med fördel användas för att diagnostisera missuppfattningar och svårigheter som elever har samt även förslag på hur lärare kan hjälpa elever att reda ut missuppfattningar.

Av den ena skolans totalt 54 elever i åk 3 utförde 52 elever testet. Två elever deltog ej på grund av frånvaro. I nedanstående tabell redovisas resultatet i form av hur många rätt eleverna hade på testet.

Tabell 1: Resultat åk 3, Valda delar av test 3 ur Förstå och använda tal

Antal rätt	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Elever i åk 3	12	11	7	1	8	2	3	2	4	0	0	2	0

De två eleverna som har vardera 1 rätt på uppgifterna är nyanlända och har inte svenska språket befäst. Därför ansåg vi att de inte ingår vidare i vår studie eftersom vi i nästa skede ska genomföra ytterligare ett test som bygger på intervju hur om eleven tänker då de löser subtraktionsuppgifter.

Tabell 2: Resultat åk 6, Valda delar av test 6 ur Förstå och använda tal

Antal rätt	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Elever i åk 6	2	2	5	3	8	7	7	5	3	3	7	2	1

Av den andra skolans 56 elever i åk 6 utförde 55 elever testet. En elev deltog inte på grund av frånvaro. Vi kan se på resultatet av testet hade stor spridning.

4.6. Urval till intervju

Vi delade ut missivbrev (bilaga nr:2) till samtliga elever i åk 3, förutom de två nyanlända eleverna i åk 3. Svarsfrekvensen för elever i årskurs 3 blev att 30 av 52 svarstalonger lämnades in. Av dessa 30 inlämnade talonger fick eller ville inte sju elever delta. Det resulterade i att vi fick en urvalsgrupp av totalt 23 elever för årskurs 3. Två intervjugrupper bildades, den ena bestod av elever som hade 5 till 8 rätt på testet, som vi valt benämna *låg 3.* Den andra gruppen bestod av elever som hade 10 till 12 rätt på testet, som vi valt benämna *hög 3*. Varför vi valde denna indelning beror uteslutande på svarsfrekvensen från villighet till att delta från de lägst till högst presterande eleverna. Viktigt att påpeka är att det inte ligger någon värdering i begreppen *låg* och *hög*. Vi vill inte kategorisera elever då de kan befinna sig i olika inlärningsfaser. I årskurs 6 delades 55 missivbrev ut och från dessa lämnades 21 svarstalonger in. 15 elever fick till slut delta men endast 10 var inlämnade inom utsatt tid. Eftersom intervjuerna var igång blev det naturligt att dessa 10 elever bildade två grupper. *Låg 6* bestod av elever från 2 till 7 rätt samt *hög 6* av elever som hade mellan 8-12 rätt.

4.7. Genomförande

Vi genomförde våra intervjuer på respektive skolor. Detta bidrog till att både miljön samt vi var kända för eleverna. Förhoppningsvis kände informanterna sig bekväma med intervjusituationen trots att de blev inspelade.

Före genomförandet av testet informerades informanten om att beskriva sina strategier muntligt och/eller skriftligt efter varje uppgift. Vid oklarheter ställdes frågor där vår avsikt var att komma åt hur eleven löste uppgifter. Exempel på frågor var: Hur menar du? Kan du förklara/visa för mig igen så vi är säkra att förstå hur du tänker? Det vill säga samtalsfrågor som förtydligar informantens svar att inga oklarheter förekommer. Löwing och Kilborn (2003) betonar vikten av att följa upp ett test med en riktad intervju för att ta reda på hur eleven löser de uppgifterna han/hon gjorde fel på t ex genom att låta eleven räkna högt samt berätta hur han/hon gör. När samtliga uppgifter var utförda övergick vi till en mer allmän frågeställning kring informanternas upplevelser av huvudräkning, skriftlig huvudräkning samt hur de upplevt testet.

4.8. Bearbetning

Samtliga intervjuer spelades in och transkriberades därefter. Intervjumaterialet då citat från eleverna nämns har inte omarbetats utan återges ordagrant för att stärka studiens reliabilitet. Den kvalitativa databearbetningen utgick från syftets frågeställningar. Det innebar att data komprimerades till mindre fragment för att besvara studiens frågeställningar. När vi bearbetat det inspelade materialet, sorterades och grupperades fragmenten upp efter vilka strategier eleverna använde. Frågorna redovisas var för sig dels för årskurs 3 och dels för åk 6. Ytterligare förtydligande av svar då eleverna misslyckades redovisas dels i cirkeldiagram eller i text. Resultaten analyserades och relaterades till den framskrivna teoretiska bakgrunden.

4.9. Tillförlitlighet

Vad som menas med reliabilitet är att kunna lita på de mätningar som genomförts, att de inte är påverkade av forskningsinstrument som ger olika resultat vid första och andra mätningen av samma enhet. Validitet handlar om i vilken utsträckning data och metoder anses riktiga, exakta och träffsäkra (Denscombe, 2016).

Dessa åtgärder har vidtagits för att stärka validitet och reliabilitet i denna studie:

- Transkriberingen har skrivits av ordagrant, utan förtydliganden eller omarbetning från talspråk till skriftspråk.
- Vid intervjutillfällena var vi noga med att synliggöra syftet med studien för informanterna.
- En pilotstudie med en elev genomfördes före intervjutillfället för att ge en ökad kännedom om att uppgifterna var lämpade för studiens syfte.

4.10. Etik

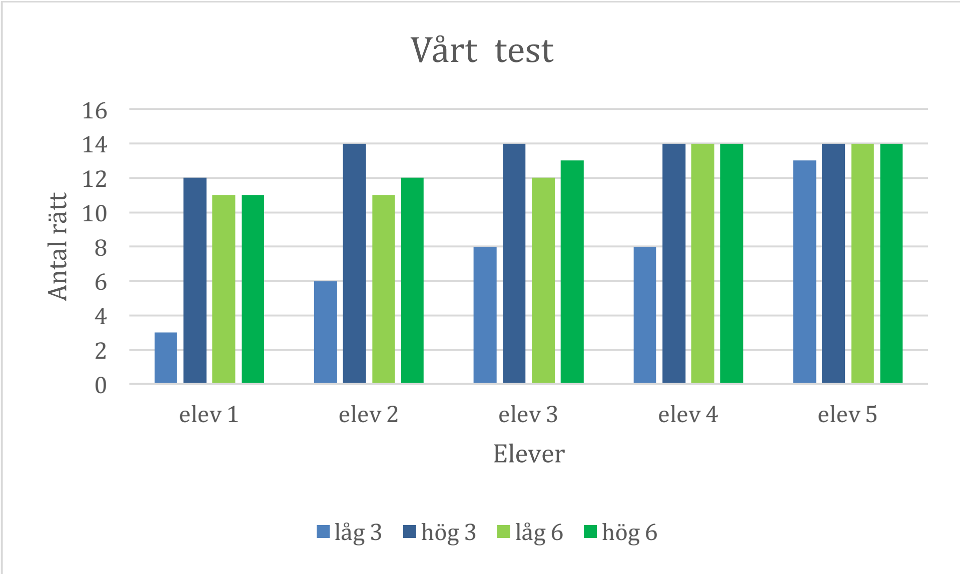
I vår studie har de etiska reglerna inom humanistisk- samhällsvetenskaplig forskning, HSFR (2002) följas. En speciallärare ska enligt SFS 2011:186 visa förmåga att inom det specialpedagogiska området göra bedömningar med hänsyn till relevanta vetenskapliga, samhälleliga och etiska aspekter samt visa förmåga att identifiera etiska aspekter på eget forsknings- och utvecklingsarbete.

Första kravet, HSFR (2002) informationskravet, innebar att vi upplyste att deltagandet var frivilligt och att de har rätt till att avbryta sin medverkan. Det är betydelsefullt att delge syftet och hur undersökningen kommer genomföras samt vad materialet kommer att användas till. Andra kravet är samtycke vilket handlar om omyndiga personers medverkan, vilket medför att samtycke behövs både från vårdnadshavare och skolledning. Vi kontaktade rektorn på våra respektive skolor och fick samtycke till att genomföra vår studie. Sedan skickade vi hem ett informationsbrev ett s.k. missivbrev, till föräldrarna där vårdnadshavarna fick ge samtycke till medverkan, se bilaga 2. Tredje kravet är konfidentialitetskravet som berör sekretess. Det innebär att känsliga uppgifter förvaras säkert för obehöriga, att man har tystnadsplikt beträffande känsliga uppgifter, att enskilda individer inte kan identifieras av utomstående. Vi har inte skrivit upp namn på deltagarna utan endast numrerat eleverna som elev 1, elev 2 o.s.v. när de genomförde testet. Enligt Bell (2006) är det viktigt att klargöra att konfidentialitet innebär för deltagarna i studien ett löfte om att man inte ska kunna identifieras eller beskrivas på sådant sätt att man kan identifieras. Det fjärde kravet är nyttjandekravet vilket innebär att insamlade data endast får användas i denna studie (Vetenskapsrådet, 2002). När studien är genomförd kommer testen att förstöras i en dokumentförstörare.

5. Resultat och analys

I följande avsnitt presenteras resultat och resultatanalys tillsammans huvudsakligen var uppgift för sig från testet. Några frågor analyseras ihop då de är av liknande typ där samma strategi testas. Inledningsvis redovisas elevernas totala poäng på testet. Därefter har vi valt att framställa resultaten i diagramform för att ge en tydlig bild över elevernas resultat. Ett samlat diagram från samtliga urvalsgrupper, där elevernas val av strategi synliggörs. Vi har grupperat eleverna i fyra grupper som tidigare omnämnts i urval. *Låg 3* står för gruppen av lågpresterande elever från årskurs 3 och att *låg 6* står för motsvarande grupp från årskurs 6. De andra två grupperna är benämnda *hög 3* respektive *hög 6* som representeras av elever från den högpresterande gruppen från årskurs 3 respektive årskurs 6. Framöver i texten kommer dessa benämningar att användas för grupperna. Resultaten visas i form av stapeldiagram som ger en översikt av elevernas svar, eftersom både rätt/fel samt de olika metoderna eleverna har använt redovisas. Vi har även med citat från eleverna samt beskrivningar i textform för att förtydliga hur eleverna gått tillväga då de utfört sina beräkningar.

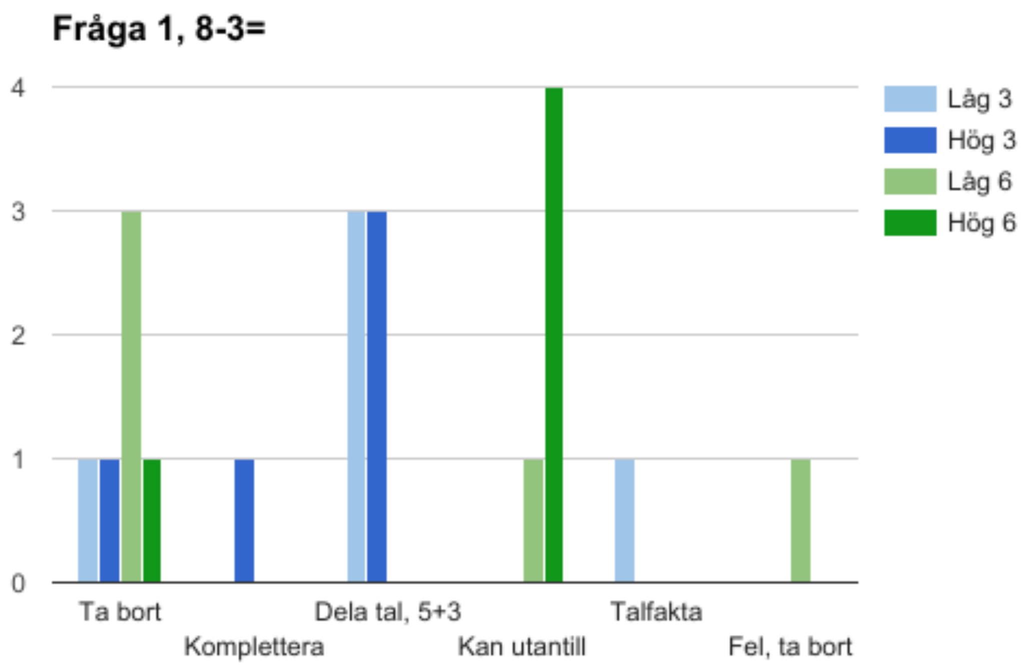
5.1. Elevresultat på vårt test



Figur 3: Fördelning av resultatet av vårt test.

I figur 3 redovisas totala antal rätt eleverna hade i respektive urvalsgrupp på vårt egenkomponerade test av 14 uppgifter. Varje stapel representeras av en elevs totala antal rätt på vårt test från respektive grupp. Det visade sig att eleverna i *låg 6* har likvärdiga totala antal poäng med *hög 3* samt *hög 6*. Detta kan bero på att vi blev begränsade i vårt urval i år 6, då många elever där inte fick eller ville vara med i vår studie. En elev i *låg 3* utmärker sig genom att ha 13 rätt av 14 möjliga. Det visade sig först vid intervjutillfället att denna elev har effektiva beräkningsstrategier, såsom kunskapen om att dela tal, kan talsorter, kan ”dubblor” samt tiokamrater utantill. Då eleven utförde McIntosh (2010) test 3 i helkass visades inte samma goda resultat, då eleven själv skrev ner sina svar. Detta visar att en efterföljande intervju som både McIntosh (2010) och Löwing (2008) förespråkar är nödvändig för att komma åt elevens tankar och framförallt kunskaper i matematik, vilket i detta fall inte framgick.

5.2. Fråga 1



Figur 4: fördelning av strategier fråga 1.

Resultat: 19 elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: Tre elever från *låg 3* samt ytterligare 3 elever från *hög 3* kan dela talet 8 i 3 och 5. Det visar att eleverna inom talområde 0-10 har denna kunskap oavsett urvalsgrupp från årskurs 3. Fyra elever från *hög 6* kan svaret utantill.

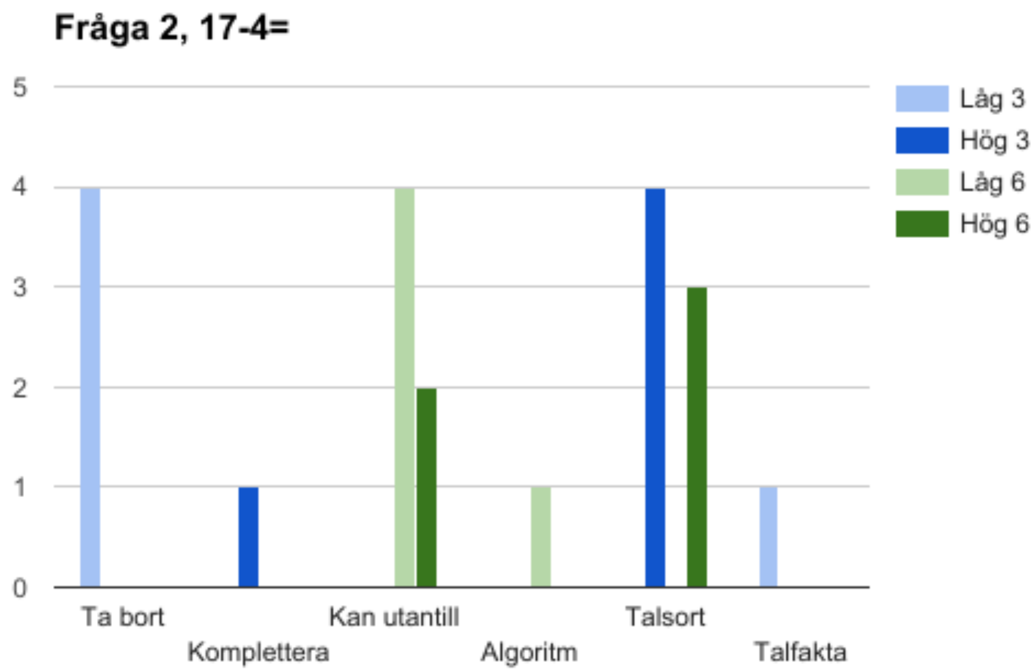
Skillnader: I urvalsgrupp utmärker sig *låg 6* med att tre elever väljer att lösa uppgiften genom metoden ta bort.

Fel: En elev från *låg 6* gav ett inkorrekt svar.

Analys: Vi ser att *låg 6* gruppen är överrepresenterade i metoden ta bort. Vid intervjutillfället använde två av dessa elever fingrarna som stöd och de övriga två räknade stegvis nedåt. Angående eleven som svarar fel uttrycker: " - jag har 8 och ska ta bort 3". När eleven börjar räknar startar hon från talet 7 och räknar 4 steg nedåt i stället för 3 vilket medför att svaret blir fel. När eleverna räknar med fingrarna eller använder nedåträkning i denna uppgift tyder på att de är kvar i metoden ta bort och inte har kommit vidare i utvecklingen till att dela tal. De elever som räknar med fingrarna har inte heller automatiserat talen i talområdet 0-10.

Vi kan se att elever från *hög 3* använder olika strategier. Eleverna ur denna grupp är mer flexibla i användningen av metoder och kan uttrycka sig matematisk vid förklaring. Här följer två citat från elever ur *hög 3*: “ - jag tar bort 3 direkt från 8”, en annan elev säger liknande: “ - ja la till 5 för jag vet att 5 plus 3 är 8”. En elev från *hög 6* berättar dessutom att: “ - alla tal under 10 kan jag räkna utantill för det höll vi på med jättemycket i 1:an och 2:an”. Att kunskaperna blivit automatiserade syns också tydlig hos elever från *hög 6*, genom att de ger korrekt svar direkt, vilket vi tolkar bygger på talfakta i kunskaper om att dela upp tal.

5.3. Fråga 2



Figur 5: fördelning av strategier fråga 2.

Resultat: Samtliga elever löser uppgiften korrekt.

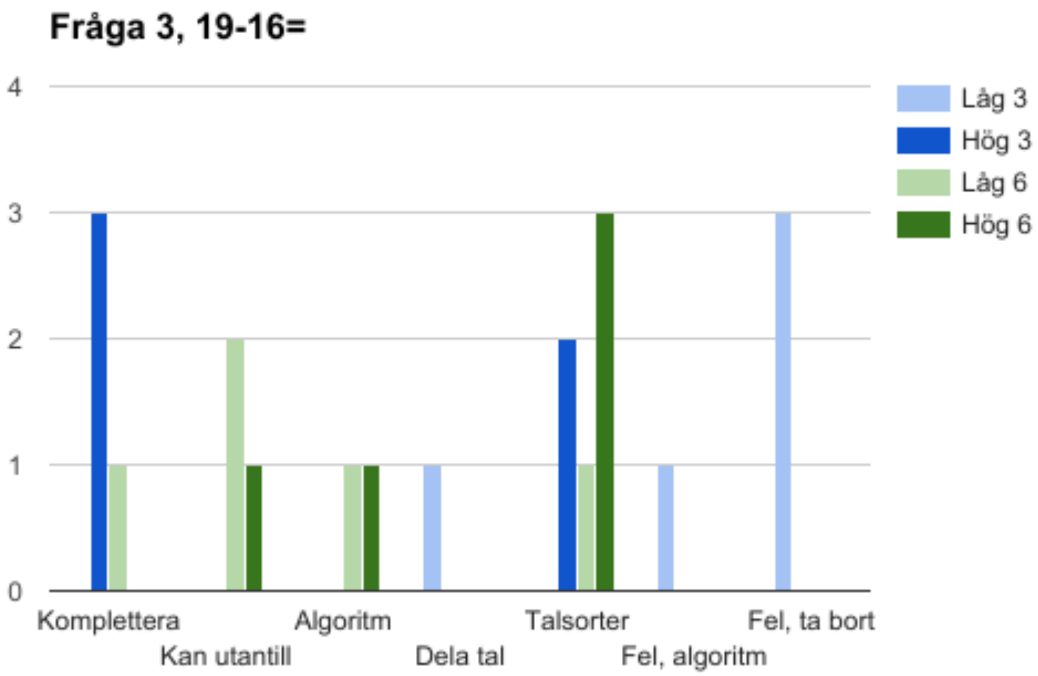
Likheter: 4 elever av 5 i *låg 3* använder metoden ta bort. Övriga elever från de andra tre urvalsgrupperna använder andra mer effektiva metoder.

Skillnader: En elev från *låg 6* använder metoden algoritm.

Analys: Den vanligaste förekommande metoden av elever från *låg 3* är strategin ta bort. Eleverna nämner bland annat: " - jag räknar baklänges från 17, jag gör alltid det när det är minus" samt: " - att räkna baklänges är mitt bästa sätt när det är minus". Däremot använder elever från *hög 3* talsortsmetoden samt komplettera. En elev uttrycker sig så här : " - tiotalet kan inte försvinna eftersom 7 är mer än 4" en annan säger att: " - 7 minus 4 är 3 sen är det bara att lägga till tiotalet". Vår tolkning är att dessa elever känner till att vårt talsystem är uppbyggt av tiobas samt att talfakta är automatiserad vilket elever från *låg 3* däremot inte visar. *Låg 3* gruppen utmärker sig med att använda en mer primitiv och tidskrävande metod. Likaså visar resultatet att elever från både *låg 6* och *hög 6* kan svaret utantill. En elev ur *hög 6* nämner: " - jag tänker bara 7-4 eftersom det bara är entalen som ändras" vilket är samstämmigt med elever från *hög 3*.

Eleven som räknar uppgiften med algoritm säger att: " - alla tal som är tvåsiffriga räknar jag med uppställning", vilket vi tolkar som, att eleven räknar mekaniskt utan att reflektera över vilken metod som är mest lämplig.

5.4. Fråga 3



Figur 6: fördelning av strategier fråga 3.

Resultat: 16 korrekta elevsvar.

Likheter: Talsorter är den mest använda metoden av eleverna.

Skillnader: *Hög 3*, *låg 6* och *hög 6* använder flertalet olika strategier.

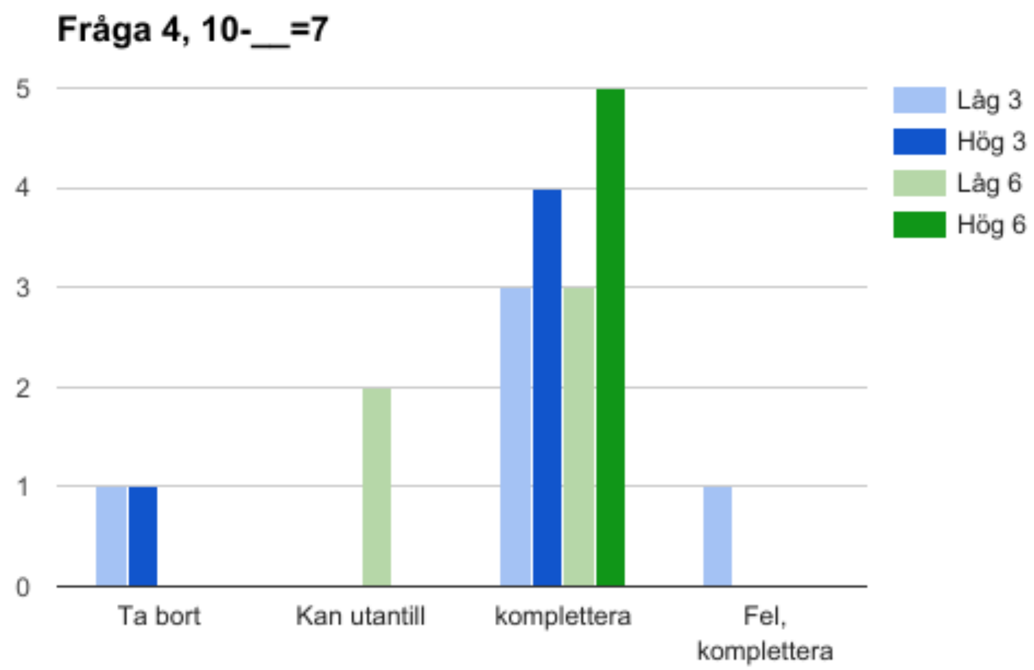
Fel: Fyra elever av fem ur *låg 3* misslyckas att lösa uppgiften korrekt.

Analys: I denna uppgift förekommer ett flertal olika metoder vid beräkning. Tre elever från *hög 3* löser uppgiften genom metoden komplettera. En elev berättar att: “ - det är ett 3-hopp, jag lägger till tre från sexton, så blir det 19” och en annan elev säger: ” - 6 plus 3 är 9. Vi tolkar här att eleverna kan additionstabellen och har sedan generaliserat sina tabellkunskaper och tillämpar dessa i subtraktion. Den enda elev från *låg 3* som löser uppgiften korrekt använder metoden dela tal. Eleven säger att: ” - jag delar entalssiffran som 3+3+3, då blir det tre”. En annan elev från *hög 3* som utför talsortsberäkning beskriver sin lösning så här: “ - nio minus sex är tre och tio minus tio är noll” vilket visar att eleven räknar talsorterna för sig och tillämpar kunskaperna om dessa. Liknande beskriver de tre elever från *hög 6* som också räknar med samma metod. Även i denna uppgift förekommer det att elever från båda urvalsgrupperna från skolår 6 berättar att de kan det utantill, vilket vi tolkar som att eleverna har både kunskaper om talsorterna samt kan dela upp tal. Samtliga elever förutom de två som använder algoritm och löser uppgiften korrekt, anser vi har utvecklat sina kunskaper i aritmetik, eftersom de använder effektiva strategier som avlastar arbetsminnet. Eleverna nämner metoder som: bortse från tiotalet, dela upp tal och kan utantill, vilket bidrar till att de har flyt i sin räkning.

Angående elever från *låg 3* som inte löser uppgiften, så har de ännu inte fått flyt i sitt räknande. Eleverna räknar nedåt, men samtliga kommer bort sig vid baklängesräkningen eftersom de stegvis räknar nedåt 16 gånger. Deras metod är både ineffektiv samt tidskrävande när de inte upptäcker eller har kunskaper om att de kan bortse från tiotalen eller jämföra för att ta reda på skillnaden mellan talen. Dessutom utför en elev från *låg 3* en subtraktionsalgoritm men räknar felaktigt att entalen 9-6=6. Detta kan dock vara en enstaka felräkning som vi inte har mer information om.

Värt att nämnas är att samma elev från *hög 6* som vi nämnt tidigare och som använder algoritmer i alla uppgifter med tvåsiffriga tal berättar att: “ - jag kan räkna denna på annat sätt men jag använder uppställning”.

5.5. Fråga 4



Figur 7: fördelning av strategier fråga 4.

Resultat: 19 elever löser uppgiften korrekt.

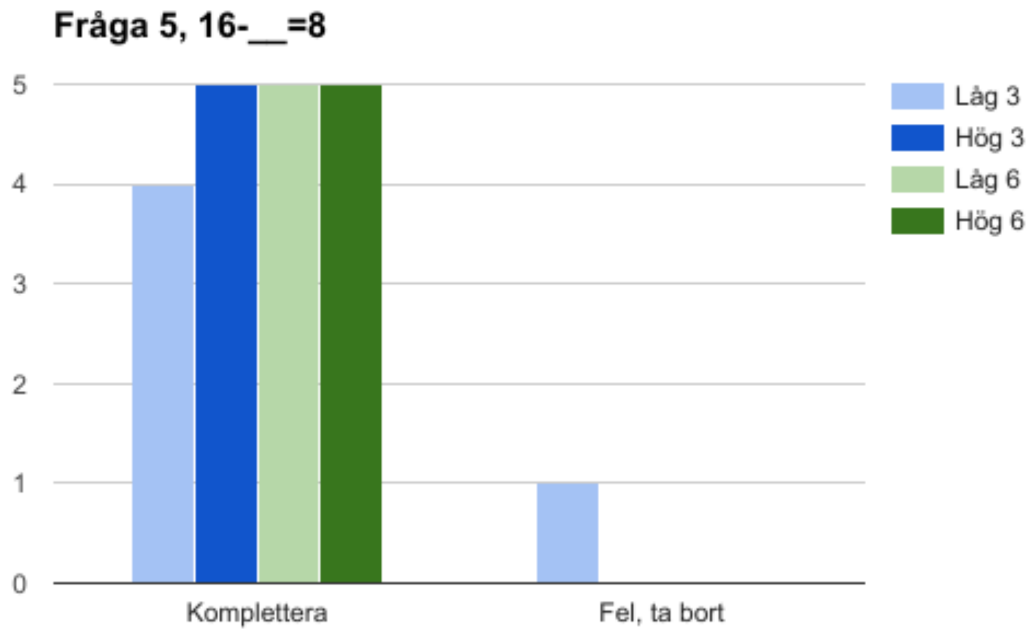
Likheter: 15 av 20 elever löste uppgiften genom strategin komplettera.

Skillnader: Två elever använde metoden ta bort.

Fel: En elev misslyckas att lösa uppgiften.

Analys: I denna uppgift syns tydligt att samtliga urvalsgrupper är bekanta med tiokamraterna eftersom övervägande andel av eleverna nämnde dem. Det tyder på att eleverna fått undervisning av tiokamrater, samt använder dem i sin räkning. Högst troligt finns denna kunskap också hos eleverna som berättar att de kan svaret utantill, vilket vi tolkar som att elevernas svar bygger på känd talfakta. En elev från *låg 3* kom felaktigt fram till svaret 7 då eleven räknade med hjälp av sina fingrar. Vi misstänker att eleven inte har förståelse för vad likhetstecknet betyder eftersom eleven svarade 7. Angående de två eleverna som räknade med metoden ta bort, så använde en elev fingrarna samt den andra eleven räknade stegvis nedåt, vilket vi tolkar som att tiokamraterna inte är befästa.

5.6. Fråga 5



Figur 8: fördelning av strategier fråga 5.

Resultat: 19 elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: Komplettera är den mest använda metoden för samtliga elever.

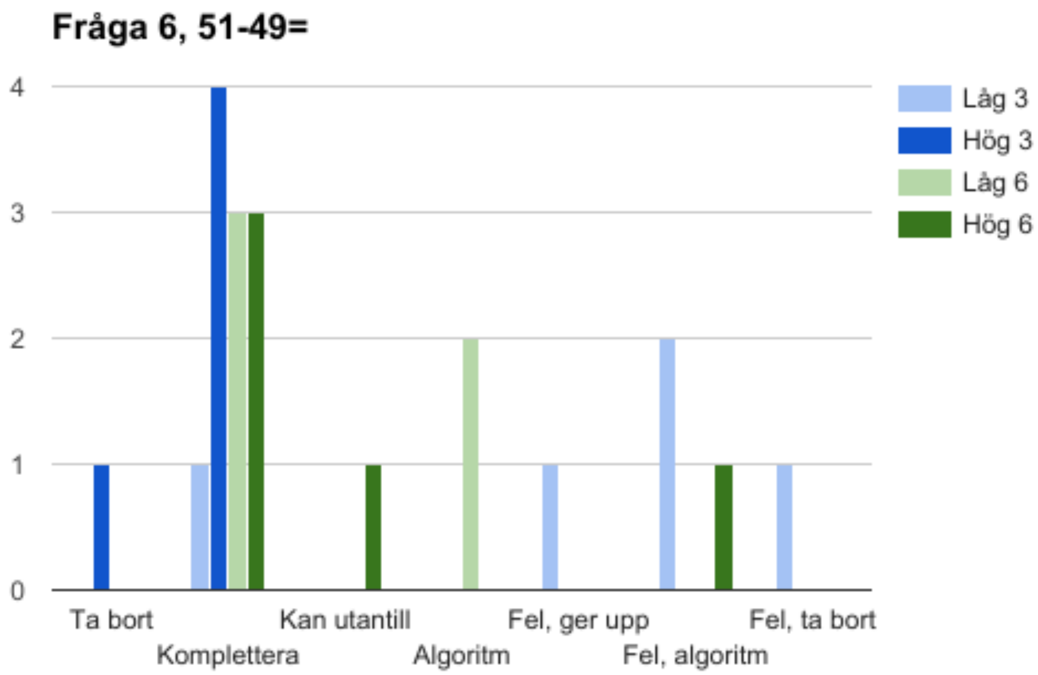
Skillnader: En elev använder strategin, ta bort.

Fel: En elev misslyckas att lösa uppgiften genom metoden ta bort.

Analys: Även i denna uppgift löser nästintill samtliga elever uppgiften genom att komplettera. Vid intervjuerna visade det sig att eleverna oftast nämnde ”dubblorna”, att 8 + 8 = 16, som en elev sa: ” - åtta plus åtta är ju sexton, det är åtta”. Detta tolkar vi som att kunskapen om ”dubblorna”, också är befästa av eleverna.

Däremot skiljer sen en elevs strategi från *låg 3* vid komplettering. Eleven säger att: ” - 2 plus 6 är åtta” d.v.s. eleven delar upp talet 8 i 2+6 för att bygga ett tiotal först och lägger sedan till 6. En elev från *låg 3* kommer felaktigt fram till svaret 7. Eleven beskriver att: “ - jag tänker att jag hoppar på tallinjen från sexton”. Eleven börjar korrekt på talet 15 men kommer bort sig då hon räknar ett steg för mycket, vilket leder till det felaktiga svaret. Eleven är kvar i den mer tidskrävande strategin som nedåträkning är, vid denna typ av uppgift, då det är ett större tal som ska subtraheras.

5.7. Fråga 6



Figur 9: fördelning av strategier fråga 6.

Resultat: 15 elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: Komplettera är den mest använda strategin hos eleverna.

Skillnader: Endast en elev från *låg 3* använder metoden komplettera.

Fel: 5 elever löser uppgiften inkorrekt.

Analys: I denna uppgift löser flertalet av eleverna från *hög 3*, *låg 6* och *hög 6* genom att använda metoden komplettera. Vid intervjutillfällena sa eleverna spontant att skillnaden är två. Då eleverna ska förklara hur de kom fram till sitt svar svarade de genomgående att: ” - från 49 till 51 är det två”. Vad som är gemensamt för dessa elever är att de har kunskapen om talens ordning. Eleverna har kunskapen om att talen är nära vilket gör att de snabbt kommer fram till att skillnaden är två.

En elev från *hög 3* löste uppgiften istället med nedåträkning genom att uttrycka sig som att: "- jag tittade noggrant på talen och såg att från 51 till 49 är det två". Detta visar att eleven har kunskap om begreppet skillnad.

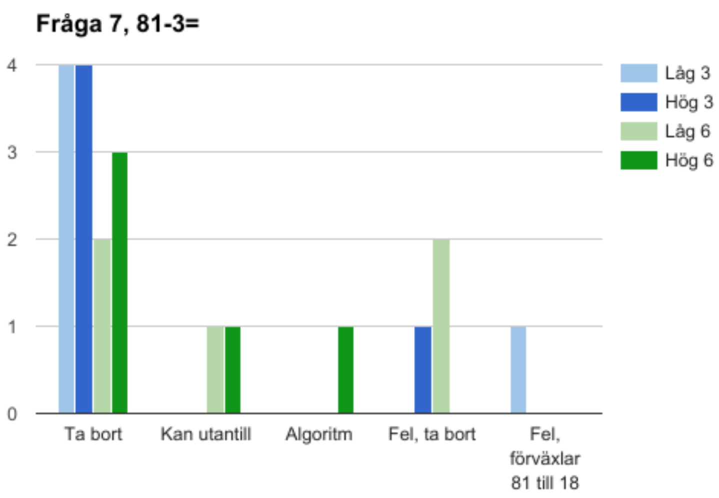
I denna uppgift utmärker sig *låg 3* med att 4 av 5 elever inte klarar av att lösa uppgiften. De tre elever som försöker lösa uppgiften genom metoden algoritm räknar felaktigt att 1-9 är 8, dvs. växlar inte och således blir det följdfel att de har 50 kvar och kommer fram till svaret 18. Ett liknande fel berättar den elev som utför talsortsberäkning dvs. att 50-40 =10, vilket är korrekt men fortsätter med att 1-9= 8. Vi tolkar det som att eleverna inte är uppmärksamma på att talen är nära varandra eftersom de inte reagerar över att deras svar är orimliga. Vi anser att eleverna räknar mekaniskt och inte har tillräckliga kunskaper om subtraktionsalgoritmen, vilket kan tyda på att de ännu inte förstått metoden.

Slutligen säger den elev som inte utför beräkningen att:
- 51 minus 49. Ah det kan jag inte! Måste jag göra den uppgiften?
- Vad är det som du tycker är svårt?
- Ta minus alla dom.
- Vad tror du det blir?
- Vet inte, kan inte räkna på fingrarna all dom.
- Skulle du kunna göra på något annat sätt?

Eleven funderar tyst ett slag.
- Kan vi inte hoppa över den, jag kan inte.

Eleven är som vi tolkar det kvar i tron att minus är ta bort och har ännu inte förståelse om begreppet skillnad. Dessutom visar eleven inte några tecken på att känna till att talen är nära, för att använda en mer lämplig metod i denna uppgift.

5.8. Fråga 7



Figur 10: fördelning av strategier fråga 7.

Resultat: Det är 16 elever som klarar uppgiften,

Likheter: Det är 16 elever som använder metoden ta bort.

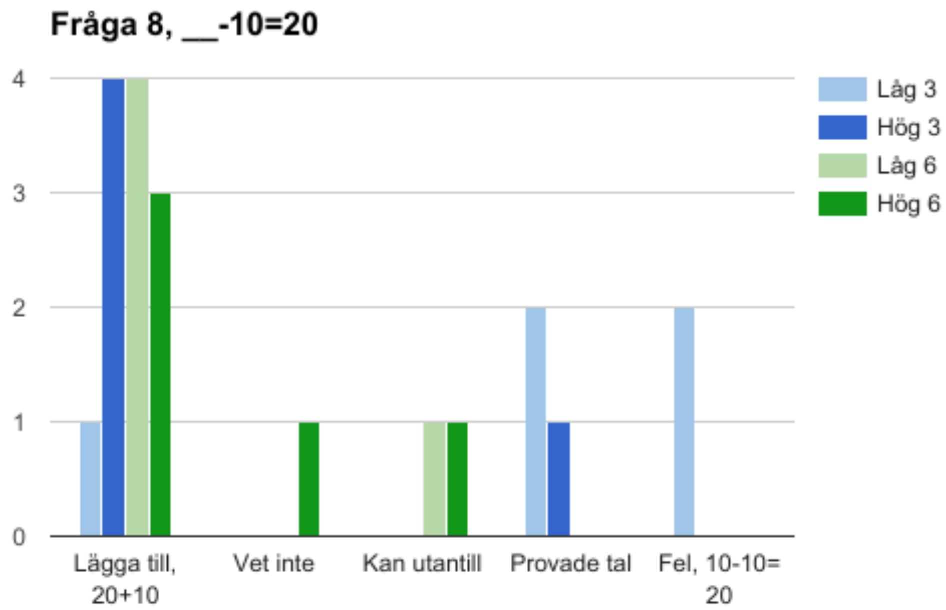
Skillnader: Det är endast i *hög 6* och *låg 6* som två elever kan se svaret direkt. En elev ur *hög 6* löser uppgiften med algoritm.

Fel: 4 elever räknar fel. En elev ur *låg 3* förväxlar talet 81 till 18 istället.

Analys: Från *låg 3* och *hög 3* kan vi utläsa att åtta elever räknar nedåt. Dock förekommer en skillnad genom att *hög 3* nämner att de utför beräkningen i två steg först ett hopp till 80 samt sedan ett 2-hopp till 78. Från *låg 6* och *hög 6* väljer fem elever att räkna nedåt, först till 80 och sedan ytterligare två steg nedåt. Bevis för detta är att eleverna uttrycker sig som: " - tar ett först, sen två till, sen jag vet att två och 8 är tio, då blir det 78, jag är säker på det". Däremot utför elever från *låg 3* beräkningen genom nedåträkning till återstoden stegvis dvs. säger "- 80,79,78". Dessa elever använder sig av strategin ta bort men uttrycker inte att det är över ett tiotal. En elev från *hög 3* kommer felaktigt fram till att svaret är 79 genom nedåträkning med att felaktigt börja från 81 dvs säger " - 81,80,79, det blir 79 ja".

Avseende de elever som har fel på uppgiften, säger en av eleverna felaktigt att 18 minus 3 är 15 dvs. förväxlar 81 med 18 vilket tyder på att eleven inte är säker på talens namn och hur de skrivs. I *låg 6* finns två felsvar, 81-3=88 en elev tar bort 1 ner till 80, fortsätter sedan att ta bort 2 och tappar bort sig och får svaret 88, den andra eleven räknar nedåt med 3 steg, säger rätt tal dvs. 78, men när eleven skriver svaret blir det 28, 81-3=28. Hade eleverna kontrollerat sina svar hade de troligtvis upptäckt sina fel.

5.9. Fråga 8



Figur 11: fördelning av strategier fråga 8.

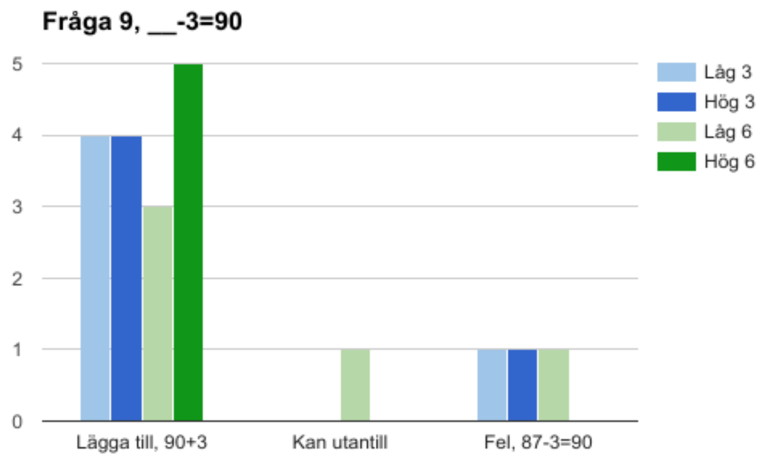
Resultat: 18 elever klarar uppgiften.

Likheter: Den största delen av eleverna löser uppgifterna genom att komplettera.

Skillnader: Det är endast felsvar i *låg 3*. I *låg 3* prövar eleverna sig fram till rätt tal. I *låg 6* och *hög 6* finns elever som ser svaret direkt.

Fel: Det är 2 elever ur *låg 3* som svarar felaktigt att10-10=20.

5.10. Fråga 9



Figur 12: fördelning av strategier fråga 9.

Resultat: Det är 16 elever som löser uppgiften med metoden komplettera.

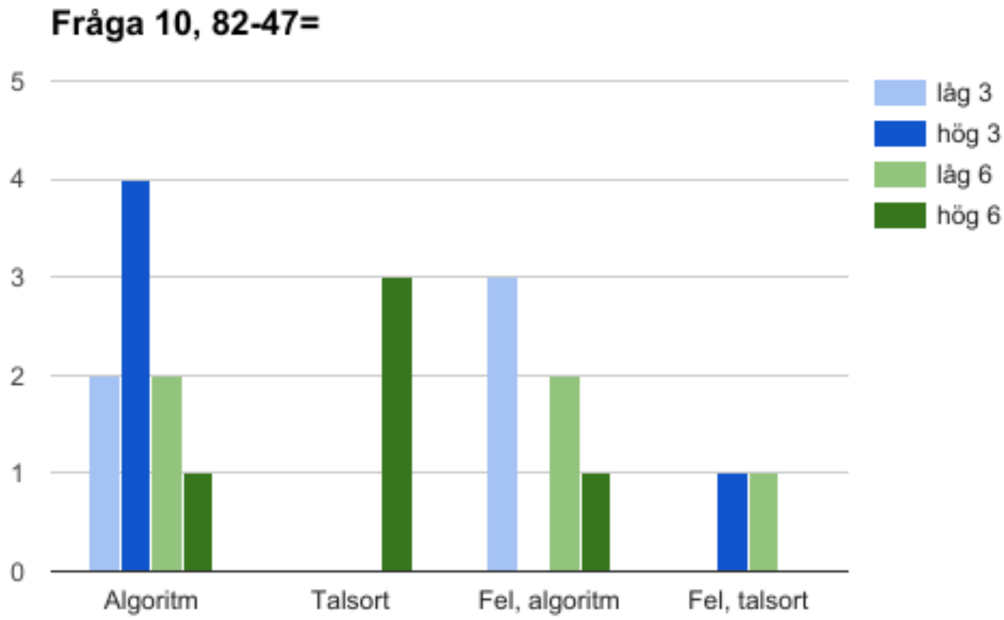
Likheter: Att samtliga som löser uppgiften korrekt använder metoden komplettera. De elever som inte klarar uppgiften använder samma metod.

Skillnader: Endast 1 elev ur *låg 6* kan uppgiften direkt.

Fel: Det är 3 elever som löser uppgiften felaktigt genom att svara 87-3=90.

Analys fråga 8 och 9: Vi har valt att analysera dessa två frågor tillsammans eftersom båda är av typen öppna utsagor med skillnad att fråga 8 endast är tiotal. I fråga 8 väljer 4 av 5 elever i *hög 3*, 5 ur *hög 6* och 3 ur *låg 3* att lösa uppgiften genom att komplettera. I fråga 9 löser totalt 16 elever uppgiften genom komplettering och representanter finns ur samtliga urvalsgrupper. I fråga 8 provar två elever från *låg 3* sig fram till rätt svar, samt ytterligare en elev från *hög 3*. Till skillnad från uppgift 9 använder eleverna inte komplettera som metod i uppgift 8. Däremot uppmärksammar eleverna då de provar sig fram att de måste ha ett högre tal för annars stämmer det inte med likhetstecknet. Angående de två felaktiga svaren från *låg 3*, så redovisar båda felaktigt att 10-10=20. Även i fråga 9 återkommer liknande felaktiga svar dvs. en elev ur *låg 3* svarar felaktigt att: 3-3=90 samt en elev ur *hög 3* och en ur *låg 6* svarar felaktigt att: 87-3=90 vilket vi tolkar som att förståelsen för vad likhetstecknets betyder inte är befäst hos dessa elever.

5.11. Fråga 10



Figur 13: fördelning av strategier fråga 10.

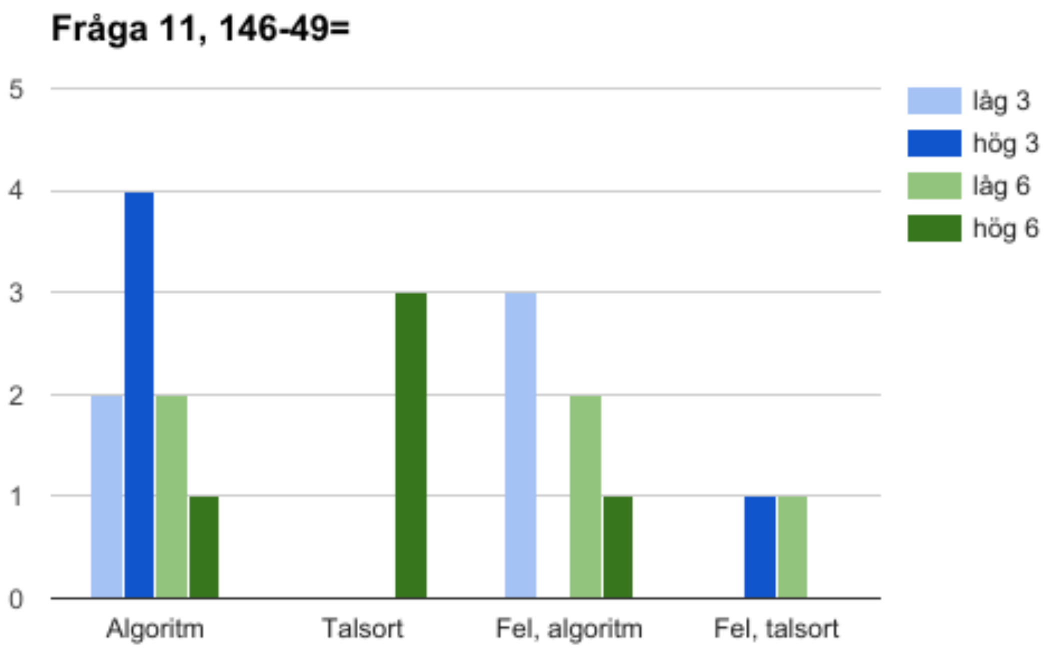
Resultat: 12 st elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: Övervägande del av eleverna löser uppgiften med algoritm.

Skillnader: Endast *hög 6* löser uppgiften korrekt med talsorter.

Fel: 8 elever löser uppgiften felaktigt med algoritm, ta bort eller ger upp.

5.12. Fråga 11



Figur 14: fördelning av strategier fråga 11.

Resultat: 12 elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: 13 elever använder metoden algoritm. Den vanligaste felräkningen är att eleverna glömmer låna vid algoritm.

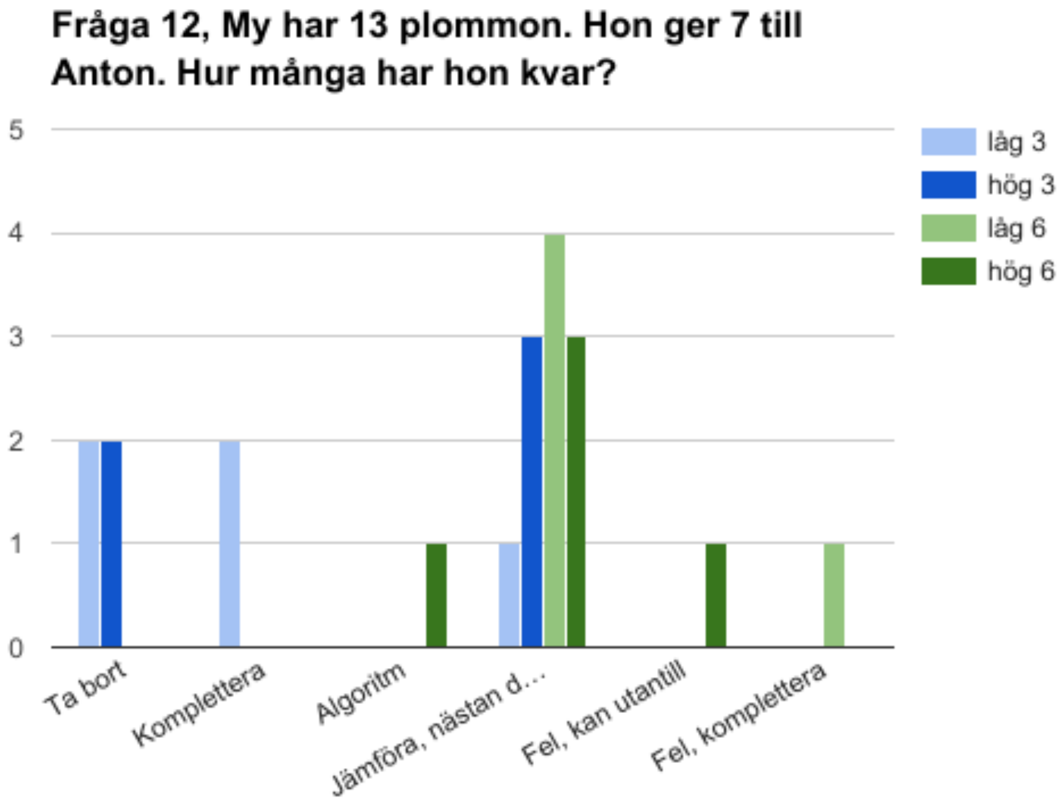
Skillnader: Endast ett fåtal elever använder metoden ta bort.

Fel: 8 elever misslyckas att lösa uppgiften korrekt.

Analys fråga 10 och 11: Vi väljer att analysera dessa två frågor tillsammans eftersom båda är beräkning i subtraktion av två eller tresiffriga tal. Eleverna väljer övervägande att lösa uppgifterna genom subtraktionsalgoritm. Det medför räknefel framförallt för elever i *låg 3* då de glömmer låna från tiotalet vilket även en elev ur *hög 6* gör samt ytterligare två elever från *låg 6*.

Två elever en från *låg 3* och en elev från *låg 6* räknar med metoden talsorter. De utför räkneoperationen så här: 80-50=30, 30-3=27, 27+2=29. Eleverna missar att subtrahera 27-2 utan adderar talen istället, vilket visar att de inte är säkra hur metoden talsort ska användas.

5.13. Fråga 12



Figur 15: fördelning av strategier fråga 12.

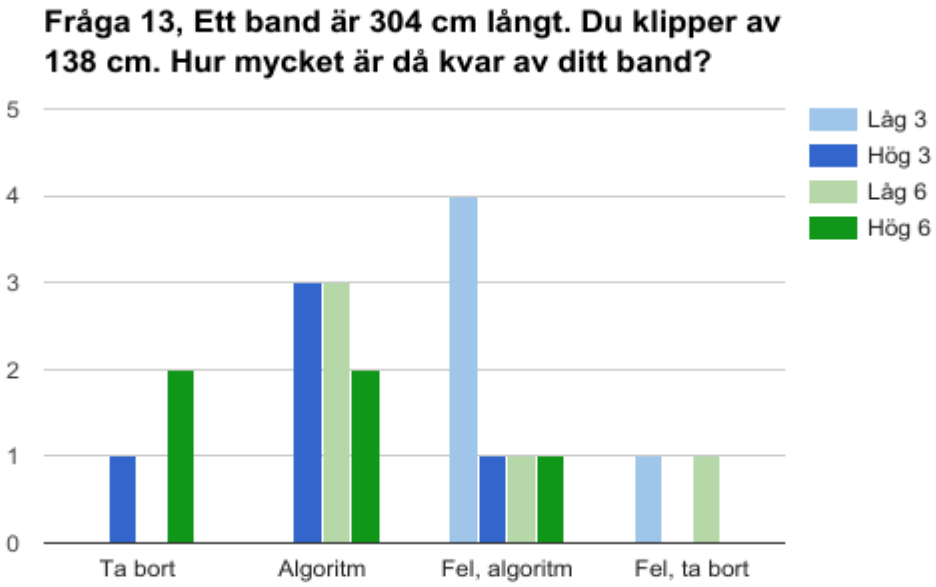
Resultat: 18 elever löser uppgiften korrekt.

Likheter: Flertalet elever löser uppgiften genom metoden jämföra samt att använda kunskaper om ”nästandubblor”.

Skillnader: Fåtal elever använder metoden ta bort.

Fel: 2 elever beräknar fel antingen genom metoden kan utantill eller lägga till.

5.14. Fråga 13



Figur 16: fördelning av strategier fråga 13.

Resultat: 11 elever har rätt svar.

Likheter: 15 elever använder metoden algoritm

Skillnader: 5 elever använder metoden ta bort. Samtliga elever från *låg 3* lämnar felaktiga svar.

Fel: 9 elever lämnar felaktiga svar, mestadels vid algoritmberäkning men även vid metoden ta bort.

5.15. Fråga 14

Figur 17: fördelning av strategier fråga 14.

Resultat: 17 korrekta elevsvar.

Likheter: 14 elever använder metoden komplettera.

Skillnader: Fyra olika metoder används av eleverna, där komplettera är den vanligaste. *Låg 3* utmärker sig genom att 4 av 5 elever misslyckas lösa uppgiften korrekt.

Fel: 3 elever från *låg 3* misslyckas vid beräkning med metoden algoritm samt ytterligare en elev från *låg 3* ger upp.

Analys fråga 12, 13 och 14: Vi väljer att analysera dessa uppgifter tillsammans eftersom samtliga är av typen benämnda subtraktionsuppgifter men inom olika talområden. I fråga 12 som är inom talområde 0-20 använder en elev från *hög 6* algoritmräkning, övriga elever använder huvudräkning, där ”nästandubblor” är den mest frekvent använda strategin av 11 elever. Vi tolkar att eleverna har kunskapen om både ”dubblor” och ”nästandubblor” som de kan tillämpa flexibelt i denna subtraktionsutsaga.

Två elever kommer fram till fel svar i fråga 12, varav en elev från *låg 6*, använder fingrarna och svarar 5, samt en elev från *hög 6* som räknar ut svaret 5 i huvudet, efter uträkningen uttrycker eleven att: “ - jag älskar huvudräkning”. Vi tolkar att eleverna inte har befäst kunskapen om ”nästandubblorna” dvs. inte ännu har kunskaper som bygger på känd talfakta då de båda kommer fram till inkorrekta svar.

I fråga 13 övergår flertalet elever till att använda subtraktionsalgoritm. Av de elever som löser uppgiften korrekt nyttjar just 9 elever subtraktionsalgoritm samt 3 elever löser uppgiften genom huvudräkning. Ingen av eleverna från *låg 3* klarar av att lösa uppgiften samt ytterligare en från *hög 3*, två från *låg 6* samt en från *hög 6* misslyckas. Framförallt är det återigen växlingen som eleverna antingen glömmer eller så växlar de från 0 tiotal.

I fråga 14 använder 15 elever av de som löser uppgiften korrekt, huvudräkning och en elev subtraktionsalgoritm. De kvarvarande fyra eleverna, samtliga från *låg 3* klarar inte att lösa uppgiften korrekt. Vi kan se att det är talsortsberäkningen de misslyckas med. Eleverna får antingen ett tusental för mycket eller för lite eller så saknas ett ental. I denna uppgift syns tydliga skillnader när elever har befäst sina kunskaper om hur vårt talsystem är uppbyggt och kan tillämpa dessa kunskaper jämfört med elever som inte har utvecklat denna kunskap. Detta syns när eleverna nyttjar metoden komplettera d.v.s. lägga till ett ental och ett tusental antingen i huvudet eller skriftligt.

5.16. Sammanfattning och slutsatser

I resultatet synliggörs vilka olika strategier eleverna har använt sig av när de räknar subtraktion. De strategier som förekommit är räkning med algoritmer, räkning med talsorter, räkna nedåt eller uppåt, utnyttja tidigare kunskap om ”dubblor” samt att räkna med fingrarna. I resultatet som bygger på elevernas svar från testet syns inte elevernas tankar. Vid intervjutillfället då eleverna räknade testet fick de högt berätta hur de tänkte. Det visade sig då att flera elever från *hög 6* vände på termerna i subtraktion när de tänkte högt, 7-13=6. Det kan tolkas som att eleven menar att ta bort 7 från 13.
Det har också förekommit missuppfattningar i flera av uppgifterna både i algoritmer, talsorter, nedåt- och uppåträkning samt vid räkning med hjälp av fingrarna.

Syftet med vårt arbete var att få en ökad förståelse kring hur elever tänker vid beräkning av subtraktionsuppgifter. I denna slutsats försöker vi analysera studiens två frågeställningar med våra resultat. Frågeställningarna löd:

• Vilka strategier använder elever i årskurs 3 respektive årskurs 6 då de löser subtraktionsuppgifter?
• Finns det några likheter och skillnader i elevernas strategier beroende på ålder?

Inledningsvis vill vi belysa att *låg 3*:s resultat med avseende på antalet totala rätt skiljer sig från övriga gruppers genom att vara betydligt lägre. Det medför resultatmässigt att övriga tre elevgrupper är mer likvärdiga avseende det totala antalet rätt. Däremot blir det intressant att studera ifall det finns skillnader med avseende på de strategier de olika elevgrupperna nyttjar.

I vårt resultat ser vi att övervägande antalet elever från *låg 3* använder metoden ta bort, genom att räkna nedåt stegvis då de löser subtraktionsuppgifter. Några elever från *låg 6* använder fortfarande fingrarna som stöd. Då elever räknar stegvis nedåt kommer, i de uppgifter när subtrahenden är hög, kommer de antingen av sig i sin nedåträkning eller så räcker fingrarna inte till, eftersom talområdet är högre. En förutsättning för huvudräkning är att elever lär sig flera olika huvudräkningsstrategier och är flexibla i användandet samt reflekterar för att finna den lämpligaste metoden (Löwing och Kilborn, 2003). Detta kan vi se att elever från samtliga grupper utom *låg 3* nyttjar. I likhet med Löwing (2008) visar våra resultat att dessa elever inte lämnat den primitiva samt tidskrävande metoden som stegvis nedåträkning är. Från båda hög-grupperna samt delvis från *låg 6* används talsortsmetoden, kan utantill, dela tal och addition. Det är samstämmigt med Löwing (2008) som beskriver att när elever kan dela tal oberoende av tiotalet, besitter eleverna kunskaper som de har generaliserat samt förstår vårt talsystem. Löwing och Kilborn (2003), liksom Anghileri (2006), nämner att då har elever byggt upp sin inre tallinje och ser att talen är nära varandra som t ex 19-16 eller 51-49. Vilket vi tolkar att elever i denna studie visar på olika vis genom att använda metoderna: kan utantill, kompletterar, räknar uppåt eller ser att skillnaden är liten.

Vi kan tydligt se att kunskaper om tiokamraterna samt ”dubblorna” finns representerade av elever i samtliga urvalsgrupper, eftersom inga anmärkningsvärda skillnader i resultat förekommer grupperna emellan. Vi tolkar det därför som att dessa kunskaper är på god väg att bli befästa av de elever som ingår i vår studie. Löwing (2008) betonar att kunskapen om ”dubblorna” och tiokamraterna kan underlätta för elevernas arbetsminne, vilket vi ser tydliga spår av. Med avseende på kunskapen om ”nästandubblorna” visar våra resultat att *låg 3* inte tillämpar kunskap från ”dubblorna” i lika stor utsträckning som övriga tre grupper. Eleverna använder istället mindre effektiva strategier som att ta bort, genom stegvis nedåträkning eller med fingrarna. Anghileri (2006) nämner också att elever har lätt för att lära sig ”dubblorna” och att utgå från dem när de löser ”nästandubblor” som att 6+7 är ett mer än vad 6+6 är, kan underlätta för elevernas arbetsminne då de utför huvudräkning.

Angående kunskaper om växling över tiotal visar våra resultat att 4 elever från *låg 3* endast räknar nedåt, dock inte över tiotalet som elever från övriga tre urvalsgrupper gör. Våra resultat från *låg 3* är samstämmiga med Löwing (2008) att en vanlig uppfattning hos elever är att subtraktion enbart handlar om att ta bort eller minska. Då elever har denna uppfattning räknar de bakåt i talraden som ofta kan leda till räknefel. Detta fenomen syns tydligt hos en elev från *låg 3* vid uppgiften 51-49, som inte utförs eftersom den enda metoden eleven kommer på är just nedåträkning vilket kändes övermäktigt.

Då vi var intresserade av att se hur elever löser öppna utsagor, där första termen är utelämnad, ser vi att kunskaperna är relativt bra, eftersom endast ett fåtal elever inte klarar uppgifterna. Det återfinns bland *låg 3* felaktiga svar som att: 10-10=20 samt 3-3=90 d.v.s. eleverna uppmärksammar inte att likheten inte stämmer. Vi tolkar detta som att förståelsen för likhetstecknet inte är befäst hos dessa elever. I en uppgift som börjar med okänd term, uttrycker både Löwing (2008), Anghileri (2006) samt Clements och Sarama (2014), visar eleverna ifall de har befäst kunskapen om likhetshetstecknet.

Då vår avsikt även var att undersöka ifall elever har stöd av en kontext eller inte valde vi att ha med båda dessa uppgiftstyperna. Vad vi såg var att elever från *låg 3* inte hade stöd av en kontext eftersom lösningsfrekvensen inte blev bättre trots verklighetsanknytningen. Eleverna ur *låg 3* försökte lösa uppgifterna mestadels genom algoritm, men misslyckades då de glömde att växla från tiotalet. Löwing (2008) beskriver att elevers felräkningar kan bero på att de ännu inte har en god taluppfattning. För att behärska beräkning med algoritm med tiotalsväxling måste eleven ha förkunskaper om talsystemets uppbyggnad. Vi anser att det framgår tydligt att eleverna inte har dessa kunskaper eftersom de använder en metod som de inte behärskar eller har förståelse av. Ännu tydligare framgår detta i sista frågan då 4 elever av 5 från *låg 3* inte har en förståelse i hur vårt talsystem är uppbyggt eftersom de återigen misslyckas att lösa uppgiften. McIntosh (2010) nämner att det tar lång tid att bygga upp förståelse för positionssystemet vilket vi också ser spår av. Övriga elever löser uppgiften mestadels genom att komplettera vilket torde vara den mest lämpliga metoden i denna uppgift.

Anghileri (2006) nämner att när barnet vet att talet 6 kommer efter 5 men före 7, samt kan koppla detta till talmönster som 2+2+2 eller 4+2 och 2+4 eller som ”dubblor” 3+3 osv. så har det stor betydelse för elevens vidare begreppsutveckling. Kunskapen om hur talen relaterar till varandra spelar en nyckelroll för hur barnen befäster sina kunskaper. När eleverna utvecklar denna insikt som Anghileri (2006) uttrycker som ”develop insight and a feel for numbers” är eleverna på god väg att befästa sina kunskaper inom aritmetiken. Vi kan se att då elever uttrycker att de kan utantill, eller säger att: ”- 5 och 3 är 8” visar att de just har dessa kunskaper. I våra resultat ser vi är att fler elever i *hög 3*, *låg 6* samt *hög 6* nämner det jämfört med *låg 3*.

När det gäller resultaten för låg och *hög 6* är de likvärdiga. Det som framkom är att eleverna ur *låg 6* använder fingrarna ofta, och har inte befäst ”dubblor” och tiokamrater på samma sätt som eleverna från *hög 6*. Det tar längre tid för eleverna från *låg 6* att komma fram till svaret. Elevernas olika inställning märktes också tydligt genom att flertalet elever i *hög 6* flera gånger sa att de tyckte att matematik var roligt. Eleverna i *låg 6* fick lägga ner mer tid och energi på testet.

6. Diskussion

6.1. Metoddiskussion

Vi tyckte att vår metod att först göra en kvantitativ undersökning genom insamling av data var ett bra sätt för att få ett urval till vår intervjugrupp. Genom testet av McIntosh (2010) fick eleverna räkna huvudräkningsuppgifter för respektive årskurs. Detta visade sig vara relevant för att nå elever från som låg högt respektive lågt kunskapspsmässigt i årskurs 3. Däremot visade det sig inte lika relevant för att nå de lågpresterande eleverna från årskurs 6.

Studien genomfördes sedan genom att göra en kvalitativ intervjustudie i form av vårt egenkomponerade test som var grundligt föranalyserat genom pilotstudien. Vi lät de 20 eleverna ur våra fyra urvalsgrupper besvara vårt test samtidigt som vi intervjuade dem om deras tankar och val av metod för varje enskild uppgift. Vi tycker det är viktigt att belysa att resultatet i studien inte kan generaliseras och innefattar endast dessa 20 elevers information samt våra egna tolkningar av materialet. Dock tror vi att om någon i framtiden gör en liknande undersökning, där tillvägagångssättet är identiskt med vårt grundantagande, av den grupp vi studerat, kommer troligen inte resultatet att skilja sig väsentligt från andra grupper om 20 elever, som valts ut på motsvarande sätt. Intervjuerna genomfördes i direkt samband med att eleverna besvarade vårt test. Att intervjua eleverna har varit ett effektivt sätt för oss att förstå hur elever tänker när de räknar subtraktion. Det var mycket givande för oss att lyssna på eleverna när de fick tänka högt när de räknade. På detta sätt blev deras strategier och eventuella missuppfattningar tydliga för oss som lärare. Framförallt inspelningen vid intervjutillfällena var ett viktigt hjälpmedel vid analysen och resultatredovisningen, eftersom det reducerade risken att gå miste om eller missförstå betydande information. Samtidigt gav det oss ett detaljerat material till vår analys. Det har dock varit tidskrävande men samtidigt lärorikt. Som blivande speciallärare är det av stor vikt att skaffa sig kunskaper om eventuella svårigheter och missuppfattningar. Citaten som förekommer är elevernas egna ord rörande tankeprocesser, vilket medför att andra personer kan göra sina tolkningar av intervjun.

Vi antar att den främsta förklaringen till att det inte blev någon större skillnad i resultatet, beror troligtvis på att vid vårt urval mellan grupperna *låg 6* och *hög 6*, var *låg 6* inte representerade av de elever som verkligen var lågpresterande på vårt test. Vårt test skulle eventuellt också varit bättre anpassat för de äldre eleverna eftersom i stort sett inga skillnader från *låg 6* eller *hög 6* framkom, däremot såg vi skillnader i val av strategi. Uppgifterna på testet var inspirerat framförallt från Skolverkets Diamantdiagnoser (2016). Uppgifterna är problematiseringar av räknelagar samt strategier vid både muntlig och skriftlig huvudräkning som kräver reflektion från elevernas sida. Vi valde att ha uppgifter både med och utan kontext för att se ifall en mer verklighetsförankrad kontext gör skillnad dels i elevernas resultat samt ifall enklare lösningsstrategier nyttjas.

I litteraturen finns flera olika huvudräkningsstrategier. Vi har jämfört och valt de strategier som vi ansåg vara mest lämpliga för vårt test. Valet föll därför på Löwings (2008) strategier eftersom Skolverket genom Diamantdiagnoserna förespråkar dem.

Vi hade tyvärr otur eftersom det var flera elever från årskurs 6 som svarade att de inte ville vara med i vår studie. Detta påverkade och begränsade vårt urval till elevintervjuerna.

Vi anser att vi har fått svar på våra frågor kring elevers strategier då de beräknar subtraktionsuppgifter samt vilka strategier de använder sig av beroende på ålder. Dock uttrycker sig eleverna olika då de förklarar hur de tänker, vilket har gjort att det ibland har varit svårt att exakt urskilja vilken strategi de använt. Det har även varit svårt att tolka elevsvar då de sa: “ - jag bara vet, jag bara kan”. I denna undersökning har vi tolkat dessa elevsvar att eleverna har en god talfakta som bland annat bygger på kunskapen om att dela upp tal. Vi har därför valt att ha med citat för att andra personer ska kunna göra sina egna tolkningar samt ta del av nyanserna i elevernas svar.

6.2. Resultatdiskussion

Studiens syfte har varit att kartlägga strategier som elever i årskurs 3 och 6 använder vid beräkning i subtraktion. Studien inkluderar även att undersöka om strategierna skiljer sig mellan elever i dessa olika årskurser och urvalsgrupper.

Vår avsikt var att studera ifall någon variation fanns med avseende på metoder elever använder i våra urvalsgrupper. Resultat och analys visade på en liten variation av beräkningsstrategier i *låg 3*. Vi ser en större variation i tillämpningen av huvudräkningsstrategier i övriga grupper. Eleverna från *hög 3*, *låg 6* och *hög 6* använder oftast mer effektiva strategier beroende på uppgiftstyp som var vår avsikt då vi tillverkade testet. Det visades genom att eleverna såg till exempel att skillnaden var liten eller stor direkt, samt uttryckte att det kunde svaret utantill.

Samtliga grupper visade stor färdighet i att tillämpa kunskaperna om tiokamraterna och ”dubblorna”. Anghileri (2008) nämner att elever ofta har lätt för att lära sig ”dubblorna” vilket vi också ser i denna studie. Flera elever i årskurs 6 nämnde att de har arbetat mycket med tiokamraterna i årskurs 1 och 2, och att kunskaperna är befästa och nyttjas, vilket också årskurs 3 eleverna gör.

Strategierna som eleverna i *låg 3* nyttjar är både tids- och minneskrävande, som t ex. nedåträkning, vilket visar att de inte har kommit framåt i sin utveckling att använda fler effektiva strategier. Vår tolkning är att flertalet av elever i *låg 3* inte har förmåga att reflektera över uppgiften eller har förmågan att välja lämplig och effektiv metod vilket Löwing och Kilborn (2003) nämner som viktiga förutsättningar för huvudräkning. Det visade sig genom att eleverna inte kunde dela talet 8 i 3 och 5 utan använde fingrarna eller just nedåträkning. Enligt Löwing (2008) lämnar elever denna metod då de har utvecklat goda och automatiserad talfakta i långtidsminnet. Löwing (2008) nämner även att en vanlig uppfattning är att subtraktion enbart handlar om att ta bort eller minska. Elever som har denna uppfattning om subtraktion brukar subtrahera genom att räkna bakåt i talraden. I sin tur leder detta ofta till räknefel även på enkla uppgifter.

Det syns tydligt att elever från samtliga urvalsgrupper utom *låg 3* kunde generalisera sina kunskaper i ett utökat talområde. Eleverna konstaterade att 7-4=3, oberoende av tiotalet vilket visar att de har förstått vårt 10-bassystem. Enligt McIntosh (2010) kan elever ha svårigheter att förstå positionssystemet på olika nivåer. Det kan vara svårt att tänka sig att en grupp föremål, t ex. tio objekt, kan behandlas som en enhet och uttryckas med symbolen 1. När eleverna väl övervunnit denna svårighet uppstår sällan problem med tvåsiffriga tal vilket ovanstående visar.

Elever från *låg 3* utmärkte sig genom att ha svårigheter att se när två tal är nära varandra, vilket medför att skillnaden blir liten. McIntosh (2010) nämner att det är väsentligt att låta elever få jämföra mängder för att se och upptäcka vad begreppet skillnad är. När elever förstår begreppet och har fått erfarenhet genom att själv laborera och undersöka har de stor nytta av detta i samband med subtraktion. Elever som har byggt upp och skapat en inre tallinje kan lätt se att talen 16 och 19 är nära varandra, precis som 49 och 51, vilket underlättar vid huvudräkning. Löwing och Kilborn (2003) beskriver att se olika samband på tallinjen, t ex. att 9-6 och19-16 på tallinjen båda kan kompletteras med 3. Detta visades sig mycket tydligt att en elev från *låg 3* inte har denna kunskap, eftersom hen ger upp. Eleven ser subtraktionen, 51-49 som att ta bort i 49 steg från 51.

Vi såg i vår studie att elever framförallt använde algoritmberäkning då talområdet utökas till två och tresiffriga tal. Flertalet elever från *låg 3* misslyckades att lösa uppgiften då de använde just algoritmberäkning. Vi såg att elever blandar talsorterna dvs. tiotaltal har skrivits vertikalt under hundratalssiffran. Dock är det mest frekventa felet att eleverna glömde växla eller växlade från 0. Löwing (2008) anser att för att kunna utföra beräkning med algoritm genom lånemetoden med tiotalsväxling måste eleven ha förkunskaper om vårt talsystems uppbyggnad. Vad vi kan ha i åtanke som blivande speciallärare är det Löwing (2008) förespråkar, nämnligen att man konkretiserar uppgiften med pengar, för att eleven ska bli uppmärksam på att man behöver växla. Löwing och Kilborn (2003) menar att en elev som lärt sig en algoritm mekaniskt alltså utan djupare förståelse kan ha svårigheter att byta metod, vilket kanske gäller för en elev från *hög 6*, eftersom hen löste samtliga tvåsiffriga uppgifter just genom algoritmberäkning.

Värt att nämnas är att det i vår studie förekommer att elever använde algoritmberäkning även vid 51-49. Tre elever från årskurs 6, samt två elever från *låg 3*, använde denna metod. Av dessa missade två elever från *låg 3* och en elev från *hög 6* att växla. Samtliga elever från *hög 3* och ytterligare sju elever från *hög 6* och *låg 6* såg att talen var nära. Detta tyder på att eleverna har förmåga att reflektera och att välja en mer effektiv metod. Löwing (2008) uttrycker att man för att kunna utföra beräkningar i huvudet behöver ha en känsla för hur tal är uppbyggda, känna till talens ordning, talens grannar samt vårt positionssystem.

En elev från *låg 3* sa felaktigt arton om talet 81. McIntosh (2010) beskriver att många barn har svårt att koppla samman talsymbolerna, siffrorna med räkneorden. Dels kan det bero på bristande erfarenhet men även på att det är begreppsligt svårt för dem.

Vi kan se spår i övriga urvalsgrupper att elever har blivit förtrogna med en metod som de använde i samtliga subtraktionsuppgifter. En elev i *hög 6* använde frekvent algoritm som metod utan att reflektera på om talområdet är lämpligt. Vår tolkning är att vissa elever som använder algoritm som metod gör det för att de känner sig säkra med denna metod. Vi kan bara spekulera i, om detta kan bero på vilket läromedel eller undervisningsupplägg pedagogerna använder, samt vilka strategier eleverna får ta del av i sin undervisning. Detta är dock inget vi känner till.

En annan strategi som använts av några elever i samtliga grupper är talsortsvisa beräkningar. Talsortsvisa beräkningar är en minneskrävande metod eftersom det är en skriftlig form av huvudräkning med mellanled. Vi såg att några elever inte helt behärskar metoden eftersom de i sista mellanledet väljer fel räknesätt som gör att svaret blir felaktigt. Däremot såg vi i motsvarande uppgift med en kontext att lösningsfrekvensen ökade då eleverna använde metoden talsortsberäkning. Det kan dels bero på att uppgiften är i en kontext och vardagsnära eller på att uppgiften visade sig vara lätt för de elever som har en god förståelse för talsorterna. Dessa elever har kunskaper om vårt talsystem tiobassystem.

Utifrån resultat och analys har vi observerat att några elever, framförallt i *låg 3*, visade brister i hur strategier kan tillämpas vid olika typer av uppgifter. Vad som särskilt blir tydligt var att eleverna håller sig kvar vid enklare och ineffektiva strategier som bland annat upp- och nedåträkning samt fingerräkning. Dowker (2005) och Lunde (2011) nämner att barn med matematiksvårigheter använder sig av få strategier jämfört med barn, som är duktiga i matematik och kan växla mellan strategier beroende på uppgift och problem. Dowker (2005) säger att barn i matematiksvårigheter känner till färre räknelagar jämfört med barn som inte är i matematiksvårigheter.

Vi valde att ha med öppna utsagor som framförallt visar om eleverna har kunskaper om likhetstecknet. Anghileri (2006) beskriver att elever som kan dela upp tal, har en god grund, i motsats till elever som inte har denna förståelse ännu, provar istället olika tal vid öppna uppgifter, för att se om det stämmer. I vår studie ser vi att nästintill alla elever från samtliga urvalsgrupper förstår likhetstecknets betydelse vid öppna utsagor då de har stöd av ”dubblorna” och tiokamraterna. Däremot ser vi att eleverna provar olika tal i uppgift 8 med jämna tiotal samt svarar felaktigt att 87-3 =90, vilket tyder på att likhetstecknet betydelse inte riktigt är befäst. Som blivande speciallärare i matematik anser vi att det är bra att känna till det som Anghileri (2006) skriver om, nämligen att lärare kan hjälpa eleverna få förståelse av öppna utsagor genom att sätta ord på uppgiften. Denna öppna subtraktionsutsaga motsvarar; Hur mycket hade jag från början? Jag gav bort 10 kr och har nu 20 kr kvar. Vidare nämner Anghileri (2006) att för elevers matematikutveckling är det viktigt att låta eleverna själva sätta ord på, undersöka samt laborera med olika subtraktionsutsagor som de får presenterade för sig. Anghileri (2006) förespråkar liksom Löwing (2008) kunskapen om att kunna dela upp tal i talfamiljer, vilket kan underlätta förståelsen av öppna utsagor, samt se att samband mellan addition och subtraktion. När elever har kunskapen och kan dela upp talet 93 i 90 och 3, samt att laborera med denna talfamilj i båda räknesätten (3+90=93; 90+3=93, 93-3=90; 93-90=3) får de lättare för att lösa öppna utsagor som börjar med en okänd term.

Avslutningsvis vill vi nämna att det tydligt syns att flertalet elever från *låg 3* inte kan tillämpa kunskaperna om vårt talsystems uppbyggnad. I sista uppgiften framkommer att fyra elever av fem inte uppmärksammar att det är ett ental och ett tusental som saknas. Vad vi tar med oss från denna upptäckt i vidare undervisning är det Anghileri (2008) förespråkar, nämligen användning av ”arrow cards” s.k. platsvärdeskort. T ex. kan talet

432 byggas upp med olika stora talbrickor. En bricka för 400, en för 30 samt en sista entalsbricka för 2, för att förtydliga att 4 står för 4-hundratal, 3 står för 3-tiotal och 2 för 2 ental. McIntosh (2010) nämner en liknande metod genom att använda ”dragspelsremsor”, som kan vecklas ut och ihop igen, och som synliggör hundratal, tiotal och ental. Dessutom nämner McIntosh (2010) att det tar lång tid att bygga upp förståelse för positionssystemet. Det räcker inte med en enskild aktivitet, utan många varierande erfarenheter, med olika representationer som betonar olika aspekter, gör att förståelsen växer. Ett strukturerat tiobasmaterial är att föredra framför pengar eller stickor (a.a.). Fördelen med tiobasmaterialet är att tiotalsstaven är exakt 10 gånger så stor som entalskuben samt hundraplattan är exakt tio gånger så stor som tiotalsstaven och slutligen tusentalskuben är 10 gånger så stor som hundraplattan.

6.3. Specialpedagogiska implikationer

Enligt nuvarande läroplan ska eleverna under hela grundskolan få möjlighet att utveckla kunskaper i hur huvudräkningsstrategier kan tillämpas i olika matematiska och vardagliga sammanhang (Skolverket, 2011) enligt Lundberg och Sterner (2009), en mera generell kunskap som innefattar svårigheter att nå kunskapsmålen i matematik. Oftast yttrar sig svårigheterna för de yngre eleverna inom tal och räkning. Eleverna kan visa brister i taluppfattning, ha svårt att lära sig talfakta och att snabbt hämta fram det ur minnet. Barnen kan även ha svårt med att genomföra räkneoperationer. Det kan yttra sig i form av automatiseringssvårigheter då eleven inte snabbt får fram talfakta men det kan även handla om de har svårt att förstå talbegrepp, siffror och symboler, som i sin tur leder till att räkneoperationer påverkas. Som blivande speciallärare är det vår uppgift att ta reda på vilka strategier eleverna använder, eventuella missuppfattningar och hur eleverna tänker. När vi vet elevernas tankar kan vi också förstå och bygga vidare på deras kunskaper.

Butterworth och Yeo (2009) menar att en strukturerad undervisning behövs för elever med svårigheter i matematik. De tre viktiga byggstenar är; kunskaper om talsystemet, en grundläggande taluppfattning samt att kunna utföra matematiska beräkningar. I vår studie märks det tydligt att flertalet elever ur både låg och *hög 6* har tränat tiokamrater och ”dubblorna” mycket i skolan vilket också visar sig när de räknar huvudräkning i

vårt test. ”Dubblorna” och tiokamraterna är automatiserade och flertalet av eleverna från årskurs 6 kommer fram till svaren direkt genom att utnyttja sina kunskaper vid uträkningar om ”dubblor” och ”nästandubblor”.
Butterworth och Yeo (2009) betonar att pedagoger ska använda ett enkelt språk som eleverna förstår. Det är fördelaktigt att ha många övningar och gärna överinlärning samt repetera ofta eftersom elever med dyskalkyli ofta glömmer det de tidigare verkar ha behärskat.

McIntosh (2010) betonar att det viktigt att räkna muntligt. Att i helklass tillsammans räkna både uppåt och nedåt, skutträkna i steg om både 2, 5 och 10 stärker förståelsen för mönstret i talsystemet samtidigt som det ger ett värdefullt stöd vid huvudräkning. Att låta elever stafetträkna och hålla en jämn takt och rytm utan tankepauser gynnar inlärning.

I de tidiga skolåren bör pedagoger enligt Löwing (2008) arbeta i stor omfattning med talfamiljer, gömma tal och se mönster vilket gynnar elevers taluppfattning. Vidare betonar Löwing (2008) att för att kunna utföra beräkningar, både i huvudet och skriftligt behöver eleverna ha en god taluppfattning. Enligt Löwing (2008) är det centrala att eleverna behärskar tabellerna i de fyra räknesätten.

6.4. Förslag till fortsatt forskning

Om vi skulle undersöka vidare tycker vi att det skulle vara intressant se vilka strategier elever använder sig av i andra länder när de räknar subtraktion jämfört med Sverige. Det hade även varit intressant att undersöka hur undervisningen ser ut gällande strategier i subtraktion i andra länder.

7. Referenser

Anghileri, Julia (2006). *Teaching number sense*. (2 uppl.) London; New York: Continuum.

Bell, Judith (2006). *Introduktion till forskningsmetodik*. 4., [uppdaterade] uppl. Lund: Studentlitteratur.

Butterworth, Brian (2003). *Dyscalculia screener*. London; nferNelson.

Butterworth, Brian & Yeo, Dorian (2009). *Dyskalkyli. Att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter*. Stockholm: Natur & Kultur.

Butterworth, Bevan & Landerl (2004); *Dyscalculia guidance: helping pupils with spefific dificulties in math*. London nferNelson.

Björnström, Magnus (2011). Föreläsning via web. Hämtad från 2017-04-27. http://www.ur.se/Produkter/161030-UR-Samtiden-Underbar-matematik-Vad-vet-vi-om-dyskalkyli

Bryman, Alan (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder.* 2., [rev.] uppl. Malmö: Liber.

Clements, Douglas H. & Sarama, Julie (2014). *Learning and teaching early math: the learning trajectories approach*. Second edition.

DCSF (2008). *Department for children, schools and families. Evaluation of the making good project pilot: interim report*. London;pricewaterhouse Coopers LLP.

Denscombe, Martyn (2016). *Forskningshandboken:för småskalig forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna.* 3. Lund: Studentlitteratur AB.

Dowker, Ann (2005). *Individual Differences in Arithmetic. Implications for Psychology, Neuroscience and Education*. Hove:Psychology Press Ltd.

Engström, Arne (2015). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik.* Karlstad: Karlstads universitet. (92 s.)

Griffin Sharon (2007). *Early Intervention for Children at Risk of Developing Mathematical Learning Difficulties.* I Berch, D. B., Mazzocco, M.M.M. (Red.), Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. Baltimore, Md:Paul H. Brookes Pub. Co.

Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. (2002). Stockholm: Vetenskapsrådet.

Johansson, Bo (2011). *Varför är subtraktion svårt*? Kunskapsförlaget.

Kilpatrick, Jeremy, Swafford, Jane & Findell, Bradford (red.) (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics.* Washington, D.C.: National Academy Press.

Lundberg, Ingvar & Sterner, Görel (2009). *Dyskalkyli- finns det?Aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal.* Göteborg: Livréna tryck AB.

Lunde, Olav (2011). *När siffrorna skapar kaos: matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv.* (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Löwing, Madeleine & Kilborn, Wiggo (2003). *Huvudräkning: en inkörsport till matematiken*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, Madeleine (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur.

McIntosh, Alistair (2010). *Förstå och använda tal: en handbok*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet.

Plomin, R. & Kovacs, Y (2005). *Generalists genes and learning disabilities*. Pshycological Bulletin. 131(4), 592-617.

Price Gavin R., Mazzocco M. Michéle., Ansari Daniel (2013). *Why mental arithmetic counts: brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores.* J. Neurosci. 33, 156–116 10.1523/JNEUROSCI.2936-12.2013.

Rockström, Birgitta (2000) *Skriftlig huvudräkning: metodbok*. 1. uppl. Stockholm: Bonnier utbildning.

Sjöberg, Gunnar (2006). Om det inte är dyskalkyli - vad är det då? (Doktorsavhandling, Umeå: Umeå universitet).

Svensk författningssamling (SFS). 2011:186. Stockholm: Utbildningsdepartementet. Skolverket (2011).

Torgesen, Joseph (2001). *The Theory and practice of intervention: comparing outcomes from prevention and remediation studies.* I A. S Fawcett (red, Dyslexia-Theory and good practice (s 185-202). London; Whurr publishers.

Wasik, B.A. & Slavin, R.E. (1993). *Preventing early reading failure with one-toone tutoring: A review of five programs.* Reading Research Quarterly, 28(2), 179–200.

Wright, Robert J. (2000). *Early numeracy: assessment for teaching and intervention.* London: Paul Chapman.

Skolverket. Diamantdiagnoser. Skolverket (2016). Hämtad 2017-04-22 från, https://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.193717!/1_Aritmetik.pdf

Bilaga nr: 1

Test

8-3 = ___ liten skillnad

15 - 3 = ____ stor skillnad och talsorter utan tiotalsövergång

19 - 18 = ___ liten skillnad

10 - ____ = 7 tiokamrater

16 - ___ = 8 ”dubblor”

51 - 49 = __ tal nära med tiotalsövergång

81 - 3 = ___ stor skillnad med tiotalsövergång

___ - 10 = 20 öppna utsagor, endast tiotal

___ - 3 = 90 öppna utsagor, stor skillnad

Beräkna 82-47 talsorter, tiotalsövergång
Svar: _________

Beräkna 146-69 skilja på talsorter, tiotalsövergång, hundratalsövergång

Svar: _________
My har 13 plommon. Hon ger 7 till Anton. Hur många har hon kvar?

Svar: __________ ”nästandubblor”, tiotalsövergång

Ett band är 304 cm långt. Du klipper av 138 cm. Hur mycket är då kvar av ditt band?
Svar: ____________ talsorter, tiotalsövergång, hundratalsövergång

Malin sparar till en cykel som kostar 4000kr. Hon har sparat ihop 2999kr. Hur mycket pengar fattas hon för att kunna köpa cykeln?
Svar: _________ talsorter, tiotalsövergång, hundratalsövergång, tusentalsövergång

Bilaga nr:2

Missivbrev till föräldrar/vårdnadshavare

Kristianstad 2017-02-10

Hej!

Vi är två grundskollärare inom matematik, Christina Svahn och Lisbeth Svensson som läser sista terminen på speciallärarutbildningen på Högskolan i Kristianstad. Vi har nu påbörjat vårt examensarbete om elevers lärande i matematik när det gäller subtraktion. Vår förhoppning med studien är att den ska utgöra en fördjupad kunskap om hur barn hanterar subtraktion i syftet att kunna möta och stödja elever i vår framtida roll som speciallärare i matematik. För att kunna genomföra vår studie behöver vi samarbeta med elever i våra respektive verksamheter.

Det innebär att vi vill träffa 10 elever i klassen under ett tillfälle där vi intervjuar ert barn kring strategier i subtraktion. Som dokumentation har vi valt att filma intervjun.

Deltagandet i undersökningen är givetvis frivilligt. Alla uppgifter kommer att avidentifieras innan de används, vilket innebär att varken skola eller elever ska vara igenkännbara i vår redovisning. De filmade sekvenserna kommer bara att användas i vårt eget examensarbete och inte visas i andra sammanhang. Du/Ni har också möjlighet att i efterhand få ta del av den information som samlats in inom ramen för studien samt att läsa vårt arbete.

Om barnet vill delta i vår studie och Du/Ni är positiva till detta behöver vi ert skriftliga samtycke. Fyll i svaret längst ner på sidan och lämna till mentor senast måndagen 6 mars.

Välkommen att maila om Du har frågor!

Christina.svahn@skola.trelleborg.se
Lisbeth.svensson@edu.tomelilla.se

Vänliga hälsningar
Christina Svahn
Lisbeth Svensson

____

(Barnets namn)

( ) får delta

( ) får inte delta

Förälders/vårdnadshavares underskrift: ____________________________________

Bilaga nr:3

Förstå och använda tal, utdrag från Test 3

Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som din lärare säger. Skriv bara svaret.

1. 4+7
2. 14-6
3. 19-9
4. 50+30
5. 60+80
6. 120-50
7. 3+8+7
8. 13+18
9. Dubbelt så mycket som 15

Lös följande uppgifter. Visa hur du räknar.

10. 32+26

11. 67+58

12. 181-63

Bilaga nr: 4

Förstå och använda tal, utdrag från Test 6

Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som din lärare säger. Skriv bara svaret.

1. 7 x 8
2. 150-80
3. 0,6+0,8
4. 64-16
5. 37+75
6. 24x6
7. Hälften av 92
8. 56/4

Lös följande uppgifter. Visa hur du räknar.

9. 85+119

10. 432-157

11. 2,09+0,1

12. 67x4