

# **Problemlösning i matematik**

## **Hur stort utrymme ges i undervisningen?**

**Simon Ottosson**

# Innehållsförteckning

<b>1. Inledning.....</b>	<b>3</b>
1.1 Bakgrund.....	3
1.2 Syfte.....	3
1.3 Frågeställning.....	3
<b>2. Teori.....</b>	<b>4</b>
2.1 Vad menas med problemlösning i matematik?.....	4
2.2 Styrdokumentet om problemlösning.....	4
2.3 Ger problemlösning förståelse för matematik?.....	5
2.4 Olika former av uppgifter.....	6
2.4.1 Övningar.....	7
2.4.2 Problem.....	7
<b>3. Metod.....</b>	<b>9</b>
<b>4. Resultat.....</b>	<b>10</b>
4.1 Matte Direkt.....	10
4.2 Mattestegen.....	11
4.3 Megamatematik.....	12
4.4 Tetra C.....	14
4.5 Matematikboken.....	16
4.6 Sammanfattning av litteraturstudien.....	17
4.7 Enkät svar.....	17
4.8 Intervju.....	19
<b>5. Analys.....</b>	<b>20</b>
<b>6. Diskussion.....</b>	<b>21</b>
<b>7. Sammanfattning.....</b>	<b>23</b>
<b>8. Referenser.....</b>	<b>24</b>
8.1 Tryckta källor.....	24
8.2 Elektroniska källor.....	24
<b>Bilaga 1.....</b>	<b>26</b>
<b>Bilaga 2.....</b>	<b>27</b>
<b>Bilaga 3.....</b>	<b>29</b>

# Problemlösning i matematikundervisningen

## 1. Inledning

### 1.1 bakgrund

Skolverkets kvalitetsgranskning om lust att lära med fokus på matematik visar att elevers lust till ämnet har minskat. Anledningen är att undervisningen har för stort fokus på läroboken. Detta får till följd att antalet räknade tal blir viktigare än själva förståelsen och nyttan av matematiken (Skolverket, 2003). Många elever kan inte se nyttan med att lära sig matematik. Matematikundervisningen består i stort sett av genomgång och därefter enskilt arbete i boken där läraren går runt och hjälper eleverna individuellt. Eleverna tycker att detta arbetssätt är monotont och det blir viktigare med antalet räknade tal än förståelse för ämnet. Detta beror på att uppgifterna i boken anses vara tråkiga och ger ingen förståelse. Eleverna blir inte stimulerade till att vilja räkna. Eftersom undervisningen lägger stor vikt vid läroboken är det viktigt att denna stimulerar eleverna till att vilja lära.

Enligt läroplanen för matematik på grundskolan har undervisningen syftet att skapa ett intresse hos eleven för matematik. Eleven ska kunna uttrycka sig med matematikens språk, lära sig att se det estetiska i matematiska mönster och samband, samt uppleva glädje över att förstå och lösa problem (Skolverket, 1994). För att undervisningen ska uppfylla dessa krav krävs det att eleven inte enbart lär sig att hantera de matematiska verktygen, eleven måste även få förståelse för ämnet. Marton (2000) skriver att för att nå detta mål krävs det att eleverna får arbeta kreativt och undersökande för att finna egna samband. Enligt Newton (2003) måste eleven även ges utrymme för att få reflektera och argumentera för sina lösningar. Bergsten (1997) menar att utan det matematiska språket tappar man själva betydelsen och begreppen får ingen mening. I skolverkets rapport, Lusten att lära (skolverket, 2003) skriver man att med hjälp av språket utvecklas matematiska begrepp och eleven blir medveten om sitt kunnande.

### 1.2 Syfte

Syftet med denna uppsats är att undersöka dels hur stor del problemlösning som eleverna får arbeta med i några valda läromedel samt hur verksamma lärare arbetar med problemlösning.

### 1.3 Frågeställning

De frågeställningar som jag ska besvara med detta arbete är följande:

- *Hur stort utrymme får problemlösning i kurslitteraturen?*
- *Hur arbetar och vilken uppfattning har verksamma lärare om problemlösning?*

## **2. Teori**

### **2.1 Vad menas med problemlösning i matematik?**

Problemlösning i matematik är ett brett begrep. Alla former av matteuppgifter ställer eleven inför någon form av problem. Men vad menas då med problemlösning?

Enligt Skoogh (1991) ska eleven dels få analysera uppgiften, tänka igenom situationen och vilken metod som bör användas, för att sedan försöka lösa uppgiften med hjälp av den valda metoden. Enligt Newton (2003) är syftet med problemlösning i matematik att få eleven att tänka. Eleven ska inte med problemlösning lära sig hantera de matematiska verktygen, utan finna sätt att använda dem på. Genom att arbeta utifrån ett problem får eleven tillägna sig både teoretiska ämneskunskaper och praktikerkunskaper. Eleven ser då direkt en koppling till sin egen verklighet. Många uppgifter av typen problem har oftast egenskapen av att till ytan verka enkla. Detta har fördelen att eleverna då hinner sätta sig in i problemet innan de kommer till svårigheterna. De har även den fördelen att de kan lösas på olika nivåer. Både starka och svaga elever kan arbeta med samma uppgifter.

### **2.2 Styrdokumentet om problemlösning**

Enligt läroplanen för matematik på högstadiet ska utbildningen ha till syfte att utveckla elevens intresse för matematik. Eleven skall även ges möjlighet till att upptäcka mönster, samband, former samt att uppleve tillfredställelse och glädje över att kunna förstå och lösa problem (skolverket, 1994). För att eleven ska ges denna möjlighet krävs det att uppgifterna i läromedlen är av varierande slag. Dels krävs det uppgifter som tränar eleven i de matematiska grunderna. Men det måste även finnas uppgifter som tar steget längre och låter eleven tänka ut sin lösningsmetod där de matematiska grunderna bara är redskapet och inte själva kärnan i problemet. Endast med sådana uppgifter kan eleven känna glädje över att kunna förstå och lösa problem. Bergsten (1997) menar att en av de starkaste drivkrafterna bakom matematikens utveckling är behovet av att lösa olika typer av problem. Det kan vara laborativa problem, observerade fenomen eller rent matematiska problem.

Enligt läroplanen för matematik är matematiken en levande mänsklig konstruktion. Matematiken ska omfatta skapande, utforskande verksamhet samt intuition. Vardagliga problem ska formuleras inom matematiken och sedan studeras med matematiska metoder. Resultatets värde beror på hur väl modellen beskriver problemet. Problemlösning har en central plats i matematikämnet. Problem kan vara av varierande slag. Många problem kan lösas direkt utan matematiska uttrycksformer. Andra problem behöver matematiska begrepp och metoder för att kunna lösas (Skolverket, 1994). För att behärska matematik på ett tillfredställande sätt krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer.

### **2.3 Ger problemlösning förståelse för matematik?**

Syftet med problemlösning ska enligt Marton (2000) vara att eleven får tillämpa tidigare kunskaper i nya situationer. Eleven kommer då att förstärker den verkliga förståelsen av sina kunskaper. Detta stämmer väl överens med vad Newton (2003) skriver. Han menar att genom användande av tidigare kunskaper i nya situationer ger eleven möjlighet att finna samband, något som ligger till grund för förståelse. Problemlösning kan utifrån detta mål definieras som något som förbättrar förståelsen inom ämnet genom att knyta an tidigare kunskaper. Genom själva problemlösningssprocessen utvecklar man sitt eget tänkande. Att problemet är

utmanande är även enligt Bergsten (1997) psykologiskt en av de starkaste drivkrafterna till att lära. Newton (2003) menar att genom förståelse skapar vi ordning i våra mentala världar. Detta därför att förståelse är en kunskap som skapar samband mellan detaljer. Enligt Stensmo (2004) har även tidigare pedagoger som Piaget och Dewey ansett att undervisningens syfte ska vara att stimulera till förståelse. Piagets mål med utbildningen ska ha varit enligt Stensmo att skapa individer som kan göra nya saker, inte bara upprepa vad tidigare generationer gjort. Fördelar med förståelse framför inläring som här menas att eleven endast kan återge andras tankar har visats i olika studier. Två amerikaner, Hiebert och Wearne (1996) genomförde en sådan studie på barn från klass 6-9 som läste matte. Undersökningen byggde på en teori om att elever når förståelse om de själva får skapa samband. Eleverna arbetade med addition och subtraktion med flersiffriga tal. Lektionen var inte inriktad på att lära eleverna någon särskild algoritm utan de fick själva finna egna metoder och sedan förklara dem. Hiebert och Wearne kunde visa att de elever som hade förståelse för sina metoder kom lättare ihåg saker och gjorde snabbare framsteg. Förståelsen hjälpte även eleverna att välja bättre metoder. De drog slutsatsen att med förståelse kan man lättare använda kunskapen i olika sammanhang och man kommer lättare ihåg det inlärd materialet. Enligt Newton (2003) får förståelse även människor att tänka själva, inte bara göra på ett sätt som andra har gjort tidigare.

Hur ska då undervisning bedrivas för att stimulera till förståelse?

Newton (2003) menar att förståelse inte är något som kan läras ut. Eleven måste själv finna sambandet. Däremot så är förståelse omöjligt utan detaljkunskap enligt Bergsten (1997). Memorering av fakta är därför nödvändigt för att kunna skapa sig en förståelse av ämnet. Vissa områden så som taluppfattning, rimlighetsbedömning, huvudräkning och överslagsräkning är därför viktiga att behärska för att bli en bra problemlösare. Detta är ganska logiskt, eftersom man inte kan bilda sig en uppfattning om något man inte känner till. Men undervisningen får inte stanna vid att enbart lära ut kunskaper som ska memoreras. Eleven måste även få tid att reflektera och använda sina kunskaper i olika sammanhang.

Dewey (2004) hade teorier om att undervisningen skulle bedrivas på ett sätt där eleverna var aktiva. För detta ändamål myntade han begreppet ”learning by doing”. I hans teorier finns ett stort förtroende på elevens vilja att lära. Eleven är motiverad genom ett socialt behov, nyfikenhet, lust och estetiskt intresse. Stensmo (1994) menar att Dewey ansåg att lärarens roll var att handleda och stimulera till lösning av olika problem. Förståelseprocessen kan även stödjas genom att göra eleverna delaktiga i undervisningen. Det finns ingen studie som visar på vilken undervisningsform som är bäst lämpad för att stödja förståelseprocessen, men enligt Newton (2003) ska undervisningen skapa ett kreativt lärande. Det vill säga, eleverna ska få utrymme att upptäcka, föreställa sig och göra antaganden.

Det finns forskning som visar att kunskap blir befäst om den får många anknytningspunkter i elevens minne. Magne (1998) menar att om något knyts ihop med tidigare kunskaper och minnen blir det lättare att komma ihåg. Enligt honom kan Inlärningsprocesserna sammanfattas i tre punkter.

1. Kunskap bör huvudsakligen ges i den miljö som den ska tillämpas.
2. Förmedlad kunskap i skolan riskerar att inte förankras i elevens verklighet.
3. Beskrivningar kan eleven förstå men får ingen mening förrän den blir konkret.

Efter dessa punkter är det viktigt att matteundervisningen görs verklig för eleven. Ett stort utrymme måste ges till att jobba med matematik som knyter an till den verklighet och erfarenheter som eleverna har. För att eleverna ska kunna skaffa sig förståelse är det även viktigt att de tycker att arbetsformen är rolig. I skolverkets rapport ”Lusten att lära” fick elever ge exempel på roliga och lärorika lektioner. Många elever tog då upp arbete med

problemlösning i grupp. Detta kunde tex gå till så att eleverna själva fick välja svårighetsgrad på problemen och sedan redovisa lösningarna för varandra (Skolverket, 2003).

## 2.4 Olika former av problemlösning

Problemlösning i matematik är som skrivits tidigare ett brett begrep. Det finns en mängd olika former av problemlösning. Alla matematiska uppgifter kan ses som problemlösning. Men endast uppgifter som stärker tidigare kunskaper kallar vi för problem här. Man kan efter denna definition indela matematiska uppgifter i två kategorier: övningar och problem.

### 2.4.1 Övningar

Övningar är matematiska uppgifter som har till syfte att ge träning i ett eller flera matematiska verktyg. Eleven får här inte möjlighet att använda tidigare kunskaper i någon ny situation, som Marton (2000) menar att problem ska göra. Exempel på en sådant uppgift kan vara av typen:

*Vilket värde har  $X$  i följande uppgift?*

$$3X + 3 = 15$$

Enligt Anghileri (2000) har uppgifter av denna typ till syfte att träna upp två faktorer som är viktiga för att förstå ekvationer och ekvationslösning. Dessa faktorer är uppfattningen av bokstävernas och likhetstecknets betydelse. Andra typer av uppgifter som jag klassar som övningar är följande:

*Ett rätblock har längden 3 cm, djupet 4cm och bredden 5 cm. Beräkna rätblockets volym.*

Denna typ av uppgift har endast till syfte att träna hur man räknar fram volymen. Enligt Newton (2003) löser en del elever denna typ av problem med något som kallas medel-mål-analys. Med detta menas att man arbetar baklänges utifrån vilket matematiskt verktyg som uppgiften har till syfte att träna. I detta fallet skulle eleven veta att det är tre tal som ska multipliceras. Eleven kommer då helt automatiskt att multiplicera talen i uppgiften utan någon reflektion om varför. Newton medger att detta är en effektiv strategi men att det inte stimulerar till någon förståelse mer än, i detta fallet själva tränandet av att multiplicera.

Ytterligare en typ av uppgifter som kan klassas som övning är uppgifter där eleven ska konstruera något genom att direkt följa anvisningar. Ex. på en sådan uppgift kan vara:

*Rita grafen till följande funktion:*

$$Y = 2X + 3.$$

Uppgifter av denna typen stärker inte tidigare kunskaper utan har endast till syfte att träna eleven i vad som menas med en funktion.

### 2.4.2 Problem

Den andra typen av uppgifter är problem. Eleven får här använda sig av tidigare kunskap i nya situationer. Denna typ av uppgifter ställer krav på pedagogen att utforma. Det finns en mängd olika typer av problem beroende på vad de tränar och vilket tillvägagångssätt som krävs för

att lösa dem. Den vanligaste typen av problem är läsuppgifter. Dessa problem kräver att eleven genom att få information genom text kan tänka ut vilket eller vilka matematiska verktyg som behövs för att lösa problemet. Läsuppgifter är ofta verklighetsanknytna vilket ger eleven förståelse för matematikens nytta i samhället. Läsuppgifter kan även lösas på olika sätt beroende på elevens förståelse för uppgiften. Skillnaden mellan läsuppgifter som klassas som övningar och de som klassas som problem är hårfint. Övningar av denna typen säger rakt ut vad som ska göras med värdena medan i problem är det just denna upptäckt som är själva kärnan. Ex. på läsuppgift som klassas som problem är:

*Höjden i en rektangel är  $\frac{2}{3}$  av basen. Rektangelns omkrets är 15 cm. Beräkna arean.*

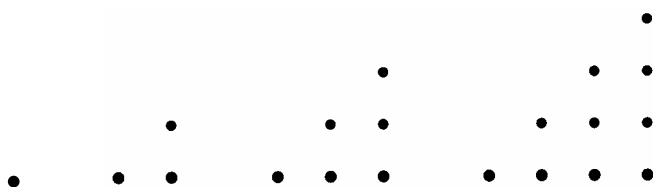
Enligt Bergsten (1997) tränas eleven här i matematisering, då uppgiften kräver att eleven kan ställa upp en ekvation. Med detta menas att eleven tränar sig i att uttrycka sig med algebraiska uttryck som beskriver något konkret. Detta är inte vardagskunskap utan måste tränas medvetet. En liknande uppgift är:

*Mattias betalade 34 500 kr i årsränta på ett banklån. Räntan ökade till 40 020 kr, när räntesatsen höjdes med två procentenheter.*

- a. Hur stort banklån hade Mattias?
- b. Vilken räntesats hade lånet före höjningen?

Uppgiften både tränar och stärker förståelsen för ett matematiskt verktyg. Eleven blir även tränad i matematisering. Ett klassiskt läsproblem är Eric the sheep (se bilaga). En annan typ av uppgift som klassas som problem är undersökande problem. Dessa problem löses genom att eleven får upptäcka något eller avläsa något, till exempel tabeller och diagram som den sedan drar slutsatser från. Exempel på denna typ av problem är:

*Punkter som bildar trianglar kallas för triangeltal. Talen 1, 3, 6, 10 är exempel på sådana tal. Finn ett mönster så du kan förutsäga ytterligare triangeltal.*



Denna typ av uppgift kräver enligt Bergsten (1997) att eleven har en god taluppfattning och tränar förmågan att se samband och mönster. Eleven ges även möjlighet att argumentera och föra resonemang om tal. Uppgifter av denna typen har även fördelen att både starka och svagare elever kan finna en lösning. Uppgiften måste inte genomarbetas från början till slut. Eleven kan själv välja lösningsnivå beroende på förkunskaper.

Uppgifter som eleven arbetar med genom att testa och laborera sig fram är ytterligare en form av uppgifter som kan klassas som problem. Kravet för detta är då att eleven får använda sina tidigare matematiska kunskaper för att finna en lösningsmetod. Bergsten (1997) menar att med laborativa arbetsformer görs det även möjligt för eleven att förstå hur matematiken kommer in och har ett syfte. Exempel på ett laborativt problem är:

*Skaffa sax, tejp och ett A4- papper. Av papperet ska ni tillverka en öppen ( utan topp och botten) cylinder som har en så stor volym som möjligt. Det är tillåtet att klippa isär papperet och tejpa ihop bitarna igen.*

Andra typer av uppgifter där eleven ska samla in data och sedan analysera eller använda kan vara att till exempel mäta skolans akvarium och sedan beräkna dess volym, eller att rita olika trianglar för att övertyga sig om att vinkelsumman alltid är 180 grader. De mest klassiska typerna av problem som eleven löser genom att undersöka och testa är olika former av pussel. Exempel på ett sådant pussel är Tower of Hanoi ( se bilaga).



### 3. Metod

Den metodform jag använt mig av är en litteraturundersökning samt en enkätundersökning. Jag har i teoridelen gått igenom de teorier som jag lutar mig mot i undersökningen.

I litteraturundersökningen har jag undersökt vilka typer av uppgifter som förekommer i läromedlen samt hur stor del av dessa som kan klassas som problem. För att kunna göra detta har jag i teoridelen indelat de matematiska uppgifterna i kategorier. Jag har efter övervägande indelat uppgifterna utifrån vad eleverna förväntas att lära sig samt hur de bör gå till väga för att arbeta med de olika uppgifterna. Efter att ha gått igenom vilka sorters uppgifter som förekommer i de olika läromedlen bestämde jag mig slutligen för att indela uppgifterna i två grupper, övningar och problem. Jag har i teoridelen förklarat vad jag menar med de olika grupperna. Gruppen problem är en stor grupp och det finns många olika former av uppgifter som passar här. Detta på grund av att matematiska problem kan träna olika områden och arbetsformen kan variera. Jag har med anledning av detta haft funderingar på att dela in gruppen problem i undergrupper. Men för att inte göra undersökningen rörig har jag beslutat mig för att klassa alla problem i samma grupp. Det skulle även vara svårt att urskilja vilka problem som tillhörde rätt grupp. Det är redan svårt att urskilja om en läsuppgift ska klassas som övning eller problem.

Indelningen av uppgifterna ser alltså ut på följande sätt:

- Övningar
- Problem

I undersökningen har jag klassificerat uppgifterna i läromedlen för att undersöka hur stort utrymme som klassen problem får. Jag har även med hjälp av denna klassificering kunnat undersöka hur varierande uppgifterna är i de olika läromedlen. För att kunna klassificera en uppgift till en viss kategori har jag använt mig av min definition från teoridelen.

Undersökningen är inriktad på kurslitteratur för årskurs 9. Anledningen till att jag valt högstadiet är att kurslitteraturen inte är lika varierande här som på gymnasiet, där programmets inriktning styr innehållet av kurslitteraturen. Jag har valt kurslitteratur för årskurs 9 eftersom eleverna har här fått de matematiska redskapen, vilket kan ge utrymme för problemlösning. Läromedlen som jag valt att undersöka är följande:

Matte Direkt år 9, utgiven år 2003.

Mattestegen C (vår och höst), utgiven år 2003.

Megamatematik (grundbok för årskurs 9), utgiven år 2001.

Tetra C, utgiven år 2000.

Matematikboken Z röd, utgiven år 1997.

Dessa böcker var de nyaste jag kunde få tag på. Matte Direkt kom jag i kontakt med under en av mina VFU-perioder. Samtliga böcker tycker jag verkar bra och riktar sig till alla elever. Enligt grundskolereformen (2007) tar de upp de centrala momenten som ska ingå i utbildningen.

Utöver litteraturundersökningen har jag skickat ut en enkät till tolv stycken lärare som sju lärare besvarat. Jag gjorde även en längre intervju med en av dessa lärare. Av de lärarna som jag skickade ut enkäter till och fick svar kände jag fyra stycken. Dessa fyra är utbildade lärare och har arbetat minst ett år på ett högstadium. Några av dem har jag kommit i kontakt med genom den verksamhetsförlagda utbildningen. De andra tre lärarna som jag fick svar från valde jag eftersom de utöver sin lärartjänst arbetar som lufare till lärarutbildningen i Kristianstad. Med enkätundersökningen ville jag få reda på hur uppfattningen om

problemlösning är samt hur verksamma lärare arbetar med det. Jag anser att frågorna i enkäten är relevanta till min undersökning då de handlar om hur lärarna arbetar med problemlösningssuppgifter. Enkätundersökningen gick till så att jag skickade ut mail till tolv stycken lärare. I mailet bifogade jag en kort förklaring av vad jag menar med problemuppgifter så inga missförstånd skulle ske när lärarna sedan svarade på frågorna. Av dessa tolv mail fick jag in sju stycken svar. Fråga 6 i enkäten hade tyvärr två lärare missförstått. Frågan var vilka läromedel som läraren använde. Dessa lärare hade tolkat frågan som vilka läromedel de använde då de arbetade med problemlösning. Eftersom jag fick in dessa svar sent hade jag inte tid att skicka tillbaka frågorna. Jag har därför utelämnat denna frågan hos de lärare som missuppfattade den. Jag har valt att redovisa resultatet från enkäterna som en text istället för punkter där varje fråga för sig besvaras. Detta har jag gjort för jag tycker det är lättare att läsa enkätundersökningen som en text än som punktvisa frågor.

En av lärarna som jag skickade ut enkät till kom jag i kontakt med senare för en intervju. Anledningen till att jag valde denna läraren berode på att han var väldigt intresserad av undersökningen och ville bli intervjuad. Han jobbar på en folkhögskola men har tidigare arbetat på ett högstadium. Jag gjorde därför klart för honom innan intervjuen att han skulle utgå från hur han arbetade på högstadiet. I intervjuen bestämde jag mig för att utgå från lärarens enkätsvar. Syftet med intervjuen var att få lärarens egna synpunkter och tankar på problemlösning i undervisningen. Jag har sammanfattat intervjuen under resultatdelen samt bifogat hela intervjuen som bilaga.

## 4. Resultat

Här presenteras resultaten från litteraturstudien och enkätundersökningen.

### 4.1 Matte Direkt (2003)

Boken är indelad i sju kapitel där fyra kapitel går igenom ett matematiskt område. De andra tre heter Genrep, Styva linan och Matte i media. Genrep är ett kapitel som repeterar de fyra första kapitlen. Styva linan är ett extra kapitel för de snabba eleverna där svåra uppgifter från de fyra första kapitlen blandas. Det sista kapitlet Matte i media handlar om att avläsa tabeller och diagram. Efter de sju kapitlen finns en del som kallas Läxor. Uppgifterna här är samma som i de fyra första kapitlen. Sist i boken finns en del som heter Verktygslådan. Här beskrivs de grundläggande matematiska verktygen.

Varje kapitel börjar med att gå igenom målet som eleven skall ha uppnått efter avslutat kapitlet. Sedan följer en kort teorigenomgång där några standardproblem presenteras och en lösning ges. Kapitlen är uppbyggda av tre olika delar. Den första delen ger grundläggande kunskaper inom det matematiska området. I denna delen är det främst uppgifter av typen övningar som ges med några stjärnuppgifter som jag klassar som problem. Ofta bygger uppgifterna på att eleven får lära sig en formel från teorigenomgången som sedan kan användas för att lösa i stort sett alla uppgifter. Uppgifterna bygger mest på sifferexercis. Ett fåtal läsuppgifter förekommer som kan klassas som problem. Efter första delen får eleven göra en diagnos. Uppgifterna i diagnosen är nästan identiska med uppgifterna i första delen. Beroende på hur bra eleven klarat diagnosen får eleven sedan välja spår. Det finns ett blått och ett rött spår. Det röda spåret är det svåraste. I det blåa spåret är uppgifterna endast av typen övningar. En sådan uppgift är:

*Nina och Lovisa jämför hur många sms- meddelande de fått under en vecka. Nina har fått 12 stycken och Lovisa 17 stycken. Hur många procent fler sms- meddelande fick Lovisa än Nina?*

I det röda spåret blir uppgifterna mer av typen problem även om övningar fortfarande är det dominerande. Problemen är främst av typen läsuppgifter där det gäller för eleven att tänka ut vilka matematiska verktyg som behövs. Skillnaden mellan uppgifterna från det blåa och det röda spåret är att svårighetsgraden ökat. Ex. på problem i det röda spåret är:

*Storleken på en TV- skärm beskrivs som längden på skärmens diagonal i tum. En 29" TV och en 32" widescreen- TV har lika hög bildskärm, 42,5 cm. Hur breda är skärmarna? En tum är 2,5 cm.*

Denna uppgift klassar jag som problem eftersom eleven inte enbart kan tillämpa en formel för att lösa uppgiften. Han/ hon måste först förstå innebörden av tum för att sedan tänka ut hur bredden ska räknas ut. I boken finns det även extrauppgifter som kallas för kluringar, arbeta tillsammans och utmaningar. I boken finns det 12 kluringar, 8 utmaningar och 8 arbeta tillsammans uppgifter. Kluringar är uppgifter som kräver att eleven undersöker och upptäcker något. Dessa uppgifter kan klassas som problem. Ex. på ett sådant problem är:

*Fem stolar placeras i en rad bredvid varandra. Vi kallar stolarna A,B,C,D och E. På varje stol sitter ett barn. Två av de fem barnen är pojkar. På stolarna A,B och C sitter exakt en pojke. På stolarna B, C och D sitter precis två flickor. De två barnen som sitter på stolarna A och C är av samma kön. Är det en pojke eller en flicka som sitter på stol E?*

Utmaningar är uppgifter där eleven ska upptäcka något genom att laborera och testa sig fram. Ex. på en utmaning är att undersöka sambandet mellan talen i Pascals triangel. Dessa uppgifter kräver att eleven upptäcker något och klassas därför som problem.

Arbeta tillsammans liknar utmaningarna fast skillnaden är att eleverna här ska arbeta i grupp. Ex. på en arbeta tillsammans uppgift är:

*Hur stor är andelen ungdomar med utländsk bakgrund på din skola eller i din stadsdel eller i din kommun? Hur många olika modersmål finns på din skola och hur stor andel elever har modersmålsundervisning? Hur är det på grannskolan eller på skolorna i närheten? Undersök!*

Matte Direkt har 1119 uppgifter om man räknar bort läx- och repetitionsuppgifterna. Av dessa uppgifter kan ca 110 klassas som problem. Dvs ca 10% av bokens uppgifter får eleverna ägna sig åt problemlösning. De uppgifter som är problem är framförallt de svåra uppgifterna i grundkaptilet, de sista uppgifterna i de röda spåren samt extrauppgifterna, arbeta tillsammans, kluringar och utmaningar.

## **4.2 Mattestegen C ( 2003, vår och höst)**

Mattestegen C består av två böcker för höst -och vårterminen. Båda böckerna har tre kapitel som vardera går igenom ett matematiskt område. För varje kapitel finns det fyra steg, 9-12. Syftet med detta är att klassen ska kunna jobba med samma tema, men var och en på sin nivå. Varje steg avslutas med en diagnos där eleven får testa sina nya kunskaper. På steg 9 är uppgifterna nästan helt utan text och klassas som övningar. Dessa uppgifter har endast till syfte att träna de matematiska verktygen. Exempel på en av de fåtal uppgifter med text från steg 9 är:

*Ett lotteri har  $1/50$  högvinster,  $2/25$  är låga vinster och resten är nitlotter. Hur stor del av lotterna är nitlotter?*

På steg 10 blir det några fler läsuppgifter men uppgifterna består endast av typen övningar. Exempel på uppgift är:

*Potatis finns att köpa i säckar som kostar 69 kr eller i lösvikt för 9 kr kilot. En säck innehåller 12 kg.*

- a. *Ungefär hur mycket tjänar du på att köpa en säck?*
- b. *Ungefär hur många kilo kan du köpa för 69 kr?*

På steg 11 är det läsuppgifter som dominerar. Uppgifterna har i vissa fall mycket text där det gäller för eleven att förstå själva frågan samt att tänka ut hur uppgiften ska lösas, dvs vilka matematiska verktyg som ska användas. Dessa uppgifter har jag i teoridelen klassat som problem eftersom de stärker förståelsen för de matematiska verktygen. Exempel är:

*Pias trädgårdsland är på  $3,5 \text{ m}^2$  stort. Hon planerar att utöka landets yta med 20 %. På den nya ytan ska hon odla blommor. På varje ny  $\text{dm}^2$  ska hon så fem frö. Hur många frön ska Pia så?*

Det sista steget, steg 12 är uppgifterna betydligt svårare än de andra stegen. Fler av uppgifterna kan även klassas som problem. Exempel på uppgift är:

*Ida ska äta en tre-rättersmiddag. Hon kan välja mellan två förrätter, fem varmrätter och tre desserter. Hur många menyföreslag är möjliga?*

Denna uppgift klassas som problem. Uppgiften stärker inte förståelsen för något matematiskt verktyg, men den kräver att eleven på något systematiskt sätt kan räkna fram antalet möjliga kombinationer på menyer. I boken ges ett exempel på en liknande uppgift och hur den kan lösas på ett enkelt sätt genom användandet av trädigram.

Mattestegen C höst har totalt 740 uppgifter om man inte räknar uppgifterna i diagnoserna. Av dessa kan ca 70 klassas som problem. Dvs ca 9,5 % av uppgifterna får eleverna arbeta med problemlösning. Problemlösningssuppgifterna finns främst bland steg 12 uppgifterna och några av steg 11 uppgifterna.

Mattestegen C vår har totalt 841 uppgifter om man inte räknar uppgifterna i diagnoserna. Av dessa kan ca 80 klassas som problem. Dvs ca 9,5 % av uppgifterna får eleverna arbeta med problemlösning. Liksom i mattestegen C höst är de flesta av problemlösningssuppgifterna i steg 12 och några av steg 11 uppgifterna.

### **4.3 Megamatematik grundbok (2001)**

Megamatematik består av en grundbok och en parallellbok. Grundboken består mest av lätta och normalsvåra uppgifter även om ett fåtal svåra uppgifter förekommer. Parallellboken innehåller fördjupningsuppgifter och är endast till för de snabbare eleverna. Jag kommer endast att undersöka grundboken eftersom det är denna som alla elever kommer att arbeta med.

Grundboken består av fem kapitel där varje kapitel går igenom ett matematiskt område. Uppgifterna är här främst av typen övningar där endast några av de svårare uppgifterna i varje kapitel kan klassas som problem. Exempel på uppgift är:

*Världshavens volym är cirka  $1,29 \cdot 10^9 \text{ km}^3$ . Sötvattenvolymen är ungefär en trettiosjättedel av havsvolymen. Hur stor är sötvattenvolymen uttryckt i liter.*

Denna uppgift tillhör en av de sista i kapitlet om potenser och är en av de svårare. Uppgiften kan ändå inte klassas som ett problem eftersom svårigheten i den är sifferhantering. Uppgiften kräver inte att eleven upptäcker något för att finna en lösningsmetod.

En annan uppgift som ges i samma kapitel är det klassiska problemet om vetekornen och schackbrädet. Uppgiften beskrivs på följande sätt:

*En gammal saga förtäljer att en man, som skulle få en belöning av en furste, begärde så många vetekorn, som skulle läggas på den sista rutan på ett schackbräde, om man la 1 korn på den första rutan, 2 korn på den andra, 4 korn på den tredje, 8 korn på den fjärde osv. Ett schackbräde har 64 rutor. Hur många vetekorn skulle det bli, och varför gick det inte att uppfylla hans önskan?*

Denna uppgift kan givetvis klassas som ett problem. För att lösa uppgiften krävs det att eleven finner en lösningsmetod först och sedan får göra sifferexercisen till skillnad från den förra. I slutet av varje kapitel finns en del som kallas ”lite av varje”. Uppgifterna här är av samma typ som i kapitlet fast uppgiftstyperna är blandade. Även här är det endast de svåra uppgifterna som kan klassas som problem.

Megamatematik har även några korta extraavsnitt i varje kapitel samt rutor med extrauppgifter som kallas laborationer och gruppuppgifter. Exempel på korta extraavsnitt är problemlösning med ekvationer och knep och knåp. Uppgifterna i dessa avsnitt kan klassas som problem. Exempel på uppgift är:

*Ersätt A, B, C och D med något av talen 2, 5, 6 och 8 i uttrycket nedan så att ekvationen stämmer.*

$$A/B + C/D = 23/24$$

Laboration- och gruppuppgifterna liknar varandra. Det finns totalt 7 stycken laborationer och 3 stycken gruppuppgifter i boken. Dessa uppgifter går ut på att eleverna i grupp ska undersöka något genom att samla in data och analysera eller att laborativt övertyga sig om något.

Megamatematik har totalt 775 uppgifter. Av dessa uppgifter kan ca 100 räknas som problem. Dvs; ca 13 % av uppgifterna i boken får eleverna ägna sig åt problemlösning. Problemlösningssuppgifterna finner man främst bland de svåra uppgifterna i varje kapitel och i extraavsnitten som heter ”problemlösning med ekvationer” , ”knep och knåp” samt ”lite av varje” avsnitten. Det finns även några rutor med extrauppgifter av typen gruppuppgifter och laborationer som klassas som problem.

#### **4.4 Tetra C (2000)**

Boken är indelad i fyra grundkapitel, sex baskapitel och fem pluskapitel. Grundkapitlen består av en grundkurs inom ett matematiskt område följt av en diagnos. Beroende på resultatet från diagnosen får eleven sen välja plan inom kapitlet. Det finns tre plan med varierande svårighetsgrad. Uppgifterna i grundkursen består främst av läsuppgifter där eleven ska med hjälp av texten använda ett matematiskt redskap. Nästan alla av dessa uppgifter är enbart sifferexercis och får därför klassas som övningar. Diagnosen liknar grundkursen och består även den mest av läsuppgifter där endast någon enstaka kan klassas som problem.

Ex. på läsuppgift i grundkursen är:

*Beräkna volymen av ett rätblock med sidorna 5 dm, 2,4 dm och 3,5 dm.*

Denna uppgift kan inte klassas som ett problem eftersom den löses direkt med hjälp av formeln för volym. Ett av grundkapitlen ägnas helt åt problemlösning. De flesta av dessa uppgifterna är läsuppgifter där eleven måste tänka ut vilka matematiska verktyg som behövs

för att lösa uppgiften. Alla dessa uppgifter kan klassas som problem. Ex. på en sådan uppgift är:

*För utslagsplatsen tee gäller följande regler: Tee är den rektangulära ytan av två klubbängders djup, vars framkant begränsas av två tee- markeringar. Avståndet mellan tee- markeringarna när Jonna ska slå ut är 6,5 m. Klubban som Jonna använder är 105 cm lång. Hur stor area har Jonnas tee i detta fall?*

Där finns även några uppgifter i kapitlet som kräver att eleven undersöker något och testat sig fram för att finna en lösning. Ex. på en sådan uppgift är:

*Vilka siffror döljer sig bakom bokstäverna? Byt bokstäverna mot siffror och pröva om det stämmer.*

$$\begin{array}{r} A/ \quad a b \\ + \quad b a \\ \hline 1 b 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} B/ \quad a 2 8 \\ + \quad 8 4 b \\ \hline c 5 a a \end{array}$$

Uppgifterna i plan 1 och 2 i grundkapitlen är även de läsuppgifter som får klassas som övningar. Plan 3 liknar de andra planen fast uppgifterna är här på något svårare nivå och ett fåtal kan klassas som problem. I slutet på varje kapitel finns ett avsnitt som heter gruppaktivitet. Dessa avsnitt består av 3-4 uppgifter som eleverna ska lösa i grupp. Uppgifterna grundar sig på att eleverna ska göra någon form av undersökning. Antingen genom att jämföra tabeller eller att inhämta värden och sammanställa. I dessa uppgifter får eleven använda sina tidigare kunskaper och kan då klassas som problem. Exempel på en sådan uppgift är:

*Tag reda på medeltemperaturen för er egen ort och en eller två andra orter. Sammanställ alla data i ett kalkylblad och skapa ett jämförande diagram.*

Baskapitlen är korta avsnitt som repeterar grundläggande kunskaper som eleven ska kunna efter grundskolan. Uppgifterna är i dessa kapitel främst av typen övningar. Pluskapitlen är påbyggnadskapitel för de elever som vill bredda och fördjupa sina kunskaper i matematik. Dessa kapitel liknar baskapitlen fast uppgifterna är svårare. Uppgifterna är mest av typen övningar med några enstaka läsuppgifter som kan klassas som problem.

Tetra C har totalt 1179 uppgifter om man räknar bort repetitionsuppgifterna. Av dessa uppgifter kan ca 165 klassas som problem. Dvs ca 14 % av uppgifterna i boken får eleverna ägna sig åt problemlösning. De flesta av dessa problem finns under kapitlet problemlösning och i pluskapitlen som är till för de snabbare eleverna.

#### **4.5 Matematikboken Z röd (1997)**

Denna bok är den svåraste i en serien av tre böcker. Boken är uppdelad i 8 grundkapitel där varje kapitel går igenom ett matematiskt område. Detta följs av ett kapitel som innehåller 8 läxor. Slutligen finns där ett repetitionskapitel av de åtta första kapitlen.

I varje kapitel är uppgifterna indelade i tre spår, A, B och C beroende på elevens förkunskaper. Kapitlen börjar med att visa några standard uppgifter och hur de kan lösas. Uppgifterna i spår A och B består främst av övningar med ett fåtal läsuppgifter. Uppgifterna

är av rutinkaraktär där man genom den nyinlärd teorin kan lösa uppgifterna genom att exempelvis använda en formel. Exempel på uppgift från spår A är:

*Socketbetor innehåller 15 % socker. Hur mycket socker får man ur 4 ton socketbetor?*

Exempel på uppgift från spår B är:

*Lena och hennes pappa plockade 18 liter blåbär. Bären frös man in i kartonger med tvåtredjedels liter bär i varje. Hur många kartonger gick åt?*

Uppgifterna i spår C är betydligt svårare än både spår A och B och är främst läsuppgifter som kan klassas som problem. Ex. på uppgifter från spår C är:

*Ett rum har formen av en kvadrat med sidan  $x$  m. Vi tänker oss att alla väggar förlängs med 1m. Hur mycket ökar arean?*

I slutet av varje kapitel finns en del som helt ägnas åt problemlösning. Uppgifterna i detta kapitel består både av läsuppgifter som klassas som problem och av uppgifter som kräver att eleven upptäcker något genom att testa och laborera.

Ex. på uppgifter från problemlösningdelen är:

*Om vi inte hade haft tio fingrar utan fem hade vi kanske räknat på följande sätt:  
0-1-2-3-4-10-11-12-13-14-20-21...*

*Vad skulle då svaret blivit på följande uppgifter?*

*A/  $3 + 4$*

*B/  $21 + 32$*

*C/  $123 + 231$*

Denna uppgift grundar sig på att eleven förstår det nya talmönstret. Eleven måste upptäcka något och uppgiften kan klassas som ett problem. Läxdelen är även den indelad i A, B och C spår liksom repetitionskapitlet. Uppgifter i läx- och repetitionskapitlet är nästan identiska med många av uppgifterna från grunkapitlet.

Matematikboken Z röd består totalt av 1228 uppgifter om man inte räknar läx- och repetitionskapitlet. Av dessa uppgifter kan ca 170 räknas som problemlösningssuppgifter. Dvs ca 14 % av bokens uppgifter får eleven ägna sig åt problemlösning. Problemlösningssuppgifterna finner man främst bland problemlösningssnitten samt de svåra sistauppgifterna i varje kapitel.



## 4.6 Sammanfattning av litteraturstudien

Kurslitteratur	Antal uppgifter	Antal problem	% av problem
Matte Direkt	1119.	110.	10%.
Mattestegen Vår	841.	80.	9.5%.
Mattestegen Höst	740.	70.	9.5%.
Megamatematik	775.	100.	13%.
Tetra C	1179.	165.	14%.
Matematikboken	1228.	170.	14%.

Tabell 1. En sammanfattning från litteraturstudien ( med avrundade siffror).

## 4.7 Enkät svar

Här presenteras svaren från enkätundersökningen. Enkäten finns med som bilaga. Samtliga som svarat jobbar som lärare med matematik som ett av sina ämnen.

Lärare 1:

Läraren arbetar med problemlösning en gång i veckan men anser att det borde få större plats. Denna aktivitet sker då mest i grupp. Materialet kommer då både från läromedlen och egenproducerat material. Läraren anser att lärobokens sätt att ge eleverna träning i problemlösning är något dåligt, men att lärarhandledningens förslag på mera experimentella övningar/problem är användbart. Läraren säger även att förutom lärarhandledningen har man tillgång till sin egen fantasi. På frågan om denna har något favoritproblem svarar läraren att den endast jobbat en termin och ännu inte utsett någon särskild.

Lärare 2:

Läraren arbetar färre än en gång i veckan med problemlösning. Att det inte blir mer beror på tidsbrist men läraren tycker att det borde få större utrymme. Då eleverna får arbeta med problemlösning sker detta både i grupp och enskilt. Materialet hämtar läraren till viss del från läromedlen. Annars är det problemsamlingar/ problemkort som iordningställts och som finns på skolan. Läraren anser att endast ett fåtal av uppgifterna i läromedlen ger eleverna träning i problemlösning. Lärarens egen inställning till problemlösningens aktiviteter är att det ger eleven förståelse. Läromedlen som läraren använder är Matte Direkt.

Lärare 3:

Läraren arbetar färre än en lektion i veckan med problemlösning men anser att det borde få större plats. När läraren arbetar med problemlösning sker denna aktivitet oftast i grupp där eleverna får arbeta med sin bänkkamrat. Materialet till problemlösningens övningarna kommer främst från material som finns iordningställt på skolan. Läraren anser att endast ett fåtal av uppgifterna i kurslitteraturen ger träning i problemlösning. Med tanke på detta tycker läraren

att problemlösningsaktiviteter borde få ett större inslag i undervisningen eftersom detta ger eleven förståelse, men tiden räcker inte till. Läromedlet som läraren använder är Matte Direkt.

Lärare 4:

Läraren arbetar färre än en lektion i veckan med problemlösning men anser att det borde få större plats. När läraren låter eleverna arbeta med problemlösning sker detta för det mesta enskilt. Materialet är då egenproducerat eller kan vara lånat från olika källor. Läraren anser att kurslitteraturen ger eleven en viss träning i problemlösning men att uppgifterna har en låg verklighetsanknytning. Läraren tycker att det finns bättre och aktuella problem i vardagen. Som förslag på hur eleverna skulle få mer verklighetsanknytna uppgifter ger läraren ett förslag. Den menar att det skulle varit intressant med en bank med problem där man kan hämta grunduppgifter som man kan tillämpa på olika händelser.

Lärare 5:

Läraren arbetar mindre än en lektion i veckan med problemlösning men anser att det borde få större plats. När denna aktivitet sker är det alltid enskilt. Materialet hämtar läraren från problemsamlingar/ problemkort som iorningställts och som finns på skolan. Läraren anser att det finns en viss del av övningar i kurslitteraturen som ger träning i problemlösning, men att det borde finnas mer av vardagliga problem som man stöter på i samhället. Lärarens favoritproblem är följande:

*Vilken låda rymmer mest?*

*Eleverna får klippa ut en kvadrat från ett A4-papper. Vilken sida får kvadraten? Kan man tillverka den här kvadraten, utan att först mäta med linjal?*

*Använd det kvadratiska pappret och tillverka en låda utan lock. Från varje hörn på pappret klipper man bort kvadrater. Hur stor kvadrat som klipps bort ska variera mellan de olika grupperna, så att lådorna blir olika. Då kvadraterna klipps bort, viker man upp kanterna och tejpar hörnen, så man får ett rätblock. Varje grupp mäter sedan sin låda och beräknar volymen. Grupperna sammanställer i en tabell. Med tabellen kan man försöka att gissa vilket rätblock som har den största volymen.*

Läraren tycker om detta problemet eftersom det ger eleverna en insikt i hur de olika längd, höjd och bredd påverkar resultatet, dvs volymen. De får mäta, de kommer att räkna, de får lära sig vilket som är störst, respektive minst, de kommer att stöta på detta i samhället, tex när de ska köpa lägenhet osv.

Lärare 6:

Läraren arbetar en lektion i veckan med problemlösning och tycker att det är bra som det är. Då läraren arbetar med problemlösning sker detta för det mesta enskilt. Materialet till problemlösning hämtar läraren från läroboken. Läraren anser att läroboken har bra extrauppgifter som ger träning i problemlösning, men att utöver dessa uppgifter så är de flesta mer av rutinkaraktär där eleverna ska genom att tillämpa någon formel lösa uppgifter. Läromedlet som läraren arbetar med är Matematik 1000.

Lärare 7:

Läraren arbetar färre än en lektion i veckan med problemlösning men anser att det borde få större plats. Då läraren arbetar med problemlösning sker detta som en gruppaktivitet. Materialet till detta hämtar läraren från problemsamlingar och läroboken. Läraren anser att uppgifterna i läroboken ger en viss träning i problemlösning men att den domineras av mer

rutinartade uppgifter. Läraren är ändå nöjd med lärobokens upplägg då han menar att problemlösning kan man ängna sig åt vid sidan om läroboken. Läromedlen anser läraren ska ha till syfte att träna själva grunderna i matematik.

## 4.8 Intervju

Här ges en sammanfattning av intervjuen ( se bilaga). Läraren har först svarat på enkäten där han kallas lärare 5. Intervjuen är baserad på svaren från enkäten.

Läraren arbetar på en folkhögskola och har tidigare, för ett år sedan arbetat på ett högstadium med matematik som huvudämne. Läraren är utbildad högstadielärare i matematik. Intervjuen är fokuserad på när han arbetade på högstadiet. Läromedlet som han arbetade med då var Matematik 1000. Jag bad läraren beskriva vad han menade med problemlösningssuppgifter. Hans uppfattning om detta liknade min beskrivning i teoridelen. Bland annat så tänkte han på verklighetsanknytna problem där eleven samlar in data som den sedan arbetar med, men även uppgifter där eleven ska upptäcka något.

Jag frågade läraren vad han menar med att problemlösningssuppgifter ger eleven förståelse, något som han svarat i enkäten. Han svarar att i problemlösning måste eleven själv tänka ut hur en uppgift ska lösas. Vilka metoder som är lämpliga och även kunna se om svaren är rimliga. Han menar att eleven då får en förståelse för hur de olika metoderna fungerar.

I enkäten svarar läraren att han låter eleverna arbeta med problemlösning mindre än en gång i veckan utanför boken, men att han anser att det borde få större plats i undervisningen. Jag frågar läraren vad detta beror på. Han svarar på detta att han måste ge eleverna tid till att hinna räkna kapitlen i boken först.

Jag frågar läraren varför tiden inte räcker till för problemlösning när det i kursplanen står att problemlösningssuppgifter ska vara ett centralt moment i utbildningen. På detta svarar läraren att eleverna inte får de grundläggande kunskaperna genom problemlösning som krävs för att eleverna ska uppnå målet godkänt.

Jag avslutar med att fråga läraren hur stor del av undervisningen som han låter eleverna arbeta i kursboken. På detta svarar han att han nästan enbart arbetar med läroboken. Detta beror på att han anser att den följer kursplanen och tar upp de grundläggande begreppen.

## 5. Analys

Som framgår av litteraturundersökningen domineras typen av uppgifterna i samtliga kurslitteraturer av övningar. Detta är inte så konstigt eftersom övningar har till syfte att träna de matematiska redskapen, vilket är matematikens grund. Enligt Newton (2003) ska man endast ägna sig åt problemlösning när man kan grunderna. Marton (2000) menar att syftet med problemlösning är att förbättra förståelsen inom ämnet genom att knyta an tidigare kunskaper. Av de uppgifter som klassas som typen problem finner man de flesta i samtliga kurslitteraturer bland de svåra uppgifterna. Dvs de uppgifter som endast de snabba eleverna med goda förkunskaper arbetar med. Anledningen till att läroboksförfattarna valt att göra så kan bero på att de anser att endast om man behärskar grunderna, de matematiska verktygen, kan man hålla på med problemlösning. Det kan även bero på att vad som menas med problemlösning och vilka typer av uppgifter som stimulerar till detta är oklart. En del av uppgifterna som klassas som lätta är läsuppgifter vilket författarna kanske klassar som problem. Min bedömning av dessa uppgifter, utifrån vad problemlösningssuppgifter har som syfte, är att de enbart är standard uppgifter som inte kräver att eleven löser något problem utan enbart tränar de matematiska verktygen. Skoogh (1991) menar att uppgifter som kan klassas som problem ska vara av det slag att eleven dels måste analysera problemet, tänka igenom situationen och vilken metod som bör användas, för att sedan försöka lösa problemet med hjälp av den valda metoden.

Enkätundersökningen och intervjuen gav en tydlig bild av vad de lärare som svarade anser om problemlösning och sättet de arbetar med det. Alla lärare jobbade med problemlösning max en gång i veckan men de ansåg att det borde få större plats. Sättet de arbetar med det på var blandat. Några lät eleverna arbeta i grupp med andra lät eleverna arbeta enskilt eller både och.. Materialet kom främst från läromedlen men även som fanns färdigställt på skolorna. Endast en av de tillfrågade lärarna använde sig av egenproducerat material. Anledningen till att problemlösningssaktiviteter inte får större plats beror på tidsbrist svarade de flesta lärarna. På frågan om vad de anser om lärobokens sätt att ge träning i problemlösning svarar alla i stort sett att endast ett fåtal av uppgifterna ger träning i detta. Två av lärarna tyckte även att uppgifterna borde vara mer verklighetsanknytna.

Det ska finnas tid för problemlösning enligt skolverket (1994). Syfte med undervisningen ska vara att utveckla elevens intresse för matematik. Eleven skall även ges möjlighet till att upptäcka mönster, samband, former samt att uppleva tillfredställelse och glädje över att kunna förstå och lösa problem. Man kan då dra slutsatsen att trots att alla lärarna anser att problemlösning borde få mer utrymme anser de ändå att träning av mer rutinartade uppgifter, som jag definierat som övningar är så pass viktiga att de inte kan minska på detta till förmån för problemlösningssaktiviteter. Detta får följden att eleverna tycker att matematikundervisningen är tråkig. Detta stämmer med en tidigare undersökning som visar att elevers lust till ämnet har minskat. Anledningen till detta beror enligt den undersökningen som på att undervisningen har för stort fokus på läroboken (skolverket, 2003). Detta får till följd att antalet räknade tal blir viktigare än själva förståelsen och nyttan av matematiken.

## 6. Diskussion

Att problemlösning ska ha ett betydande inslag i matematikundervisningen är tydligt i styrdokumentet ( Skolverket, 1994). Eleven skall även enligt dessa ge möjlighet till att upptäcka mönster, samband, former samt att uppleva tillfredställelse och glädje över att kunna förstå och lösa problem. Detta är något som Marton (2000) menar att eleven har möjlighet att få genom att arbeta med problemlösning. Uppgifterna i läromedlen är dock inriktade på att träna de matematiska redskapen där problemlösningens roll för det mesta endast används till att utmana de starka eleverna. Vad kan då detta bero på? Antingen ser läromedelsförfattarna bara problemlösning som något som har till syfte att stärka tidigare kunskaper. Detta är vad bland annat Newton (2003) menar att problemlösningens syfte är. Det kan även bero på att vad som menas med problemlösning och vilka typer av uppgifter som stimulerar till detta är väldigt oklart. Som jag har skrivit tidigare så ställer alla matematiska uppgifter eleven inför ett problem. Många läroboksförfattare anser kanske att matematikuppgifterna i böckerna är problemlösning när det i många fall endast handlar om rutinuppgifter. Detta motsäger sig dock från enkätundersökningen där lärarna som svarade alla ansåg att endast ett fåtal av läromedlens uppgifter tränade problemlösning.

Anledningen till att problemlösning anses vara en viktig del av matematikundervisningen enligt styrdokumentet ( skolverket, 1997) är att denna form av uppgifter ger en rik förståelse för matematiken. Genom själva problemlösningens processen utvecklar man sitt eget tänkande. Problemlösning är även utmanande vilket psykologiskt är en av de starkaste drivkrafterna till att lära enligt Bergsten (1997). Med problemlösning får man använda tidigare kunskaper för att själv upptäcka hur de i en ny situation ska användas. Denna kunskap som skapar samband mellan detaljer är vad Newton (2003) menar med förståelse.

Av kurslitteraturen som undersöktes var upplägget väldigt lika mellan de olika böckerna. Att de olika kursböckerna hade samma uppbyggnad med samma innehåll var anledningen till att jag valde att undersöka högstadiet framför gymnasiet, där kurslitteraturen skiljer sig åt mellan programmen. Det var här lättare för mig att undersöka hur problemlösning kommer in i kurslitteraturen och hur de olika böckerna skiljer sig åt i detta fall. Av läromedlen som undersöktes var det ca 10 % av uppgifterna som kunde klassas till kategorin problemlösningssuppgifter. Av denna typ av uppgifter fann man de flesta i samtliga läromedel bland de svåra uppgifterna. Dvs bland de uppgifter som endast de snabba eleverna räknar. Detta får till följd att svagare elever nästan inte alls kommer i kontakt med problemlösning. Problemlösningssaktiviteter anses av många elever som något roligt (Skolverket, 2003). Det finns då risk att de svagare eleverna som nästan enbart får räkna rutinuppgifter kommer att tappa intresset för ämnet.

Av svaren från enkätundersökningen framgår det att de lärare som svarade inte arbetar mycket med problemlösning, max en gång i veckan. Alla lärarna är dock överrens om att det borde få större utrymme. Av läromedlens uppgifter ansåg alla lärarna att endast ett fåtal gav träning i problemlösning. Detta får följden att eleverna inte får arbeta så mycket med problemlösning i undervisningen.

Sammanfattningsvis kan man dra slutsatsen att det inte är en stor del av kurslitteraturens uppgifter som ägnas åt problemlösning. Det sker inte mycket problemlösningssaktiviteter vid sidan om boken heller. Av de uppgifter som kan klassas som problem finner man de flesta bland de svårare uppgifterna. Uppgifter som är avsedda för de snabbare eleverna med goda förkunskaper. Anledningen till detta kan bero på att det är svårt att göra problemuppgifter som

är lätta. Men att endast de duktiga eleverna ska få arbeta med problemlösning kan dock få konsekvenser på elevernas matematikstudier. Syftet med problemlösning är enligt Newton och Marton att stärka tidigare kunskaper. Man skulle därför kunna tänka sig att det då är logiskt att de elever som redan har goda förkunskaper ska ägna sig åt problemlösning, och de som inte har det fortsätter med att träna de matematiska verktygen. Men att stärka tidigare kunskaper är inte det enda syfte som problemlösning har. Problemlösningen utvecklar även det egna tänkandet och utmanar eleven. Detta är en av de psykologiskt starkaste drivkrafterna till att lära enligt Bergsten (1997). Bergsten menar även att problemlösning och laborativa uppgifter gör det möjligt för eleven att förstå syftet med matematiken. Förutom nyttan med problemlösning är det även något som elever tycker är roligt att arbeta. Många elever anser att matematikundervisningen är tråkig eftersom den är så monoton med enformiga uppgifter (Skolverket, 2003). Detta beror på att de flesta elever endast får arbeta med standarduppgifter som tränar de matematiska grunderna.

## 7 Sammanfattning

Syftet med detta arbete har varit att undersöka hur stort utrymme som problemlösning får i kurslitteraturen för grundskolans senare del samt att undersöka lärarnas inställning och arbetssätt till denna aktivitet. För detta har en analys av fem läromedel gjorts, en enkätundersökning som sju lärare svarade på samt en intervju. Läromedlen som analyserades var Matte Direkt år 9, Mattestegen C (vår och höst), Megamatematik (grundbok för årskurs 9), Tetra C och Matematikboken Z röd. Av läromedelsanalysen framgick det att endast ett fåtal av uppgifterna i samtliga läromedel tränade eleven i problemlösning. Enkätundersökningen som lärare i matematik svarade på och intervjuen visade att inte mycket tid gavs till problemlösning utöver det som fanns i läromedlen, max en lektion i veckan. Samtliga lärarna ansåg dock att denna aktivitet borde få större utrymme i undervisningen. Lärarna var även överrens om att endast ett fåtal av uppgifterna i läromedlen tränade problemlösning. Det arbetssätt som de tillfrågade lärarna tillämpade då de arbetade med problemlösning var dels grupparbete och enskilt arbet där eleverna fick arbeta med problem som lärarna hämtade från kursboken eller färdigställt material som fanns på skolorna. Detta skedde max en gång i veckan. Detta får därmed till följd att eleverna inte får ägna sig så mycket åt problemlösning i matematikundervisningen. Den största delen av undervisningen ägnas åt att räkna standarduppgifter i kursboken.

## 8. Referenser

Här nedan följer de referenser jag använt mig av i arbetet.

### 8.1 Tryckta källor

Alven, Inga, Anderberg, Bengt, Karlsson, Sören & Landtblom, Karin 2001: *Mega-matematik Z röd*. Solna: Ekelunds förlag AB.

Andrén, Cecilia, Lind, Jan & Åström, Sigbritt 2003: *Mattestegen C*. Stockholm: Natur och kultur.

Anghileri, Julia 2000: *Teaching number sense*. Great Britain: Biddles Ltd, Kings Lynn.

Bergsten, Christer 1997: *Algebra för alla*: NCM.

Berggren, Per & Lindroth, Maria. 1998: *Kul matematik för alla*. Solna: Ekelunds förlag AB.

Carlsson, Lar- Göran, Ingves, Hans, Öhman, Kerstin & Andrén, Lars 2000: *Tetra C*. Gleerups.

Carlsson, Synnöve, Hake, Karl- Bertil & Öberg, Birgitta 2003: *Matte direkt*. Stockholm: Bonnier.

Dewey, John 2004: *Individ, skola och samhälle*. Stockholm: Natur och Kultur.

Emanuelsson, Gunnar 1991: *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.

Forsberg, Karl- Gerhard, Olofsson, Lennart & Undvall, Svante 1997: *Matematikboken Z röd*: Liber.

Hiebert, Jon. & Wearne, Dan 1996: *Instruction, Understanding and Skill in Multi- digit Addition and Subtraction*: Cognition and Instruction.

Magne, Olof 1998: *Att lyckas med matematiken i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.

Marton, Ference 2000: *Hur vi lär*: Bokförlaget Prisma.

Newton, Douglas 2003: *Undervisa för förståelse*. Lund: Studentlitteratur.

Skolverket 1994: *Läroplan i matematik för grundskolans senare del*. Stockholm: Statens skolverk.

Skolverket 2003: *Lusten att lära – med fokus på matematik. Skolverket rapport nr 221*. Stockholm: Statens skolverk.

Stensmo, Christer 1994: *Pedagogisk filosofi*. Lund: Studentlitteratur.



## 8.2 Elektroniska källor

Grundskolereformen 2007:

<http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=23&skolform=11&id=3873&extraId=2087>. (Hämtat 2007- 01-09).

# **Bilaga 1. Klassiska problem**

## **Tower Of Hanoi**

### **Material**

En platta med tre spik i.  
Ett antal ringar i olika storlekar.

### **Utförande**

Börja med alla ringar på en spik. Största ringen underst och den minsta överst.

Målet är att flytta pyramiden av ringar till någon av de andra spikarna genom följande regler:

1. Man får endast flytta en ring i taget.
2. Ingen större ring får läggas ovanpå en mindre ring.

Hur många förflyttningar krävs det minst för att flytta 100 ringar?

### **Historia om pusslet**

Det finns en legend om detta pussel. Den säger att det fanns ett kloster från urminnes tider där det fanns tre guldpelare med hundra guldringar i olika storlek på en av pelarna. Munkarna flyttade en guldring i taget, efter reglerna. De kunde göra en förflyttning i minuten. Legendens säger att när de var färdiga skulle jorden gå under.

## **Eric The Sheep**

### **Utförande**

Fåret Eric står i kö för att bli klippt innan den varma sommaren. Det är femtiotvå får framför honom. Eric har inte lust att vänta på sin tur i kön utan bestämmer sig för att tränga sig fram. Varje gång ett får blir rakat tränger sig Eric förbi två får. Hur många får kommer att bli rakade före Eric?

## **Bilaga 2. Enkät**

**1 Hur ofta låter du eleverna arbeta med problemlösning?**

- 1. Färre än 1 lektion i veckan**
- 2. 1 lektion i veckan**
- 3. Mer än 1 lektion i veckan.**

**Svar: Alternativ**

**2 Vad anser du om problemlösningsaktivitetens utrymme i matematikundervisningen?**

- 1. Borde få större plats**
- 2. Bra som det är.**
- 3. Borde få mindre plats.**

**Svar: Alternativ**

**3 Arbetar du med problemlösning i grupp, där gruppindelningen inte sker spontant utan följer någon sorts pedagogisk idé?**

- 1. Ofta (minst 1 gång / vecka)**
- 2. Ibland (Det förekommer men inte varje vecka)**
- 3. Aldrig.**

**Svar: Alternativ**

**4 Varifrån hämtar du materialet till problemlösningsövningarna i allmänhet?**

- 1 Egenproducerat material (problemen kan vara "lånade" från olika källor.)**
- 2 Problemsamlingar/problemkort som iorningställts och som finns på skolan.**
- 3 Från läroboken**

**Svar: Alternativ**

**5 Vad anser du om lärobokens sätt att ge eleverna träning i problemlösning. (om inte helt tillfredställande: Hur borde det vara istället) Svara på 3 rader.**

**6 Vilket läromedel använder du? (Om flera olika, nämn dem också)**

**7 Har du något "favoritproblem" , som du brukar utsätta dina elever för? Skriv ned formuleringen här! Kommenttera gärna också varför det är bra !**

**Tack för hjälpen!  
Simon Ottosson**

## **Bilaga 3. Intervju**

Här presenteras en intervju med lärare 5.

### **Vad för sorts skola arbetar du på?**

Jag jobbar nu på en folkhögskola men har tidigare arbetat på ett högstadium.

### **Vilket läromedel använde du dig av när du arbetade på högstadiet?**

Vi arbetade med Matematik 1000.

### **Kan du beskriva vad din uppfattning om vad som menas med problemlösning är.**

Det finns många olika former av uppgifter som jag anser träna problemlösning. Verklighetsanknytna problem är de jag främst tänker på. Exempel att låta eleverna räkna på hur en lägenhet ska möbleras. Eller uppgifter där eleven ska samla in data från omgivningen och arbeta med det.

Andra typer av uppgifter som tränar problemlösning är när eleven ska upptäcka något. Tex. genom att finna något samband.

### **Du svarar i enkäten att problemlösningsaktiviteter ger eleven förståelse. Kan du vidareutveckla det. På vilket sätt får eleven förståelse?**

Med problemlösning får eleven själv pröva och upptäcka vilka metoder som är lämpliga och rimliga. Eleven får då förståelse för hur och när de olika metoderna fungerar. De får även genom att testa olika metoder förståelse att olika metoder kan användas för att lösa samma problem. Just att kunna lösa en uppgift på mer än ett sätt tror jag ger förståelse för metoderna.

### **Du svarar i enkäten att du låter eleverna arbeta med problemlösning mindre än en gång i veckan men att du tycker att det borde få större plats. Vad beror det på att du inte låter eleverna arbeta mer med problemlösning då?**

Det beror på att man vill att eleverna ska hinna räkna kapitlen i boken. Tiden räcker då inte alltid till för att arbeta med problemlösning.

**I kursplanen står det att problemlösningsaktiviteter ska vara ett centralt moment i utbildningen. Varför räcker då inte tiden till, vad går före?**

Om man lämnar boken några lektioner i veckan och arbetar med problemlösning hinner inte alla elever räkna de grundläggande uppgifterna i boken. I första hand måste alla elever få de grundläggande kunskaperna så betyget G nås. Finns det sedan tid, dvs eleverna har hunnit dit i boken som är planerat så arbetar vi med problemlösning.

**En avslutande fråga. Hur stor del av undervisningen låter du eleverna arbeta i kursboken?**

Det är en stor del. Jag jobbar nästan enbart med läroboken.

**Vad beror det på?**

Läroboken följer kursplanen och tar upp de grundläggande begreppen.