

EXAMENSARBETE

Hösten 2006

Lärarytbildningen

De klarar sig alltid

- en undersökning av svenska gymnasielärares syn på starka elever i ämnet matematik

Författare
Mikael Fågelborg
Andréas Rosenberg

Handledare
Thomas Dahl

De klarar sig alltid

- en undersökning av svenska gymnasielärares syn på starka elever i ämnet matematik

Abstract

Hösten 2006 genomförde vi en undersökning vars syfte var att utifrån ett lärarperspektiv se vad som görs för att stimulera starka elever i matematik. Denna undersökning genomfördes med hjälp av en enkät som via mail skickades till matematiklärare vid Nv-program. Frågorna som vi ville undersöka var hur lärarna identifierar de starka eleverna, hur de anpassar undervisningen efter deras behov, samt hur stor andel av eleverna som kommer att kunna bedriva studier vid högre läroverk.

Resultatet av undersökningen visade på att en majoritet av lärarna har väldigt hög tilltro till sina elevers förmåga att bedriva studier vid universitet/högskola, att det är svårt att generellt säga vad som kännetecknar en stark elev och att det behövs mer grundliga undersökningar inom detta område, samt att starka elever oftast får jobba med fördjupningsuppgifter i sådant de redan har gått igenom eller att de får börja på högre kurser.

Ämnesord: Starka elever, matematik.

INNEHÅLL

1. Inledning	5
1.1 Bakgrund och syfte	5
1.2 Debatt och forskning	6
1.3 Styrdokumentens intentioner	14
1.4 Begreppsdiskussion, identifiering, kännetecken	16
2. Syfte och metod	24
2.1 Syfte och begränsningar	24
2.2 Frågeställningar	25
2.3 Etiska överväganden	27
2.4 Bortfallsanalys	27
3. Analys och resultat	29
3.1 Fråga 1	
3.1.1 Medelvärde	31
3.1.2 Spridning	31
3.2 Fråga 2	32
3.2.1 Svarstyper	32
3.3 Fråga 3	36
4. Diskussion	41
4.1 Metoddiskussion	43

4.2 Resultatdiskussion	44
4.2.1 Fråga 1	44
4.2.2 Fråga 2	46
4.2.3 Fråga 3	46
5. Sammanfattning	49
5.1 Fråga 1	49
5.2 Fråga 2	49
5.3 Fråga 3	49
Källförteckning	51
Bilagor 1-5	

1. Inledning

1.1 Bakgrund och syfte

Dagens matematikundervisning tenderar att fokusera på svaga elevers undervisning och prestationer. Det talas dock också om en skola för alla, och frågan man kan ställa sig är att om vi verkligen skapar en skola för alla när en så ensidig fokusering ligger på de svagare eleverna. Skolan är väldigt mångfacetterad och innehåller nämligen även starka elever, som riskerar att hamna i skymundan när fokuseringen riktas på annat håll.

I sken av ovanstående text vill vi därför undersöka vad man gör ute på skolor för att stimulera de elever som uppvisar matematisk talang. Eftersom vår undersökning riktar sig mot gymnasieelever har vi valt att basera undersökningen på Nv-programmet av den enkla anledningen att de flesta starka eleverna väljer att gå just den här utbildningen. Vi avser även att kartlägga den syn lärare har på elevernas förutsättningar att studera vidare i matematik. Vi har också i vår undersökning valt att utgå ifrån lärarens perspektiv, eftersom vi är intresserade av hur man kan anpassa undervisningen för att stimulera de starka eleverna. Gymnasiet var vårt självklara val, eftersom det är för detta stadium vi utbildat oss till lärare.

Vi har för egen del under loppet av vår lärarutbildning stundtals stött på en överslätande mentalitet i dessa frågor – föreställningar som ”ja, de starka eleverna de klarar sig alltid” och ”skolan är väl till för att eleverna skall klara godkänt” har förekommit. Det förefaller vara en vanlig inställning att de starkare matematikeleverna är en på något sätt *privilegierad* grupp – vi menar istället att dessa elever till skillnad från de svagare faktiskt ofta har en lång och svår utbildning framför sig. Det mål de har att förverkliga är väsentligt mer svåråtkomligt än att bara avklara gymnasiets inledande kurser – vilket är ett tillräckligt mål för många svagare elever.

Vår egen syn på starka elever har föranlett oss att dessutom söka *kartlägga* svenska matematiklärares syn på starka elever – vad utmärker sådana elever, och anpassar lärarna undervisningen efter dessa elevers behov? Dessutom vill vi veta vilken bild svenska lärare har av berörda elevgrupps förutsättningar för vidare matematikstudier.

För att på bästa sätt besvara dessa frågor inleder vi med att ta del av och spegla den debatt och forskning som finns på området.

1.2 Debatt och forskning

Särskilt begåvade elever har i hög grad ignorerats i det svenska skolsystemet¹. Forskning om starka elever har internationellt sett tidigare varit relativt begränsad, men har på senare år fått mer uppmärksamhet². Från svenskt håll har matematikdidaktisk forskning inom fältet starka elever praktiskt tagit inte bedrivits³. Frågan har debatterats på regeringsnivå – i en budgetproposition fick några lärarhögskolor i uppdrag att utveckla en särskild pedagogik för starka elever:

Europarådet har ställt sig bakom en rekommendation om utbildning för begåvade barn, Rekommendation 1248 (1994) on education for gifted children. Frågan har fortsatt att uppmärksammas internationellt och bland pedagoger diskuteras utvecklandet av en pedagogik som stödjer de högpresterande eleverna att ta ansvar för den egna kunskapsutvecklingen. (...) Frågan om pedagogik för högpresterande elever har även uppmärksamats vid några lärosäten med lärarutbildning i Sverige. Det är angeläget att utveckla lärarutbildningen så att lärarstudenterna ges möjlighet att ta del av ny forskning om högpresterande barns behov av särskilt stöd. (...) Regeringen föreslår att Luleå tekniska universitet för Musikhögskolan i Piteå och Växjö universitet ges i uppdrag att utveckla denna pedagogik.⁴

Här uppträder två olika begrepp – ”begåvade barn” samt ”högpresterande elever”. En närmare diskussion om terminologin följer i ett senare avsnitt.

¹ Atterström, Hans och Persson, Roland S., *Brister eller olikheter? Specialpedagogik på alternativa grundvalar*, 2000, ISBN 91-44-01283-7, s. 39-40.

² Bates, Janet och Munday, Sarah, *Able, gifted and talented*, 2005, ISBN 08264-7837-9, s. 2.

³ Programförklaring till Gifted education vid Växjö universitet, s. 2.
http://w3.msi.vxu.se/~hso/gifted_vr_hemsida.pdf, 2006-12-30.

⁴ Prop. 2002/03:1:15 – se Håkan Sollervall och Inger Wistedt, *Att stödja elever med förmåga och fallenhet för matematik*, Växjö universitet, Acta Wexionensia Nr 53/2004:127-136,
http://www.math.uu.se/~kajsa/didaktik/profiltext_gifted.pdf, 2006-12-30.

I samband med att vi läst olika partsinlagor i debatten har väsentligen två olika attityder kunnat urskiljas. En sådan attityd är att starka elevers situation inte problematiserats i tillräcklig omfattning. Debattörer med denna attityd menar ofta att sådana elever hämmas i sin personliga utveckling – ett annat motiv är ofta att samhällets framtida bärkraft hotas om denna grupp inte uppmärksammas i större omfattning. Hos dessa debattörer anses svenska matematikstudenter ha i någon mening svaga matematikkunskaper med sig då de påbörjar högre utbildning.

Den andra attityd vi kunnat urskilja handlar om att, ofta på närmast ideologisk grund, vi väsentligen bör bevara status quo vad gäller resursfördelning till olika grupper.

En naturlig fråga i detta läge är hur det egentligen förhåller sig med matematikstudenters förkunskaper. Kan den beskrivning av de blivande studenternas utsatthet som vi tecknade i 1.1 bekräftas objektivt? En bild av dessa ger Högskoleverket i en utvärdering ur vilken vi citerar följande avsnitt:

Studenternas olika förkunskaper

I utvärderingen angavs att studenternas förkunskaper hade förändrats. Diagnostiska prov som flera av högskolorna genomförde visade att studenternas förkunskaper i grundläggande matematiska färdigheter, till exempel algebra, hade försämrats. Samtidigt hade studenternas datorkunskaper ökat.

Förändrad undervisning

Flera högskolor hade försökt lösa problemet med sämre och varierande förkunskaper genom att införa repetitions- eller introduktionskurser. På många håll fanns räknestugor där de äldre studenterna hjälpte de yngre.⁵ (Matematik-utvärderingsresultat från den 5 mars 2002, Högskoleverket.)

Ovanstående måste betecknas som en opartisk beskrivning av studenternas förkunskaper. Detta kan jämföras med den syn högskolans aktörer företräder. Vi måste då särskilt ta i beaktande att vi har att göra med *partsinlagor* – aktörerna har rimligtvis intresse av att styra debatten. Samtidigt har de aktörer vi här lyfter fram naturligtvis omfattande personliga erfarenheter och kunskaper i frågan.

⁵ Matematik - utvärderingsresultat från den 5 mars 2002, Högskoleverket, <https://www.studera.nu/hogskolan/kvalitet/utbildning/matematik.shtml>, 2006-12-30.

Sydsvenska dagbladet publicerade i december 2005 en artikel som behandlar detta tema – tidningen hade för ändamålet tagit kontakt med Lunds tekniska högskola, för att undersöka hur deras civilinjenjörsstudenters förkunskaper ser ut. Artikeln är genomgående nedslående:

Sedan 1997 har andelen ingenjörsstudenter som är riktigt svaga i matematik fördubblats. Andelen riktigt duktiga har minskat med en tredjedel.⁶

- De dåliga är idag riktigt svaga, den stora massan har blivit tydligt sämre och även de duktiga har tappat, säger Lars-Charter Böiers, ansvarig för LTH:s matematikprov för nybörjare.⁷

Tidningen skriver att LTH från början hade försökt förklara utvecklingen med att studenternas förkunskaper har förändrats *kvalitativt* – utan att därför försämrats. Detta verkar inte, enligt LTH:s egna undersökningar, vara fallet:

- Sanningen verkar vara den motsatta, de är sämre även i där.⁸

Enligt artikeln misslyckas var tredje student med den första tentan i matematik, samtidigt upplever studenterna själva ett väsentligt glapp mellan gymnasie- och högskolematematiken. Emellertid omtalas från LTH även ett annat slags glapp:

- Det paradoxala är att matematiken blir allt mindre viktig i ungdomsskolan samtidigt som den blir allt viktigare inom ingenjörsyrket, säger Per Warfvinge, vicerektor för grundutbildningen.⁹

Warfvinge utesluter vidare att LTH kommer att anpassa sin egen matematikundervisning till studenternas förkunskaper:

- LTH kommer inte att börja undervisa i gymnasiematematik inom högskoleutbildningar, säger han.¹⁰

⁶ Sydsvenska Dagbladet, Eskil Fagerström och Pia Rehnquist, *Blivande civilingenjörer kan inte räkna*, den 9 december 2005.

⁷ Ibid.

⁸ Ibid.

⁹ Ibid.

¹⁰ Ibid.

Warfinge lägger skulden för matematikraset på gymnasieskolan som, enligt honom, misslyckats med att anpassa sig till det faktum att elever i gymnasieskolans högre kurser ofta läser dessa i syfte att läsa vidare inom matematikintensiva utbildningar. Enligt artikeln har högskola och gymnasieskola även olika syn på vad matematik är – endast den senare tillåter användande av avancerade räknare samt formelsamlingar.

Olle Häggström, professor i matematisk statistik vid Chalmers tekniska högskola, skriver utifrån egna erfarenheter i en debattartikel:

För tio år sedan kunde vi exempelvis ta för givet att en bred majoritet av de nyintagna Chalmersstudenterna behärskade elementär bråkräkning, vilket i dag inte längre är fallet¹¹

Dessa är dock inte isolerade iakttagelser utan något som andra framstående lärosäten har observerat. Den 10 februari 2004 gick en grupp av matematiker, matematiklärare och statsvetare ut med en debattartikel. Bakgrunden var att den av regeringens tillsatta s k gymnasiekommittén hade föreslagit att dagens 17 nationella program skulle ersättas med 8 s k sektorer. Här skulle en omfattande integration mellan yrkesförberedande resp. teoretiska studier äga rum. Skribenterna varnar i ganska hätska ordalag för att detta skulle få som konsekvens att de elever som önskar högskoleförberedande studier inte skulle få en fullgod utbildning.

Ambitionen tycks vara att varje sektor skall ta emot en så blandad kompot som möjligt av praktiskt och teoretiskt intresserade elever, och av ambitiösa och skoltrötta. Det är uppenbart att en sådan reformering av gymnasieskolan skulle försvåra eller rentav omöjliggöra det ovan nämnda förslaget till differentiering av matematikkurserna.¹²

Denna debattartikel måste betecknas som en direkt uppmaning till regeringen att ta avstånd från Gymnasiekommitténs förslag. Skribenterna framställer Gymnasiekommitténs argumentation som:

¹¹ Axess, Olle Häggström, *Det är dags att göra upp räkningen*, nr 4/2004, http://www.axess.se/svenska/2004/04/tema_haggstrom.php, 2006-12-30.

¹²Göteborgs-Posten, *Eleverna har mycket dåliga förkunskaper i matematik*, 10 februari 2004.

allmänt undermålig”...”och verkar bygga på ett perverterat jämlikhetstänkande¹³

Enligt skribenterna hade Gymnasiekommittén betecknat innevarande system – som möjliggör för starka, understimulerade högstadieelever att äntligen få utmaningar inom ramen för NV-programmet som:

hierarkisering” och något att ”komma till rätta med.¹⁴

Gymnasiekommitténs förslag avvisades f ö av regeringen efter stark kritik¹⁵.

Bilden av svenska matematikstudenters kunskaper som begränsade sett över en längre tidsperiod kan bekräftas ytterligare. KTH genomförde en undersökning där de med hjälp av en enkät ville undersöka lärarens bild av kunskapsnivån hos gymnasieelever. Enkäten innehöll ett antal räkneuppgifter, där lärarna för varje uppgift fick göra en bedömning om eleven kunde ge ett svar på frågan eller hur mycket eleven behövde repetera för att kunna lösa uppgiften. Eleverna som enkäten var riktad mot var dels en grupp elever som hade betyget godkänt i kurserna matematik A-D, samt en grupp elever som ligger på ett starkt VG i motsvarande kurser.

Resultatet av undersökningen var nedslående och visade på ett glapp mellan de förväntningar som KTH ställer och den bild av elevernas kunskaper som lärarna har. I rapporten redovisar KTH en rad punkter som sammanfattar enkätsvaren – bl a att:

En stor del av den matematik som högskolan förväntar sig att studenterna tillgodogjort sig på gymnasiet har antingen inte gått igenom alls där eller också gått igenom på ett så summariskt sätt att det kräver ett grundligt studium på högskolan”....” Den beräkningskomplexitet som finns i KTH:s repetitionsuppgifter ligger långt över den nivå som tränas på gymnasiet¹⁶

¹³ Ibid.

¹⁴ Ibid.

¹⁵ Lärarnas riksförbund,

<http://www.lr.se/lrweb/home.nsf/indexfrmset?readform&Url=http://www.lr.se/lrweb/Home.nsf/bykey/KDAN-5XDEMV?OpenDocument>, 2006-12-08.

¹⁶ Thunberg, Hans och Filipsson, Lars, *Gymnasielärares syn på KTHs introduktionskurs i matematik*, 2005.

Dessutom kritiseras bruket av miniräknare och formelsamling – här återknyter man alltså till det resonemang som fördes i Sydsvenska Dagbladet den 9 december 2005.

Naturligtvis framförs en alarmerande bild, samtidigt måste framhållas att åtskilliga potentiella matematik-/civilinjengörsstudenter utöver Matematik D har läst Matematik E – och ofta ytterligare någon fördjupningskurs. Dessutom, som undersökarna påpekar, behandlas endast numerisk räkning, algebraiska förenklingar, ekvationslösning, potenser, logaritmer samt trigonometri. Detta innebär att för blivande högskolestudenter så viktiga områden som differential- och integralkalkyl samt komplexa tal utelämnas – och utöver detta även geometri och statistik. Utöver detta kan man måhända ställa sig tveksam till att dra alltför stora slutsatser av en så pass begränsad undersökning. Endast 19 lärare svarade, och deras svar behöver inte vara representativt för Sverige som helhet – författarna redovisar inte heller sitt urval av gymnasielärare. Diskussioner om starka elever har ofta en stark *ideologisk* dimension. Debatten om profilklasser med inriktning mot matematik/No i högstadiet är ett sådant exempel. Det kontroversiella i den här debatten är om man ska tillåta *intagningsprov* för sådana utbildningar. Det lutar åt att den borgerliga regeringen kommer att verka för en sådan utveckling¹⁷.

– Det finns en socialdemokratisk jantelag i skolpolitiken, där duktiga elever ska hållas tillbaka. Men det måste vi ändra på. Ingen elev ska behöva sitta och rulla tummarna i skolan av jämlikhetsskäl¹⁸

Detta ger en talande bild av hur en ledande, borgerlig skolpolitiker uppfattar socialdemokratisk skolpolitik.

Den förra regeringen och dess stödpartier ställde sig, mycket riktigt på ideologisk grund, avvisande till en sådan utveckling. De starkt ideologiska dragen kan utläsas ur Ibrahim Baylans kommentar till det borgerliga initiativet ovan:

¹⁷ Svenska Dagbladet, 2006-08-18, *Begåvade elever kan få elitklasser*.

¹⁸ *Ibid.*, citat av Jan Björklund (Fp), dåvarande skolpolitisk talesman, nuvarande skolminister.

– Högeralliansen, kanske framför allt folkpartiet, är förtjust i att sortera elever, att dela upp och kategorisera. Vi vet av erfarenhet från andra länder att det leder till sämre resultat¹⁹.

Det senare påståendet förefaller vara djärvt. Inga referenser till forskning som styrker detta ges.

Dessutom kritiserar Baylan det borgerliga initiativet utifrån en mer saklig grund:

– Bara för att någon vid ett givet tillfälle inte lyckas bra på ett prov när man är sju, åtta eller nio år betyder det inte att man inte senare utvecklar en begåvning.²⁰

Även vänsterpartisten Rossana Dinamarca ställer sig mycket kritisk till kravet:

fullständigt horribelt”...”Det visar på folkpartiets rätta ansikte. Det här är segregering. Att använda den här typen av prov är bara ett sätt att sortera ut de bästa eleverna. Vad sänder det för signaler till barn?²¹

Efter den borgerliga valsegern hösten 2006 fortsatte debatten. I Stockholm, som efter valet fick borgerlig majoritet kommer förslaget om intagningsprov att implementeras. Emellertid handlar det endast om diagnostiska prov, som kan leda till en *rekommendation* för elever att påbörja kursen²².

En annan kritiker av det borgerliga förslaget är Lärarförbundets ordförande Eva-Lis Preisz, som varnar för segregering:

– Det är oerhört allvarligt att sortera elever. Blandade klasser är bäst, både för de bästa eleverna och för dem som inte har det så lätt, det visar all forskning. Först när politikerna har tagit tag i problemet med de barn som behöver särskilt stöd kan man satsa på de duktiga.²³

Här håller Preisz oss i ovisshet om vilken denna forskning kan vara. Påståendet att starka elever gynnas av blandade klasser kan problematiseras²⁴, till detta återkommer vi

¹⁹ Ibid., citat av Ibrahim Baylan (s), dåvarande skolminister.

²⁰ Ibid.

²¹ Ibid., citat av Rossana Dinamarca (v), skolpolitisk talesperson.

²² Stockholm City, 2006-11-13, *Lärarförbundet varnar för elitklasser*.

²³ Ibid., citat av Eva-Lis Preisz, förbundsordförande i Lärarförbundet.

i ett senare avsnitt. Dock riktas kritik mot ovanstående uttalande av Lotta Edholm, som framhåller att elitklasser i form av idrotts och musikklasser redan existerar och att antagningen till dessa klasser sker genom antagningsprov²⁵. Det går dock inte att jämföra enligt Eva-Lis Preisz:

– I musik- och idrottsklasser får man möjlighet att utöva sitt intresse lite extra medan matte och naturvetenskap är ämnen som alla behöver bli bra i²⁶.

Denna argumentation är suggestiv i all sin enkelhet, på något sätt tycks Preisz genom att utnyttja en allmän konsensus kring påståendet ”matte och naturvetenskap är ämnen som alla behöver bli bra i” försöka sig på en undanmanöver.

Vi har tagit del av några examensarbeten som behandlar gruppen starka matematikelever och författarna till dessa anser att detta är en i hög grad förbisedd grupp. Dessa undersökningar behandlar emellertid ofta frågor som ligger alltför perifert i förhållande till vårt arbete – ett undantag är *Högpresterande elever i matematik - en kartläggning av individanpassat lärande på gymnasiet* av Marcus Strömbäck²⁷.

Strömbäck behandlar högpresterande elever i matematik på natur- resp. samhällsvetenskapligt program, och han utgår både från elev-, lärar-, och skolledarperspektiv. Han uttalar sig exempelvis på följande sätt:

En allvarlig slutsats är att de högpresterande elevernas behov helt förbises bland

²⁴ Bergström, Wännström, *Att arbeta med begåvade elever i ämnet matematik*, examensarbete vid Luleå tekniska universitet, 2003, Bates, Janet och Munday, Sarah, *Able, gifted and talented*, 2005, ISBN 08264-7837-9, s. 28-29, <http://epubl.ltu.se/1402-1595/2003/009/LTU-PED-EX-03009-SE.pdf>, och Sollervall och Wistedt.

²⁵ Stockholm City, 2006-11-13.

²⁶ Ibid., citat av Eva-Lis Preisz.

²⁷ Strömbäck, Marcus, *Högpresterande elever i matematik - en kartläggning av individanpassat lärande på gymnasiet*, Umeå Universitet, VT 2005, www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_umu_diva-721-2_fulltext.pdf, 2006-12-30.

lärare, i arbetslag och från skolledning.²⁸

Samtidigt framgår det av intervjuer med lärare att samtliga lärare anser att högpresterande elever har särskilda behov. Detta är i sanning två motstridiga uttalanden²⁹. Strömbäck konstaterar att eleverna inte är helt nöjda med den undervisning de erhåller, men i vissa passager framstår hans framställning som något tendensiös³⁰ - han förefaller övertolka det material han samlat in. En kanske ännu allvarigare kritik är att hans undersökning är bristfällig i så måtto att han drar slutsatser utifrån ett tämligen begränsat material³¹. Det är dock troligt att Strömbäcks resultat ger en god bild av hur starka elever på naturvetenskapligt program uppfattar sin situation.

1.3 Styrdokumentens intentioner

En central fråga för lärare är om och i så fall vad styrdokumentet säger i det här fallet. Kan vi med hjälp av dem finna stöd för att även starkare elever har rätt till en undervisning där de kan utveckla sina färdigheter optimalt? Så är fallet och i Lpf 94 kan man bl a. läsa:

Undervisningen skall anpassas till varje elevs förutsättningar och behov.³²

Hänsyn skall tas till elevernas olika förutsättningar, behov och kunskapsnivå³³.

Varje elev skall få stimulans att växa med uppgifterna och möjlighet att utvecklas efter sina förutsättningar³⁴.

Här finns också uttryckliga direktiv vad gäller lärarens roll:

Läraren skall "... utgå från den enskilda elevens behov, förutsättningar, erfarenheter

²⁸ Ibid., s. 28.

²⁹ Ibid., s. 23.

³⁰ Se Ibid., s. 30.

³¹ Ibid., Strömbäcks undersökning baseras på intervjuer med endast fyra lärare, åtta elever och två skolledare.

³² Lpf 94, s. 4.

³³ Ibid., s. 4.

³⁴ Ibid., s. 6.

och tänkande³⁵

Läraren skall vidare tillse att eleven:

utvecklas efter sina egna förutsättningar och samtidigt stimuleras att använda och utveckla hela sin förmåga”...”upplever att kunskap är meningsfull och att den egna kunskapsutvecklingen går framåt³⁶

I Skolverkets program mål för Naturvetenskapligt program framgår dessutom att detta program är högskoleförberedande:

utgör utbildningen en grund för främst naturvetenskapliga och tekniska utbildningar i högskolan.³⁷

Vår slutsats av punkterna i styrdokumentet blir att även de starka eleverna har rätt till en undervisning som gör att de kan utveckla sin fulla potential.

Ovanstående citat riktar sig mot *alla* elever, såväl svaga som starka. Efter omfattande sökande hittade vi inget citat som *explicit* rikta sig mot starka elever. Sådana citat hittar man emellertid riktade mot svaga elever:

Särskild uppmärksamhet måste ägnas åt de elever som av olika anledningar har svårigheter att nå målen för utbildningen³⁸.

I Skollagen finns följande utfästelse:

I utbildningen skall hänsyn tas till elever i behov av särskilt stöd.³⁹

Tyvärr anges inte vilka de elever är som är i behov av särskilt stöd – däremot anges att elever som har svårigheter har rätt till särskilt stöd.:

Särskilt stöd skall ges till elever som har svårigheter i skolarbetet⁴⁰

³⁵ Ibid., s. 11.

³⁶ Ibid.

³⁷ Förordning om särskilda program mål för gymnasieskolans nationella program utfärdad den 4 november 1999.

³⁸ Lpf 94, s. 4.

³⁹ Skollag (1985:1100), 1 kap. 2 §.

⁴⁰ Ibid., 4 kap. 1 §.

Citatet ovan gäller emellertid endast för grundskolans elever – motsvarande formulering för gymnasietts elever saknas.

Vi tvingas dra slutsatsen att styrdokumentet är klart tydligare vad gäller svaga elevers rätt till särskilt stöd.

1.4 Begreppsdiskussion, identifiering, kännetecken

Som vi mycket kort nämnde i början av texten, förekommer det i regeringens proposition två begrepp nämligen "begåvade barn" och "högpresterande elever". Vår diskussion kring propositionstexten tar sin utgångspunkt i artikeln, av Sollervall och Wistedt 2002 som skrevs vid Växjö universitet i samband med att universitetet erhöill sitt uppdrag från regeringen⁴¹. Författarna protesterar mot propositionstextens användande av båda dessa begrepp.

De menar t.ex. att begåvade barn inte är en homogen grupp:

De är precis lika olika sinsemellan som andra barn. Vissa är brett begåvade, andra har fallenhet för något speciellt område⁴²

Detta sätt att tänka förefaller befogat då åtskilliga inlärningspsykologiska forskare fört fram synpunkten att alla människor har en begåvning som en sammansättning av olika mer eller mindre distinkta egenskaper. Dessa egenskaper kan sedan komplettera – eller kompensera för varandra. Här kan exempelvis nämnas Howard Gardners multipla intelligenser – närmare bestämt nio olika.⁴³ Andra exempel är Thurstone och Guilford som har uppfattat sju resp. 30 förmågor⁴⁴.

⁴¹ Sollervall och Wistedt, s. 2.

⁴² Ibid., s. 1.

⁴³ Atterström, och Persson, s. 43-48.

⁴⁴ Marton, Ference, Hounsell, Dai, Entwistle, Noel, *Hur vi lär*, 1986, 3:e upplagan, Bokförlaget Prisma, ISBN 91-518-3879-6, s. 18-19.

Författarna hävdar att här skiner vår okunskap om "begåvade elever" igenom. Vår okunskap leder till att vi uppfattar gruppen som homogen och begåvningsbegreppet i sig som statistiskt. Vi behöver se begåvningen i ett sammanhang. Författarna lägger vikt vid att begreppets innebörd skiftar om vi byter tid och plats - exempelvis från ett jordbrukssamhälle till ett industrisamhälle.

Denna syn utvecklas även i andra artiklar:

Om detta är en social konstruktion och därigenom bundet till den rådande samhällsstrukturen; hur kan vi då överflytta detta begrepp från ett samhälle, en historisk epok till en annan? Vem behöver idag exempelvis ett snille som ledigt multiplicerar sexsiffriga tal i huvudet och vem vet om dagens matematiska stjärngossar och flickor håller måttet i morgondagens kvantdatorvärld?⁴⁵

Detta är naturligtvis intressanta synpunkter, emellertid har de rimligtvis begränsat värde. Författarna underlåter att tala om vilka rent kognitiva styrkor som egentligen premierades i ett jordbrukssamhälle i den matematiska begåvnings ställe. Det andra citatet tycks också något övertolka begåvning som social konstruktion – i vilken historisk kontext har "snillen som ledigt multiplicerar sexsiffriga tal i huvudet" egentligen behövts? Det är vanskligt att genom exempel driva resonemanget till extremerna. Samtidigt kan hävdas att vissa matematiska färdigheter - exempelvis de geometriintensiva inslag som fanns i forna tiders civilinjengörsutbildning (konstruktionsritningar) idag blivit delvis obsoleta. Idag ersätter i hög grad CAD-program dessa färdigheter. Samtidigt har matematisk kunskap alltmer kommit att knytas till datorfärdigheter - här ställs kanske delvis annorlunda begåvningskrav. Vad gymnasieelevernas situation beträffar kan nämnas att dagens elever inte ens tillnärmelsevis behöver de färdigheter inom klassisk geometri, algebraiska förenklingar och algoritmiska färdigheter som elever för ett par generationer sedan behövde⁴⁶.

⁴⁵ Dahl, Thomas, *De duktiga klarar sig alltid själva? En presentation av ett forskningsprojekt rörande "Gifted education" i matematik - Nationell konferens i ämnesdidaktik Karlstad 2005*, http://www.kk.kau.se/svenska/amnesdidaktik2005/pdf/thomas_dahl.pdf, s. 1, 2006-12-30.

⁴⁶ Vretblad, Anders, *Algebra och geometri*, 1999, ISBN 91-40-63173-7, s. 7 och s. 203.

Författarna kritiserar även begreppet ”högpresterande elever”:

Vi vet att matematikundervisningen sedan länge lider av att fokus läggs på färdigheter i ämnet snarare än på kunskapsbildning⁴⁷.

Författarna ställer i sin text färdigheter i motsats till en mer kontemplativ eller djupinriktad studieinriktning, i vilken eleven reflekterar – och gärna okonventionellt angriper lärandeobjektet. Det är möjligt att författarna här undervärderar vikten av räknefärdigheter – sådana är ofta en förutsättning för framgångsrikt lärande. Deras påpekande är trots allt värdefullt – i strävansmålen för ämnet matematik på gymnasiet framgår tydligt värdet av matematikkunskaper av reflekterande karaktär⁴⁸. De påpekar även att elever med förmågan och intresset inte nödvändigtvis måste vara högpresterande – de behöver inte nödvändigtvis vara särskilt framgångsrika i provsammanhang⁴⁹.

Sammanfattningsvis kan man säga att begreppen ”begåvade barn” och ”högpresterande elever” inte är bra benämningar:

Begreppen ”begåvade barn” och ”högpresterande elever” tenderar, som vi ser det, att konservera föreställningar om barn med fallenhet för matematik⁵⁰.

Författarna introducerar nu begreppet *förmåga*, denna utvecklas i en aktivitet – och är inte endast något som förs med hemifrån. Härigenom sker ett skifte av fokus – från elevens egenskaper till egenskaper hos undervisningen – något som internationellt benämns *Gifted education*. Författarna definierar sig tydligt emot de internationellt sett

⁴⁷ Sollervall och Wistedt, s. 2.

⁴⁸ Skolverkets beskrivning av ämnet matematik.

⁴⁹ Detta påstående styrks av annan litteratur, se exempelvis Bergström, Wännström, s. 3 och Bates&Munday, s. 12.

⁵⁰ Sollervall och Wistedt, s. 2.

så vanliga tendenserna till elitism och segregering av starka elever. De argumenterar på saklig, snarare än ideologisk, grund för ett avståndstagande från specialskolor⁵¹. Generellt kan sägas att stora delar av de texter vi kommit i kontakt med lägger fokus på elever med en utomordentlig matematisk begåvning – sådana betecknas omväxlande som ”underbarn”, ”prodigies” etc. Det finns, menar vi, en uppsjö med epitet som används i debatten kring starka elever – ett och samma uttryck kan mycket väl ha olika innebörd i olika framställningar⁵². Ofta läggs även fokus på tester för att, ofta redan vid tidiga faser i skolsystemet, undersöka elevernas matematiska begåvning⁵³.

Vårt eget begrepp ”starka elever” är väsentligt bredare än så, vi uppfattar närmast starka elever som de elever med förmåga att, då adekvat undervisning meddelas dem, studera vidare i matematikintensiva utbildningar. Detta begrepp är naturligtvis något oprecist – den innehåller ju säkert en motsättning mellan synen på eleven som *föränderlig* resp. i någon mening *predestinerad* till studier på en viss nivå.

Krutetskiis förmågor

Ett namn som mycket ofta figurerar i artiklar om starka matematikelever är V.A. Krutetskii – han genomförde 1955-66 en longitudinell studie av matematikstudier i åldrarna 6-17. Med utgångspunkt i denna studie författade han 1976 boken *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*⁵⁴.

⁵¹ Ibid., s. 2-3: ”Det finns nordisk forskning (Hägglom 2000) som visar att mindre än 20% av skoleleverna i en undersökningsgrupp (baserat på en longitudinell studie som följde barn från 6 till 15 års ålder) höll sig kvar inom den grupp som de initialt placerats i (låg-, mellan-respektive högpresterande). Tydligt är att förmågor är utvecklingsbara, i olika utsträckning och i olika riktningar för olika elever.”

⁵² För en viss inblick i begreppsfloran - se exempelvis Bates och Munday, s. 4, Fredriksson, Johanna och Palmqvist, Emma, *Vadå begåvad? - en kvalitativ studie om begåvade barn*, Linköpings universitet, C-uppsats från Lärarprogrammet år 2005, bilaga 6 och *Able and gifted children*, <http://www.literacytrust.org.uk/database/able.html>, 2006-12-30.

⁵³ Se exempelvis Bates och Munday, s. 8-9, för en uppsjö av tester.

⁵⁴ Nämda bok har visat sig utomordentligt svår att införskaffa; vår framställning om Krutetskii tar istället sin utgångspunkt i texter som refererar till Krutetskii. Detta utgör naturligtvis ett källkritiskt problem. Dessa har varit: Sollervall och Wistedt s. 3-4, <http://www.vxu.se/lub/forskning/kursinfo/IW.pdf>, http://w3.msi.vxu.se/~hso/gifted_vr_hemsida.pdf.

Krutetskii vänder sig mot standardiserade intelligens- eller matematiska färdighetstester⁵⁵. Krutetskii menar att matematisk förmåga endast är något som manifesteras i en given matematisk aktivitet, och pga. detta kan man inte mäta den matematiska förmågan med ett IQ-test som inte kräver någon matematisk aktivitet för att prestera bra i.

Det krävs en matematisk aktivitet varför traditionella IQ-test eller schackspelsmeriter inte duger... Vidare kan vi inte finna (mäta eller registrera) matematisk förmåga utanför dess rätta kontext.⁵⁶

De texter vi tagit del av, och som diskuterar Krutetskii, underrättar oss emellertid inte om vad en "matematisk aktivitet" är för något. Om vi antar att man provisoriskt definierat detta begrepp – återstår inte i så fall att visa att matematisk aktivitet saknas i standardiserade tester?

Termen begåvade elever, ger ett intryck av en statisk egenskap. Krutetskii's "förmågor" är däremot dynamiska - dvs. något som kan *utvecklas i en matematisk aktivitet*.

Som man kan utläsa ur ovanstående stycke talar Krutetskii alltså om flera matematiska förmågor. För att man ska vara framgångsrik i matematik måste flera matematiska förmågor vara utvecklade. Det är dock i allra högsta grad möjligt att *kompensera* brister i en förmåga med andra mer välutvecklade förmågor.

Krutetskii lyckades urskilja några sådana distinkta förmågor, som vi här återger:

- **1** Förmåga hos eleven att *införskaffa* ett matematiskt material. De texter vi utgår från talar om att "*Förmågan att kunna få en formaliserad uppfattning av matematiskt material för att kunna fånga den formella strukturen i ett matematiskt*

⁵⁵ Håkansson, Johanna och Grant, Britt, *Hur finner vi elever med fallenhet i matematik? – En fallstudie, i år 8, om hur vi kan finna elever med matematisk fallenhet*, Examensarbete, Växjö universitet, HT 2005, s. 11, www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_vxu_diva-453-2__fulltext.pdf, 2006-12-30.

⁵⁶ Dahl, s. 2.

*problem*⁵⁷”. Detta förefaller något kryptiskt – möjligtvis kan detta uppfattas som förmågan att sovra i ett informationsflöde.

- **2** Förmågan att *bearbeta* inhämtat matematiskt material. Detta beskrivs på åtskilliga olika sätt – bl a som en förmåga till logiskt tänkande inom olika matematiska fält, att snabbt kunna generalisera matematiska kunskaper och att eftersträva ekonomi och rationalitet i lösningar. I denna punkt är det också viktigt att enkelt kunna växla angreppssätt.
- **3** Förmågan hos eleven att *minnas* inlärd metod för problemlösning och ”*principer för hur de skall närma sig matematiska problem*”⁵⁸.
- **4** Krutetskii diskuterar även *lusten att lära* som en egen förmåga: en mer generell förmåga som kan beskrivas som fallenhet eller intresse för matematik⁵⁹ och *Matematiskt sinnelag*⁶⁰. Intresse är givetvis en viktig parameter för lärande – däremot svävar vi i ovisshet vad gäller innebörden av begreppen ”fallenhet” och ”sinnelag”.

Ett intressant drag hos Krutetskii's teori är att han tar fasta på delvis andra förmågor än de som är förhärskande i skolan. Han ställer beräkningshastighet mot reflektion och imitation mot kreativitet eller rentav originalitet⁶¹.

Yt- och djupinläring

I Marton (1986)⁶² diskuteras två typer av inläring – *yt-* resp. *djupinläring*. Ytinläring innebär hos författarna ett närmast krampaktigt sökande efter kunskaper att memorera –

⁵⁷ Grant, Håkansson, s. 13.

⁵⁸ Ibid.

⁵⁹ Sollervall och Wistedt, s. 4.

⁶⁰ Grant och Håkansson, s. 14.

⁶¹ Ibid., s. 12 och Sollervall och Wistedt, s. 4.

⁶² Marton et al., kap 3.

djupinläring å andra sidan innebär ett sökande efter förståelse för helheter och bakomliggande orsaker. Det har, enligt dessa forskares studier visat sig att ytkunskaper väsentligen induceras genom det författarna kallar *yttre relevansuppfattning* – närmast betygsjakt”. Djupkunskaper erhåller studenter/elever snarast genom *inre relevansuppfattning* dvs. ett personligt intresse för lärandeobjektet. De anser att djupkunskaper är att föredra – men att vägen dit kantas av hinder.

Vi hävdar inte att en djup/holistisk inriktning alltid är den bästa: bara att den är den bästa, och till och med den enda vägen till förståelse av innehållet.⁶³

Tyvärr, menar författarna, tycks skolan ge upphov till en osund syn på kunskap – i strid med gällande styrdokument. Ytinläring blir, i praktiken, en i skolan ofta *välpremierad överlevnadsstrategi*. Tyvärr tar författarna i sin svensk/brittiska forskning sin utgångspunkt i universitetsstudier – samtidigt ägnas mycket lite utrymme åt diskussion angående yt-/djupinläringens relevans vad gäller ämnet matematik. Det bör trots allt vara möjligt att extrapolera deras resonemang till gymnasieskolan.

Författarnas tystnad gör att vi själva tvingas ta ställning till innebörden av djupinläring i matematiksammanhang. Djupförståelse tycker vi vittnar om förmågan att reflektera kring ämnet, att kunna generellt kunna tillämpa teorier för att på så sätt kunna angripa problem, se samband mellan olika matematiska teorier etc. Vi anser att följande citat, från skolverkets ämnesbeskrivning, belyser ovanstående:

utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar⁶⁴.

Ytkunskap, enligt vår tolkning, innebär att man bara lär sig mekaniska lösningsförfaranden, utan att reflektera över innehållet. Ett exempel vi själva har åsett är hur lärandet kring begreppet

⁶³ Ibid. s. 68, begreppen ”djupinläring” och ”holistisk” har hos författarna likartad innebörd.

⁶⁴ Skolverkets beskrivning av ämnet matematik, <http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extrald=>, 2006-12-30.

derivata ofta har fungerat illa, deriveringsformler lärs då – i värsta fall in mekaniskt – men någon som helst förståelse av begreppet kan inte iakttas⁶⁵.

2. Metod

2.1 Begränsningar

Ovanstående text, belyser på ett kraftigt sätt vikten av att anpassa undervisningen även efter de starka elevernas förmågor. Dels kommer de annars inte att nå sin fulla potential, och detta har i slutändan den konsekvens att de kommer att få svårt att genomföra studier på högre nivå.

Starka elever kännetecknas, enligt Krutetskii, av en rad särskilt väl utvecklade förmågor. Förfogar lärarna över andra verktyg än endast provresultat för identifiering av starka elever eller med andra ord - vad kännetecknar, enligt lärarna, en stark elev i matematik?

Med detta i åtanke, vill vi undersöka, om lärarna anpassar undervisningen utifrån de starka elevernas förmågor, och hur de gör det i så fall.

Dessutom vill vi undersöka hur gymnasielärarna ser på sina elevers möjligheter att genomföra matematikstudier vid universitet/högskola. Upplever de samma problematik som lektorerna vid universitet/högskola ger intryck av? Det är dock viktigt att ha i åtanke, att det endast är gymnasielärarnas syn som här kommer att beforskas vetenskapligt – den syn högskolans lärare har, har vi valt att inte undersöka vetenskapligt – om än objektivt. Detta medför att det avstånd vi önskar uppskatta endast får sekundär betydelse – frågan om avstånd skall framförallt uppfattas som ett motiv att undersöka lärarnas syn.

⁶⁵ Den senare omständigheten bedömer vi dock vara mer sällsynt på naturvetenskapligt program – lärandet av derivering sker i en naturvetenskaplig miljö.

Vi har, av skäl som framgår i 2.3, valt att inskränka vår undersökning kring svenska gymnasielärare i matematik på naturvetenskapligt program. Det är rimligtvis så, som vi påpekade i 1.1, att det är just till detta program som starka elever koncentreras.

2.2 Frågeställningar

Vi anser att de frågeställningar som presenterades i 2.1 kan reduceras till följande frågor.

- 1. Vilken inställning till gymnasieelevers förmåga till vidare studier i matematik har svenska matematiklärare på det naturvetenskapliga programmet?**
- 2. Vad utmärker, enligt lärarna, en stark elev? Hur identifierar lärarna sådana elever?**
- 3. Hur anpassar och motiverar berörda lärare sin matematikundervisning till dessa elever?**

2.3 Metod

De frågor vi ställer ovan kan besvaras på många olika sätt – och man kan förmoda att bland svenska gymnasielärare finns flera olika inställningar till våra frågor representerade. Vi har valt att undersöka våra frågor genom att använda kvantitativa metoder. Detta val anser vi befogat eftersom de uppsatser vi tagit del av ofta haft en kvalitativ ansats⁶⁶. Vår utgångspunkt har varit att vi antingen beforskar en fråga ordentligt eller avstår. I de fall vi anser att underlag för utfästelser saknas kommer detta

⁶⁶ Se not 31.

att meddelas läsaren och motiveras. Vi kommer vid något tillfälle även att underkasta våra utfästelser en statistisk källkritik.

Undersökningen genomförs med hjälp av en enkät. Ursprungligen fick vi tillgång till en enkät, från Växjö universitet, som vi efter modifiering ansåg vara lämplig för att besvara våra frågor. Vår grundtanke har hela tiden varit att detta ska vara en objektiv undersökning. Detta avspeglas i frågorna i enkäten på så sätt att de är öppna, dvs. det lämnas stort utrymme för lärarnas egna tankar och åsikter, och på så sätt försöker vi undvika styrning. Enkäten innehåller frågor som vi inte har analyserat, eftersom tiden är begränsad. Detta val har inte betingats av att vi inte upptäckt intressanta samband mellan lärarnas sätt att besvara de olika frågorna, utan att vi underlåtit att göra så – återigen är vår inställning att en fråga måste beforskas ordentligt, eller inte alls.

Initialt var vår intention att undersökningen skulle genomföras i skolor i Skåne. Det visade sig dock att antalet svar inte motsvarade de krav vi ställer på en kvantitativ analys. Därför utvidgade vi undersökningsområdet till att omfatta hela Sverige. Vi har valt att inte koppla geografi till svarssätt, detta medvetet på grund av den begränsade tidsperiod som vi har på oss för att genomföra undersökningen. Däremot har vi tagit hänsyn till geografin på så sätt att enkäter har distribuerats jämnt över hela landet. Detta har genomförts så att vi, något summariskt, valt ut skolor med NV-program så att väsentligen hela Sveriges latitudintervall genomlöpts. Den nordligaste belägna skolan som besvarade enkäten finns i Jokkmokk och den sydligaste var Malmö. Samtidigt har vi, fortfarande summariskt, skickat fler enkäter till tätbefolkade områden.

Vi kom i kontakt med skolorna via deras hemsidor, vi underrättades om vilka skolor som erbjöd naturvetenskapligt program via *Gymnasium.se*⁶⁷. På åtskilliga skolor fanns listor i vilka lärare presenterades med namn, och undervisningsämnen. På andra skolor fick vi istället gå genom mail till skollädaingen. Vi kontaktade lärarna och presenterade våra önskemål för dem⁶⁸. I våra mail bifogade vi enkäten⁶⁹ som Word-dokument. Den skulle

⁶⁷ Se <http://www.gymnasium.se/gymnasie/>, 2006-12-30.

⁶⁸ Se bilaga 1.

⁶⁹ Se bilaga 2.

sedan ifyllas av den kontaktade läraren – för att sedan bifogas tillbaka till oss. Arbetet visade sig vara nästan överraskande tidsödande, men vi anser detta vara den mest effektiva metoden att erhålla ett stort antal besvarade enkäter.

Det visade sig efterhand att endast en mycket låg andel av lärarna besvarade enkäten, detta föranledde oss att skicka ut ännu fler enkäter. Syftet med denna åtgärd var naturligtvis att kompensera för det låga antalet svar – när vi erhållit ca 30 enkäter valde vi att sätta en deadline till den 24 november, vi behövde sedan tid till analys. De enkäter som inkommit efter detta datum har vi bortsett från.

Det totala antalet utskick till enskilda lärare uppgick till 514, av dessa valde 56 (10.9%) att besvara enkäten före deadline. Då har vi inte tagit hänsyn till de fall då administrativ personal på skolor har vidarebefordrat mail inom skolan.

2.3.1 Etiska överväganden

Det har varit viktigt för oss att lärare som besvarat enkäten varit medvetna om att deras namn naturligtvis inte presenteras i examensarbetet. Lärarna har inte varit anonyma för oss författare, men ingen lärare som fått erbjudande om att besvara enkäten har meddelat någon invändning.

2.3.2 Bortfallsanalys

Efter några dagar påbörjade vi ett nytt utskick⁷⁰ till ett stort urval av de lärare som valt att inte besvara enkäten. Vi önskade ta reda på orsaken till detta, om det kunde finnas någon speciellt iögonfallande orsak. Se bilaga 4, endast de inledande frågorna i den modifierade enkäten låg till grund för analys - de övriga frågorna utelämnar vi av denna anledning i bilagan. Vi valde emellertid att inte göra någon fullständig bortfallsanalys, dvs att jämföra svar från bortfallsgruppen med den ursprungliga svarsgruppen – detta eftersom endast tolv lärare besvarade den sista enkäten så att någon vetenskaplig slutsats inte kunde dras utifrån detta. Svaren fördelades som följer:

⁷⁰ Se bilaga 3.

"Undervisar inte/har aldrig undervisat i matematik på NV-program": 3 (33%)

"Tid saknas": 5 (42%)

"Vågar inte öppna dokument" 2 (17%)

"Går inte att bifoga" 1 (8%)

"Det går inte att dra slutsatser utifrån den här enkäten" 1 (8 %)

Ingen lärare som besvarat våra inviter har tagit avstånd från enkätens frågeställningar på ideologisk eller moralisk grund. Om detta hade varit en mycket vanlig orsak till att välja att avstå från att besvara enkäten hade detta rimligtvis framgått av bortfallsmailen.

3. Analys och resultat

3.1 Fråga 1

Vi ställde följande tre olika frågor som vi här kommer att redogöra för individuellt.

Vilken inställning till gymnasieelevers förmåga till vidare studier i matematik har svenska matematiklärare på det naturvetenskapliga programmet?

Lärarna på universitet/högskola upplever att studenternas förkunskaper inte är tillräckliga när de börjar läsa vid universitet. Syftet med den här frågan är om gymnasielärarna upplever samma problematik. Därför ställde vi frågan:

Hur stor andel av dina NV-elever bedömer du, kommer att kunna klara av att bedriva matematikstudier vid universitet/högskola?⁷¹

Denna fråga besvarades av 54 av 56 lärare.

Svaren presenteras i tabell 1 på nästa sida. I andra kolumnen anges antalet lärarsvar för respektive svar⁷².

⁷¹ Detta är fråga nr 9 i enkäten. Se bilaga 2.

⁷² Exempelvis är det 2 stycken lärare som angett att 25 % av deras elever kommer att kunna bedriva studier vid universitet/högskola.

Tabell 1 Andel elever som lärarna bedömer kommer att kunna bedriva studier i matematik vid universitet/högskola:

Andel elever	Antal lärare
5%	1
10%	1
17%	1
20%	4
25%	2
30%	6
45%	1
50%	8
60%	6
63%	1
65%	1
70%	5
75%	5
80%	5
83%	1
85%	2
90%	2
95%	2

Med dessa värden som utgångspunkt kommer vi här att fastställa olika statistiska egenskaper hos materialet.

Medelvärde: 56.0 %

Variationsbredd: 90 %

Undre kvartil: 30 %

Median: 60 %

Övre kvartil: 80 %

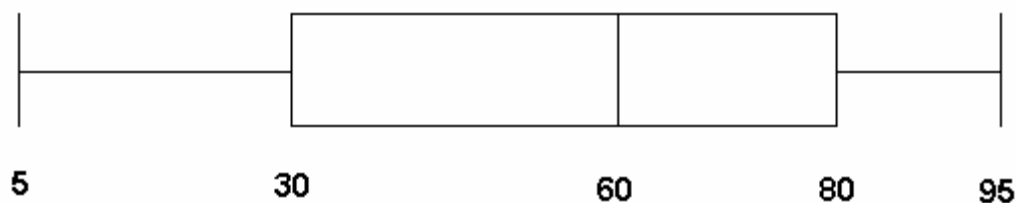
3.1.1 Medelvärde

Medelvärdet anser vi vara överraskande högt i förhållande till den bild av högskolans lärare vi presenterat i 1.2. Vi kan utan vidare dra slutsatsen att svenska gymnasielärare i matematik på naturvetenskapligt program i medeltal anser att uppskattningsvis hälften av deras elever är förmögna att läsa vidare i matematik. Detta måste betecknas som en synnerligen väl underbyggd kvantitativ utfästelse⁷³.

3.1.2 Spridning

För överskådlighetens skull har vi här bifogat ett lådagram⁷⁴:

Lådagram 1:



Spridningen framstår, om man endast utgår från variationsbredden, som utomordentligt stor. Detta, menar vi, är knutet till det förhållande att variationsbredden tenderar att bli omfattande vid mer omfattande statistiska undersökningar⁷⁵. Variationsbredden ger därför en skev och starkt överdriven bild av spridningen.

⁷³ För mer utförlig diskussion om vår statistiska källkritik se bilaga 4. Vårt resonemang tar sin utgångspunkt i Svenning, Conny, *Metodboken*, 2000, 4., omarb. Uppl.

⁷⁴ Lådagrammet fungerar så, att mellan två på varandra följande vertikala sträck finns 25 % av observationerna.

⁷⁵ Variationsbredden är differensen mellan det största och det minsta värdet i ett statistiskt material. Då ett ytterligare värde tillkommer kan detta understiga (eller överstiga) alla andra värden, varpå det minsta (eller det största värdet) byts ut mot ett mindre (eller större) värde. På så sätt följer större variationsbredd av att materialet växer. Den stora variationsbredden måste, menar vi, ses i detta ljus.

Vi anser däremot att lådagrammet ger en mer rättvisande bild av materialet – dessa statistiska mått är ju inte beroende av antalet mätvärden på samma sätt som variationsbredden. Den relativt stora spridningen ger vid handen att det inte finns någon enhetlig syn hos lärarna i denna fråga – 25 % av lärarna anser ju att minst 80 % av eleverna är förmögna till högre matematikstudier, medan 25 % anser att högst 30 % av eleverna är det.

3.2 Fråga 2

Vad utmärker, enligt lärarna, en stark elev? Hur identifierar lärarna sådana elever?

I enkäten ställde vi frågan:

Hur upptäcker (ser) du dessa elever/vad utmärker dessa elever? Beskriv.

Det var sammanlagt 52 av 56 som besvarade denna fråga. Frågan ger utrymme för många olika typer av svar, vårt syfte har återigen varit att frågan inte ska styra läraren. Ur de svar som inkommit utkristalliserades ett antal svarskategorier – innan analysen genomfördes, valde vi dock att söka kategorisera svaren även med avseende på Krutetskiis förmågor samt begreppen djup- och ytinläring. Av svaren framgick att även egenskaper som "flit" och "välutvecklat matematiskt språk" är vanliga karaktäristika hos starka elever enligt urvalsgruppen. Samtidigt ansåg flera att goda betyg och provresultat var effektiva sätt att identifiera starka elever.

3.2.1 Svarstyper

När vi redovisar resultatet från denna fråga kommer vi att använda oss av olika kategorier. I flera fall anser vi det omöjligt att tolka in svaren i någon av dessa kategorier.

Kategorierna som vi använder oss av är följande:

•Kognitiva förmågor

Detta är egenskaper som rör elevernas tänkande.

Vi har valt att här ta upp tre av Krutetskiis förmågor som beskrivs på sidan 15⁷⁶:

K 1. "Förmågan att införskaffa matematiskt material"

K2. "Förmågan att bearbeta matematiskt material"

K3. "Förmågan att minnas matematiska metoder och principer"

Dessutom har vi valt att avsätta ytterligare en kategori bland kognitiva förmågor – **obestämd kognitiv förmåga**. Detta har varit lämpligt då det, som ofta varit fallet, är svårt att karakterisera ett svar som rör elevens kognitiva förmåga.

•Flit

Många lärare anger flit som en framträdande egenskap hos eleverna. Synonyma uttryck som vi låter falla under denna kategori är exempelvis tålamod, idoghet och arbetsamhet. Dessa uttryck – liksom "vilja att kämpa" anser vi uttrycker en tendens hos eleven att sätta in *kvantitativa åtgärder* i syfte att klara av en utmaning. Detta kan eleven göra i syfte att kompensera för exempelvis brister i kognitiva förmågor – naturligtvis kan även elever med väl utvecklade kognitiva förmågor tänkas ytterligare befästa sina kunskaper genom flit.

•Intresse

Intresse är ett begrepp som återfinns både hos Krutetskii⁷⁷ och i diskussionen om yt- och djupinläring. Hos Krutetskii uppfattas lusten att lära som en specifik kognitiv förmåga – hos Marton et al⁷⁸. handlar det istället om intresse som en del av elevens inre

⁷⁶ Vi väljer av skäl som framgår under rubriken "Intresse" på s. 27 att inte ta upp Krutetskii:s fjärde förmåga.

⁷⁷ Se egenskap nr. 4, s. 15.

⁷⁸ Marton et al., kap 3.

relevansuppfattning. Vi har funnit det svårt att distingera dessa två meningar av begreppet intresse – därför väljer vi att förena dessa i en enda kategori – *intresse kommer här att förstås i Marton et al.:s mening*. Intresse är viktigt i så motto att det via inre relevansuppfattning enligt Marton et al. är ett viktigt sätt att frambringa djupförståelse⁷⁹.

•Djupförståelse

Man kan på goda grunder, så som vi redovisat utifrån Marton et al. samt styrdokumentet, hävda att djupförståelse är en kvalitativt överlägsen form av matematikkunskap.

•Yttre relevansuppfattning

Lärarna anger ofta *betygsjakt* som viktigt kännetecken hos starka elever. Denna betygsjakt kan återfinnas i det teoretiska resonemang som förs av Marton et al. Hos dessa består yttre relevansuppfattning i att eleven bedriver sina studier i syfte att uppnå något annat än kunskaper som sådana – istället utförs studierna i syfte att erhålla önskade betyg. Yttre relevansuppfattning är problematiskt bl a i så motto att den tenderar att överleda i ytkunskaper – en kunskap som är av begränsat värde⁸⁰.

•Språk

Åtskilliga lärare hävdar att ett välutvecklat matematiskt språk är en framträdande egenskap hos en stark elev. Detta är f ö något som tillstyrks av Skolverkets beskrivning av ämnet matematik:

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna...

...utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt⁸¹.

⁷⁹ Ibid.

⁸⁰ Ibid.

⁸¹ Se

<http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extrald=>

På nästa sida följer en tabell över våra tolkningar av inkomna svar. Vissa lärarsvar kan knytas till flera olika kategorier:

Tabell 2 Svarskategorier

Kategori	Antal svar
K 1	7
K 2	14
K 3	0
Obestämd	
kognitiv	10
Total kognitiv	31
Flit	11
Intresse	13
Språk	11
Yttre relevansuppfattning	10
Djupförståelse	13

Tolkningens genomförande

Efter kategoriseringen återstår tolkning av de inkomna svaren. Detta skall naturligtvis i möjligaste mån ske objektivt, i de fall kategoriseringen är alltför osäker undviker vi övertolkning genom att inte ta upp dessa svar. Här följer exempel:

”Har lätt för sig”

Detta uppfattar vi som en utfästelse om värdet av kognitiva styrkor – dock obestämd sådan.

Arbetsamma, skötsamma, flitiga, duktiga, samarbetsvilliga, delaktiga, ämnesintresserade,

programintresserade, initiativtagande o s v . . .

Ovanstående uttalande av en lärare är ett tydligt exempel på betoning av flit, samtidigt talas det här om vikten av intresse.

Lätt för att ta till sig information. Ställer frågor utöver kursen. Kan tänka "ett steg längre". Kan tillämpa generella lösningar

Här ser vi exempel på Krutetskiis två förstnämnda egenskaper. Det finns här även ett inslag av djupförståelse.

Fattar snabbt, kan tänka matematiskt, studieteknik, övar mycket, jobbar hemma, säkra algebraiskt, koncentrerar sig, uthålliga

Här ser vi exempel på Krutetskiis båda första egenskaper – samt flit. Här förekommer för det enda exemplet på mer specifika innehållsmässiga underrättelser om viktiga styrkor hos eleverna.

Självständiga, vetgiriga, ibland betygsfixerade

Här förekommer exempel på både djupförståelse och yttre relevansuppfattning. Det bland enkäten inte helt ovanliga ordet "självständig" har vi inte lyckats kategorisera in.

Djupförståelse – betonar vikten av väl befästa kunskaper

Här förekommer benämningen "djupförståelse" explicit.

Vi kommer att diskutera resultaten i kap 4.

3.3 Fråga 3

Slutligen ville vi undersöka om och i så fall hur lärarna försöker stimulera de starka eleverna. Därför innehöll enkäten följande fråga:

Vad gör du för att stimulera dessa elever? Välj ett eller flera svar av följande alternativ:

1. De får fortsätta framåt i läroboken och jag hjälper dem så mycket jag hinner.
2. De får arbeta med fler liknande uppgifter inom samma område.
3. De får arbeta med fler svårare uppgifter inom samma område.
4. De får arbeta tillsammans med årskursen över för att få fler utmaningar.
5. Om en elev arbetar mycket snabbt, händer det ofta att du "bromsar" eleven? I så fall varför?
6. Vi har en speciallärare som tar hand om dessa elever och ger dem stimulans.

Denna fråga gav alltså inte samma utrymme för fler olika svar, men lärarna fick ändå möjlighet i fråga 12⁸² att utveckla svaren på fråga 11.

Frågorna är av den naturen att antingen får eleven fördjupa sig och utveckla en djupförståelse för sådant de har gått igenom, eller så får de fortsätta med högre kurser. Detta kommer vi att reflektera över och koppla till djup respektive ytinläring.

⁸² Se bilaga 2.

Tabell 3 Lärarnas svar på hur de stimulerar starka elever

Svarsalternativ	Antal svar
1	34
2	8
3	48
4	5
5	8
6	1

Svarsalternativ 1 innebär att eleverna får fortsätta framåt i böckerna och att läraren hjälper dem så mycket de *hinner*. En naturlig följdfråga i detta sammanhang är om lärarna tycker att tiden räcker till för att stimulera de starkare eleverna⁸³. Frågan ställs sist i enkäten och det var 51 stycken lärare som besvarade den och tre stycken som avstod. Av 51 lärare svarade 15 lärare ja på frågan, 32 svarade nej och 4 kunde vi inte bedöma om de svarade ja eller nej.

Min huvuduppgift är att hjälpa de som sökt NV att klara utbildningen, i mån av tid får man sen arbeta med de som nått längre. Självlärt skulle man kunna stimulera dem mer, det är tiden. Tidsbrist.

Nej. Vår skolas målsättning är att alla elever ska nå G. Detta innebär att de starka eleverna får klara sig mer och mer själva.

Nej det finns inte tid till detta. All tid och verksamhet, och alla ekonomiska resurser är inriktade mot de svaga eleverna.

I stort sett alla lärare markerade svarsalternativ tre på fråga 11. De svårare uppgifterna innebär t.ex. att eleverna får lösa c-uppgifterna i deras matematikbok, alternativa läromedel, att läraren själv konstruerar frågor eller att läraren får uppgifter från kollegor:

Boken räcker långt för de flesta eleverna...

⁸³ Se fråga 14 i bilaga 2.

Jag delar nog i så fall ut specialuppgifter. Jag har mycket i huvudet och kan skriva upp uppgifter på tavlan, eller kopiera från annan bok. Jag tycker det är roligare med mina egna uppgifter och finns önskemål så gör jag extrauppgifter till nästa lektion.

Använder uppgifter från t.ex. matematiktävlingar och tidskrifter ex nämnaren.

Vi diskuterar och hittar på problem tillsammans.

Åtta lärare svarade att de ibland bromsade en elev som räknade för fort. Flera av lärarna angav att de ville att eleverna skulle förstå det de räknar och av den anledningen bromsade dem.

En del uppgifter innehåller dolda moment som jag kontrollerar att han/hon har förstått.

För att de jobbat snabbt istället för att förstå.

Om jag anser att eleven går snabbare fram än eleven klarar av. T.ex. börjar jag inte på nytt område innan jag anser att eleven behärskar tidigare stoff tillräckligt bra eller jag anser att eleven kan få ett högre betyg med ett långsammare tempo.

Dessa citat belyser faran med att starka elever bara får räkna på utan att reflektera vad de gör i beräkningarna. Bara för att de är starka i matematik innebär det inte automatiskt att de inte behöver reflektera över vad de jobbar med. Att ha räknat långt i boken, som många elever anser vara ett tecken på hur duktig man är i matematik, har alltså sina nackdelar och kan i det långa loppet göra så att elever tillägnar sig ytkunskap istället för djupkunskap.

Vi intresserade oss även för följande fråga – är det möjligt att ur lärarnas svar urskilja någon *attityd* till starka elevers behov och rättigheter – samt lärarnas syn på sin egen roll. I fråga 14 gavs lärare utrymme att verbalisera sin syn självständigt.

Det vore intressant att söka kvantifiera förhållandet mellan respektive attityder. För ändamålet konstruerade vi ett särskilt system - åtskilliga lärare, antog vi, kan förknippas med precis en av följande attityder:

Attityd 1: Starka elever är viktig grupp att hjälpa

Attityd 2: Starka elever är en mindre viktig grupp att hjälpa, alternativt att lärare uppfattar denna grupp som självgående. Detta, anser vi, är möjligt att genomföra i 17 av 54 fall (31 %). I övriga fall uttalar sig lärarna, om alls, alltför vagt i fråga om attityd.

Följande citat antyder en viss frustration med att tiden inte räcker – därför anser vi denna lärare ha attityd 1.

Jag skulle göra det gärna, men tiden räcker inte.

ja men gör det inte så mycket.

Det ovanstående citatet tolkar vi som att hon inte anser att eleverna behöver särskilt mycket hjälp – trots att tid uppenbarligen finns. Denna lärare förknippar vi därför med attityd 2.

Ibland förmedlar lärarna en bild av starka elever som, på något sätt, icke i behov av stöd.

Nja, jag har 32 i klassen och de är självgående. Det fungerar.

I majoriteten av lärarsvar kunde vi inte upptäcka någon attityd i den mening vi presenterat ovan (i följande fall förekom dessutom endast en platt och oegentlig syn på tidsfrågan):

Man kan alltid önska sig mer tid.

Av de 17 svar med, enligt vårt förmenande, urskiljbar attityd hänför vi elva (65 %) till attityd 1, och 6 till attityd 2.

En naturlig fråga i detta läge är naturligtvis om det finns något samband mellan lärares attityd till tidsfrågan – och deras attityd till gruppen starka elever. Vi ställde dessa båda svarstyper mot varandra i ett korsdiagram. Detta var möjligt i 16 fall att samtidigt hitta uppgifter om båda attityderna.

Tabell 4: Lärarnas svar på frågan om det finns tillräckligt med tid med avseende på attityderna.

	Ja	Nej
Attityd 1	0	10
Attityd 2	4	2

Tabell 4 kommenteras i diskussionsavsnittet.

4. Diskussion

Vi har tagit del av olika slags källor som givit vid handen att starka matematikelever i Sverige ofta negligeras. I debatten urskiljer sig två läger – de som i stort är nöjda med de starka elevernas situation, och som ofta ställer dessa elever mot de svaga elevernas behov. Motiven här till förefaller vara framförallt ideologiska. Den andra gruppen som urskiljer sig önskar att gruppen starka elever uppmärksammas i ökad grad. De motiv som anges är av karaktären samhällsnytta samt elevernas rätt till personlig utveckling. Dessa båda läger ligger tydligen, på den rent politiska debattens nivå, på en höger/vänster-dimension⁸⁴. Det förekommer ibland att debattens aktörer på ett oreflekterat sätt använder pedagogisk forskning som ett instrument i debatten.

Forskning inom fältet starka elever har varit tämligen sparsmakad – inte minst för svensk del. På senare år har sådan forskning emellertid fått en starkare ställning, i Sverige anslås numera medel som explicit skall styras till forskning inom just detta fält.

Vi har tagit del den problematik som svenska högskolor ser i bristen på en ”bred topp” av blivande matematikstudenter med avseende på matematikkunskaper. De förefaller unisont teckna en bild av blivande studenter med allt svagare kunskaper. Uppenbarligen sker denna försämring på flera plan, både ”medelstudenten” och ”toppstudenten” är inbegripna i detta förfall, dessutom har kunskaperna urholkats rent innehållsmässigt i nästan varje avseende.

Styrdokumentet stadgar att lärare skall uppmärksamma även starka elever, emellertid måste påpekas att ett något större utrymme ges de svagare eleverna.

För oss som blivande matematiklärare på gymnasienivå känns dessa frågor viktiga.

Som lärare vill vi ge bästa möjliga förutsättningar för eleverna att kunna bedriva studier

⁸⁴ En sådan dimension är tydlig i den skolpolitiska debatt som diskuteras på s. 7-9 i 1.1.2. Ett annat exempel på tydlig ideologisering av den skolpolitiska debatten är de uppfattningar som framfördes av s-politikerna Alva Myrdal och Olof Palme, båda framstående inom det svenska social- och skolpolitiska fältet. Från dessa håll fanns en strävan att använda skolan som ett instrument för att överbygga klassklyftor. Se exempelvis David Lagercrantz debattartikel om begåvade barn, <http://www.piratforlaget.se/sidor/bokmain167.html>, och Richardsson, Gunnar, *Svensk utbildningshistoria – skola och samhälle förr och nu*, studentlitteratur, sjunde upplagan 2004, original 1977, ISBN 91-44-03600-0, s.123.

vid universitet/högskola. För att vi ska kunna göra det, måste vi dels med hjälp av exempelvis styrdokument och existerande forskning kunna motivera varför vi vill ge akt åt de starka eleverna. Som lärare måste vi också kunna identifiera elever med förutsättningar för högre studier och kunna anpassa undervisningen efter dessa, och genom att genomföra undersökningen har vi på så sätt kunnat kartlägga svenska lärares syn på identifiering och undervisning, vilket kan hjälpa oss i vår kommande lärarroll.

4.1 Metoddiskussion

Metoden att distribuera enkäter via mail visade sig vara effektiv, endast 3 av 514 (0.6%) lärare ifrågasatte i mail tillbaka till oss huruvida det var möjligt för dem att besvara enkäten rent tekniskt. En lärare i bortfallsgruppen uppgav att han misslyckades med att besvara enkäten på sådana grunder.

Det är möjligt att de lärare som haft mycket uttalade uppfattningar i de frågor vi ber dem ta ställning till i enkäten är mer angelägna att besvara enkäten än andra lärare. Det skulle, i så fall, kunna resultera i att mer "extrema" uppfattningar blir överrepresenterade i undersökningen. Vi har inte använt någon åtgärd för att komma till rätta med denna eventuella olägenhet. Detta har betingats av vår uppfattning att sådana åtgärder skulle bestå i en synnerligen rigorös bortfallsanalys. En sådan, anser vi, hade förutsatt en avsevärt större undersökning vilket ligger utanför ramen för våra tidsresurser. En intressant reflektion är att bortfallsanalysen inte vittnade om en tendens hos lärare att sky undersökningen på motvilja inför frågeställningarna.

Vårt summariska förfarande vad gäller selektion av potentiella skolor innehåller eventuellt en svaghet – det *kan* finnas socioekonomiska kopplingar mellan geografi och skolkultur, och därmed svarssätt⁸⁵.

Vi hävdar att de utfästelser vår undersökning lett oss fram till generellt sett håller en relativt hög nivå av tillförlitlighet – detta följer av urvalsgruppens storlek, samt att vi ibland undviker att dra slutsatser då vi ansett underlaget vara för litet.

⁸⁵ Vi föreställer oss att skillnader i skolkultur *kan* finnas mellan motsatsparen glesbygd/storstad och stadsdelar med hög resp. låg medelinkomst.

4.2 Resultatdiskussion

4.2.1 Fråga 1

Hur ska vi då tolka vår spridning i fråga 1? Spridningen kan bero på *egenskaper hos de elevgrupper* lärare för närvarande undervisar. Detta illustreras av följande citat:

Skulle denna fråga ställts till mig för två läsår sedan, skulle svaret ha blivit 70%. Då hade jag en extremt duktig matematikgrupp, dvs. det varierar oerhört mellan olika klasser/grupper. (Denna lärare svarade 25%)

Att lärare undervisar i varierande grupper har antagligen begränsat förklaringsvärde vad gäller den stora spridningen. Rimligtvis undervisar lärarna ofta i mer än en NV-klass – antagligen har de i svaret angivit ett medelvärde av sina föreställningar för olika klasser. Denna mekanism torde dämpa spridningen.

En annan möjlig orsak till den stora spridningen är att olika skolor, som lärarna i undersökningen, befinner sig i olika sociokulturella kontexter:

Vi vet att elevers kollektiva prestationer i hög grad påverkas av det pedagogiska och sociala klimatet de befinner sig i ; sammanfattat i semiakronymen PESOK⁸⁶

Ytterligare en möjlig orsak till skillnader mellan lärarnas svar kan vara *egenskaper hos lärare* – det kan exempelvis vara så att lärarna inte har bedrivit sina universitet/högskolestudier vid samma lärosäte. Konsekvensen av detta är att de kan ha skilda uppfattningar om vilka krav som kommer att ställas på eleverna den dag de börjar läsa vid universitet/högskolor:

Menar ni studier där matematik ingår, tex. civilingenjör, eller menar ni ren matematik, typ Mat/Nat med inriktning matematik?...Om ni menar civilingenjör och liknande (vilket jag antar att ni gör) då är det runt 80%.

⁸⁶ Dahl, s. 2.

Väldigt svårt att svara på. Matematik på högskolan kan ju vara allt från en 5p kurs till doktorandstudier...När jag efter nåt år träffar en del gamla elever och de berättar vad de studerar så blir jag ibland förvånad att just dem läser vad de läser.

Beror helt på vilken typ av matematikstudier. Idag är ju tyvärr ibland gymnasimatematiken på universiteten. Var är vi på väg?

Det sistnämnda citatet ger ett intryck av tvetydighet. Å ena sidan hävdar läraren att 95 % av dennes elever kommer att kunna bedriva studier vid högre lärosäten, å andra sidan ger läraren uttryck för den problematik som universitetslektorerna beskriver nämligen att högskolans matematik har urholkats - just på grund av att elevernas förkunskaper inte är tillräckliga.

Samtidigt kan olika svar bero på att lärare i olika grad har insikter i debatten om matematikstudenters situation. Som vi ser kan spridningen bero av flera faktorer vilket gör att spridningen är svårtolkad.

Sammanfattningsvis kan vi också påstå att resultatet i fråga 1 inte speglar den oro som lektorer vid universitet/högskola ger uttryck för – nämligen att den breda "topp" av blivande studenter som gymnasieskolan levererar inte riktigt motsvarar högskolans förväntningar. Mot högskolans oro står en förnöjsamhet hos en betydande del av svenska matematiklärare. Detta anser vi är anmärkningsvärt och ohållbart och denna insikt kommer säkert att avspegla sig i vår framtida undervisning. Vi kommer inte, i första hand, att uppfatta starka elever som självgående, utan snarare som en grupp i behov av stöd.

4.2.2 Fråga 2

Naturligtvis kan lärare ha olika sätt att känneteckna starka elever – de kan ju tänkas betona flit, kognitiva förmågor, intresse eller någon annan förmåga. För ändamålet konsulterade vi Krutetskiis alster för att få en bild av den diversitet som finns bland starka matematikelever. Vi fann att sådana elever innehar en uppsättning olika kognitiva

styrkor – och brist på någon av dessa väl kan kompenseras med andra mer välutvecklade (kognitiva) styrkor av annat slag.

Samtidigt finns, som vi sett hos Marton et al⁸⁷., olika typer av kunskap – samt olika sätt att lära. Dessa värderas och premieras på olika sätt hos olika lärare.

Vår avsikt var att undersöka vilka föreställningar om starka elever som är vanliga bland svenska gymnasielärare i matematik. Vi var särskilt intresserade av att undersöka om dessa föreställningar går att sätta in i Krutetskiis resp. Marton et al.:s begreppsbyggnad. Det överordnade målet var dock att mycket allmänt undersöka vilka egenskaper som lärarna kännetecknar starka elever med.

Vi konstaterar att en lärare kan ha flera olika uppfattningar samtidigt om vad som kännetecknar en stark elev – detta är föga förvånande då frågan ställdes så fritt.

Det framkom vissa för oss överraskande inslag som vi här presenterar. Det var totalt 31 som angav någon kognitiv förmåga som viktigt kännetecken hos starka elever. Detta innebär att endast en dryg tredjedel av lärarna överhuvudtaget lyfter fram kognitiva förmågor! En *tänkbar* möjlighet är att svenska matematiklärare känner sig obekväma när det gäller att yttra sig om elevers kognitiva förmåga. Orsaken därtill kan, möjligtvis, vara en okunskap om den uppsjö av förmågor och kombinationer av dessa som forskningen omtalar. De skulle i så fall kunna välja att behandla denna fråga med tystnad.

En för oss anmärkningsvärd omständighet är att Krutetskiis tredje förmåga – att *minnas* metoder och lösningsförfaranden helt saknas i vårt inhämtade material. Samtidigt svarar hela 14 lärare att Krutetskiis andra förmåga – att kunna bearbeta och generalisera matematisk information är utmärkande för starka elever. Vår fråga är nu hur lärarnas tystnad angående minne skall tolkas. En *tänkbar* förklaring är att förmågan att *minnas* i dagens svenska skola fått en pejorativ klang, och att denna förmåga förknippas med en

⁸⁷ Marton, *Hur vi lär*, kap. 3.

gammaldags forcerad ytinlärning – istället för som hos Krutetskii som en specifik – och värdefull kognitiv förmåga.

Intresse, flit och språk utgör var och en för sig mindre vanliga svar – vi rör oss då i intervallet 20-25 % av svaren. Vi nöjer oss med att beteckna bristen på svar inom åtminstone intresse och flit som överraskande. Vi anser oss här sakna underlag för någon tolkning.

Trots att kognitiva förmågor inte fick alls det utrymme i svaren som vi förväntade oss, var denna typ av svar ändå den vanligaste. Detta visar på den stora spridning som lärarna gav uttryck för. Det finns helt enkelt inte något sätt att uttrycka våra lärares syn vad gäller fråga 2 på någon kondenserad form. En bred konsensus om vad som kännetecknar starka elever saknas.

Vi anser att ytterligare forskning vore intressant – och behövlig för att utreda hur svenska lärare ställer sig till *de enskilda egenskaperna* flit, intresse, kognitiva förmågor etc. Detta skulle kunna ske med kvalitativa metoder – exempelvis intervjuer.

4.2.3 Fråga 3

Som vi kunnat se finns på senare år svensk forskning och samhällsdebatt som belyser de starka elevernas situation. Inte minst Strömbäcks⁸⁸ uppsats ger en något alarmerande bild av denna grupps utsatthet. Från högskolornas sida varnar man för att blivande studenter ofta – och allt oftare saknar tillräckliga förkunskaper. Vi har i diskussionen kring fråga 1 visat på ett glapp mellan gymnasiet och högskolans lärares syn på NV-programmets elever. Det är därför inte helt överraskande att stora grupper av lärare antingen är nöjda med den givna tids-/resursfördelningen – eller anser att gruppen starka elever är självgående.

⁸⁸ Strömbäck, *Högpresterande elever i matematik - en kartläggning av individanpassat lärande på gymnasiet*.

Trots detta har det visat sig att ungefär dubbelt så många lärare anser sig sakna tid att på rimligt sätt möta de starkare eleverna än antalet som i stort är nöjda med tiden. Detta bör man, anser vi, kunna generalisera till totalgruppen lärare på så sätt att en majoritet av denna anser sig sakna tillräcklig tid för dessa elever.

Det har visat sig att lärarnas attityder till starka elever uppvisar viss spridning, denna bör dock inte övertolkas – endast 31 % av lärarna kan överhuvudtaget entydigt förknippas med någon attityd. De övriga uttalar sig knappast med känslösamma överord när de utvecklar sin syn på fråga 14.

Emellertid kvarstår att olika attityder till elevernas situation och tidstilldelning förekommer. Frågan är då vad som ger upphov till denna skillnad. En tänkbar förklaring vore naturligtvis att olika lärare verkar i klasser av varierande storlek och sammansättning. Denna skillnad torde, på samma sätt som redovisas i diskussionen kring fråga 1, dämpas av det faktum att många lärare undervisar i flera olika klasser.

Vi framhåller här, med hänvisning till tabell 4, att det finns ett ganska tydligt *samband* mellan frågan om tidsbrist och attityd. Vår undersökning ger vid handen att attityd 1 och tidsbrist tillsammans utgör en vanlig svarstyp. *Endast* bland dem som företräder attityd 2 förekommer i vår undersökning den uppfattningen att tillräcklig tid finns.

Frågan är nu – orsakar stor klasstorlek, och på denna följande tidsbrist, en attityd där lärare värnar om de starka elevernas situation? Eller är det istället så att lärarens attityd helt enkelt finns *immanent* hos läraren, att den inte kan knytas till lärarens nuvarande undervisningssituation? Vår provisoriska slutsats i den här frågan blir att lärare som, antagligen, berättar utifrån *de senaste årens samlade erfarenheter* utgår från ett ”medelvärde” av erfarenheter som utvecklats i högst skiftande klasskonstellationer. Därför torde lärarens egen utbildningsbakgrund och referensramar ha spelat in.

Det vore säkert befogat att beforska frågan ytterligare med hjälp av intervjuer – eller mer uttömmande enkätundersökningar – och på så sätt komma runt den tystnad som kännetecknar lärarnas svar.

Det är positivt att lärarna inte endast låter eleverna arbeta med uppgifter av en typ de redan behärskar utan i hög grad låter dem gå vidare. Det är även bra att lärarna emellanåt bromsar upp elever som inte tillgodogjort sig någon egentlig djupförståelse kring lärandeobjekten.

5. Sammanfattning

5.1 Fråga 1

Syftet med fråga ett var att undersöka hur lärarna ser på sina elevers möjlighet att bedriva studier vid högre lärosäten och jämföra den med den bild som lektorer vid universitet/högskola ger. Det visar sig att det finns ett glapp mellan universitetens förväntningar och gymnasielärarnas syn på sina elevers kunskap. Vår undersökning visar att gymnasielärarna har hög tilltro till sina elever och 50 % av lärarna gör bedömningen att mellan 60-95 % av eleverna kommer att kunna bedriva högskolestudier i matematik. Dessa skillnader mellan lärarsvaren kan t.ex. bero på att lärarna inte har bedrivit sina matematikstudier vid samma läroverk och därmed har olika syn på vilka krav som kommer att ställas på sina elever eller att lärarna undervisar i olika sociokulturella kontexter.

5.2 Fråga 2

I fråga 2 ville vi undersöka hur lärarna identifierar de begåvade eleverna. Vi ville sedan kategorisera lärarsvaren utefter Krutetskiis förmågor, samt egenskaperna flit, intresse, språk, yttre relevansuppfattning och djupförståelse för att se om det fanns några framträdande mönster i lärarnas svar. Det vi främst reagerade mot var att så få lärare angav att någon kognitiv förmåga, flit eller intresse var utmärkande för en stark elev. Rent intuitivt tycker vi att det här är förmågor som kännetecknar begåvade elever. Slutsatsen som man kan dra från undersökningen är att det behövs betydligt mer ingående och omfattande undersökningar för att identifiera förmågor hos begåvade elever. Problemet är betydligt mer komplicerat att utreda än vad man tror vid första anblick vilket vi anser speglar vår okunskap om starka elever.

5.3 Fråga 3

Ett mycket vanligt sätt för lärare att möta de starkare eleverna är att låta dem räkna framåt i boken och att erbjuda dem individuell hjälp i mån av tid – samtidigt anser sig en majoritet av lärarna inte ha tid att hjälpa de starkare eleverna. Det är samtidigt väsentligt

vanligare att lärare låter elever konfronteras med svårare uppgifter istället för att endast låta dem "trampa vatten" bland uppgifter de redan behärskar.

Endast i mycket sällsynta fall erbjuder skolan de starkare eleverna ren specialundervisning – ibland förekommer dock att elever får möjlighet att läsa tillsammans med högre årskurser.

Det är inte helt ovanligt att lärare bromsar elever – detta sker oftast med motiveringen att eleverna behöver få utveckla djupförståelse – något berörda lärare anser ske bäst genom att eleverna inte okontrollerat räknar vidare.

Det har visat sig att en majoritet av lärare anser sig sakna tid att möta de starka eleverna – det *kan* vara så att det är vanligare att lärare känner frustration än antalet lärare som känner förnöjsamhet över detta förhållande. Bland lärare som anser att gruppen starka elever är en viktig grupp att se förekommer nästan aldrig uppfattningen att tiden räcker, något som är vanligt bland de förnöjsamma.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att svenska gymnasielärare på NV-programmet har en hög tilltro till sina elevers förutsättningar till vidare studier och att lärarna saknar en tydlig gemensam bild av vad en stark elev är för något. Samtidigt uttrycker lärarna en hel del frustration över att inte hinna ge sina starka elever den tid och det utrymme de skulle behöva – eleverna hänvisas i hög grad till läroboken.

Källförteckning

Tryckta källor

Atterström, Hans och Persson, Roland S., *Brister eller olikheter? Specialpedagogik på alternativa grundvalar*, 2000, ISBN 91-44-01283-7.

Bates, Janet och Munday, Sarah, *Able, gifted and talented*, 2005, ISBN 08264-7837-9.

Göteborgs-Posten, *Eleverna har mycket dåliga förkunskaper i matematik*, 2004-02-10.

Marton, Ference, Hounsell, Dai, Entwistle, Noel, *Hur vi lär*, 1986, 3:e upplagan, Bokförlaget Prisma, ISBN 91-518-3879-6.

Richardsson, Gunnar, *Svensk utbildningshistoria – skola och samhälle förr och nu*, studentlitteratur, sjunde upplagan 2004, original 1977, ISBN 91-44-03600-0.

Stockholm City, 2006-11-13, *Läraryrket varnar för elitklasser*, 2006-11-13.

Svenska Dagbladet, 2006-08-18, *Begåvade elever kan få elitklasser*, 2006-08-18.

Sydsvenska Dagbladet, Eskil Fagerström och Pia Rehnquist, *Blivande civilingenjörer kan inte räkna*, 2005-12-01.

Thunberg, Hans och Filipsson, Lars, *Gymnasielärares syn på KTHs introduktionskurs i matematik*, 2005.

Vretblad, Anders, *Algebra och geometri*, 1999, ISBN 91-40-63173-7.

Internetbaserade källor

Able and gifted children, <http://www.literacytrust.org.uk/database/able.html>, 2006-12-30.

Axess, Olle Häggström, *Det är dags att göra upp räkningen*, nr 4/2004, http://www.axess.se/svenska/2004/04/tema_haggstrom.php, 2006-12-30.

Bergström, Wännström, *Att arbeta med begåvade elever i ämnet matematik*, examensarbete vid Luleå tekniska universitet, 2003, <http://epubl.ltu.se/1402-1595/2003/009/LTU-PED-EX-03009-SE.pdf>, 2006-12-30.

Dahl, Thomas, *De duktiga klarar sig alltid själva? En presentation av ett forskningsprojekt rörande "Gifted education" i matematik - Nationell konferens i ämnesdidaktik Karlstad 2005*, http://www.kk.kau.se/svenska/amnesdidaktik2005/pdf/thomas_dahl.pdf, 2006-12-30.

David Lagercrantz debattartikel om begåvade barn, <http://www.piratforlaget.se/sidor/bokmain167.html>, 2006-12-30.

Fredriksson, Johanna och Palmqvist, Emma, *Vadå begåvad? - en kvalitativ studie om begåvade barn*, Linköpings universitet, C-uppsats från Lärarprogrammet år 2005, diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_liu_diva-4242-1__fulltext.pdf, 2006-12-30.

Gymnasium.se, <http://www.gymnasium.se/gymnasie/>, 2006-12-30.

Håkansson, Johanna och Grant, Britt, *Hur finner vi elever med fallenhet i matematik? – En fallstudie, i år 8, om hur vi kan finna elever med matematisk fallenhet*, Examensarbete, Växjö universitet, HT 2005, www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_vxu_diva-453-2__fulltext.pdf, 2006-12-30.

Lärarnas riksförbund,

<http://www.lr.se/lrweb/home.nsf/indexfrmset?readform&Url=http://www.lr.se/lrweb/Ho me.nsf/bykey/KDAN-5XDEMV?OpenDocument>, 2006-12-08.

Matematik - utvärderingsresultat från den 5 mars 2002, Högskoleverket,

<https://www.studera.nu/hogskolan/kvalitet/utbildning/matematik.shtml#forkunskaper>, 2006-12-30.

Pedagogik för elever med förmåga och fallenhet för matematik (Gifted Education in Mathematics),

http://w3.msi.vxu.se/~hso/gifted_vr_hemsida.pdf, 2006-12-30.

Programförklaring till Gifted education vid Växjö universitet,

http://w3.msi.vxu.se/~hso/gifted_vr_hemsida.pdf, 2006-12-08.

Sollervall, Håkan och Wistedt, Inger, *Att stödja elever med förmåga och fallenhet för matematik*, Växjö universitet, Acta Wexionensia Nr 53/2004:127-136,

http://www.math.uu.se/~kajsa/didaktik/profiltext_gifted.pdf, 2006-12-30.

Strömbäck, Marcus, *Högpresterande elever i matematik - en kartläggning av individanpassat lärande på gymnasiet*, Umeå Universitet, VT 2005,

www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_umu_diva-721-2_fulltext.pdf, 2006-12-30 .

Wistedt, Inger, Lagergren, Robert, Gunnarsson, Linda, Hartonen, Anna-Karin, Grant, Britt, Håkansson, Johanna, *Pedagogik för elever med intresse och fallenhet för matematik*,

<http://www.vxu.se/lub/forskning/kursinfo/IW.pdf>, 2006-12-30.

Styrdokument

Förordning om särskilda program mål för gymnasieskolans nationella program utfärdad den 4 november 1999,

<http://www.skolverket.se/skolfs?id=623>, 2006-12-30.

Lpf 94 (1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna),
<http://www.skolverket.se/publikationer?id=1071>, 2006-12-30.

Skollag (1985:1100),
<http://www.notisum.se/rnp/sls/lag/19851100.HTM>, 2006-12-30.

Skolverkets beskrivning av ämnet matematik,
<http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extrald=>, 2006-12-30.

Bilaga 1

Hej. Vi är två lärarstudenter vid Kristianstad högskola som skriver ett examensarbete om hur man undervisar starka elever i matematik. Som en del i arbetet skulle vi vilja att lärare i matematik på NV-programmet svarar på en enkät. Enkäten är inte alls omfattande och det tar inte lång tid att besvara frågorna. Detta gör man anonymt.

Enkäten kan ni svara på genom att fylla i worddokumentet och sedan maila det till oss. För att visa vilket svarsalternativ ni valt kan ni ersätta fyrkanten med ett x. Helst skulle vi vilja att ni skickar den ifyllda enkäten till os senast nästa torsdag.

Tack på förhand från Mikael Fågelborg och Andréas Rosenberg.

Bilaga 2: Enkät

Fyll i svaren på frågorna i detta dokument.

1. Vilket kön?

- Man Kvinna

2. Hur många år har du arbetat som lärare?

- 0~5 år
 6-10 år
 11-15 år
 >15 år

3. Har du lärarutbildning för de skolår där du undervisar?

- Ja
 Nej, jag är utbildad för skolår
 Nej, jag saknar lärarutbildning

4. Har du fått någon fortbildning i matematikdidaktik?

- Ja
 Nej

5. Hur många högskolepoäng i matematik har du?

- 10p
 20p
 40p
 60p
 >60p
 Vet ej

6. Hur lång tid i veckan undervisar du i matematik?

7. Hur lång tid i veckan vill du att dina elever ägnar sig åt matematik hemma?

8. Vilken undervisningsmodell passar bäst in på dig och din klass? Ange i procent av den totala undervisningstiden.

Tyst matematik med hjälp av läroböcker:

10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

Tyst matematik på annat sätt:

10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

Genomgång med alla elever

10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

Elever arbetar i grupper med uppgifter i läroböcker

10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

Grupparbete/laborativt arbete med speciella gemensamma uppgifter

10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

9. Hur stor andel av dina NV-elever bedömer du, kommer att kunna klara av att bedriva matematikstudier vid universitet/högskola?

_____ %

10. Hur upptäcker (ser) du dessa elever/vad utmärker dessa elever? Beskriv.

11. Vad gör du för att stimulera dessa elever? Välj ett eller flera svar av följande alternativ.

- De får fortsätta framåt i läroboken och jag hjälper dem så mycket jag hinner.
 - De får arbeta med fler liknande uppgifter inom samma område
 - De får arbeta med fler svårare uppgifter inom samma område
 - De får arbeta tillsammans med årskursen över för att få fler utmaningar
 - Om en elev arbetar mycket snabbt, händer det ofta att du "bromsar" eleven?
I så fall, varför?
-

- Vi har en speciallärare som tar hand om dessa elever och ger dem stimulans

12. Utveckla svaren på fråga elva t.ex. delar du ut nästa årskurs lärobok, delar du ut specialuppgifter, och hur tillhandahåller du i så fall dessa. Tillverkar du dem på egen hand, får du dem från kollegor eller skolans förråd etc.

13. Försöker du förmå starkare elever att hjälpa andra?

14. Anser du att du har tillräcklig tid att lägga ned för att stimulera starkare elever? Om inte, utveckla varför?

Bilaga 3

Hej!

För en liten tid sedan kontaktade vi dig angående en enkätundersökning till vårt examensarbete i gymnasielärarlärutbildningen på Högskolan Kristianstad. Examensarbetet handlar om lärares syn på starka NV-elevens matematikstudier. Vi kontaktade några hundra lärare runt omkring i landet - storleksordningen 10% svarade. Vi är nu ute efter att göra en bortfallsanalys. På grund av tidsbrist, eller kanske andra orsaker vill många lärare alltså inte svara. Vi lägger inte alls någon värdering på detta, men önskar att ni tar ställning till de frågor vi här bifogar.

MVH Andréas Rosenberg och Mikael Fågelborg

Bilaga 4

Fyll i svaren på frågorna i detta dokument.

Kan du påminna dig om att du fått en enkät från oss?

Ja

Nej

När du fick enkäten från oss, vad gjorde att du valde att inte besvara den?

Bilaga 5

På sidan 23 uppgav vi att gymnasielärarna i vårt urval i medeltal uppgav att 56 % av deras elever var förmögna till högre studier i matematik. Denna höga andel förbryllade oss och detta föranledde oss att undersöka vilken *statistisk felmarginal* vi har med att göra – är det rena tillfälligheter som givit upphov till det höga medelvärdet? Vilka slutsatser kan vi dra angående *totalgruppen* svenska gymnasielärare i matematik utifrån svar från 54 lärare.

En svårighet vi här ställs inför är att vi inte är underrättade om vilken typ av fördelning vårt urval uppvisar. Vi anför här vad som måste uppfattas som ett rent *räkneexempel* – vi föreställer oss att uppfattningar (procentsvar) är approximativt *normalfördelade* i totalgruppen. Detta är sannolikt en approximation som inbjuder till invändningar, och behandlas här just som ett räkneexempel.

Vi vill här, ovanstående beaktat, avgöra inom vilket intervall totalgruppens uppfattning i medeltal på fråga 9 i enkäten ligger med konfidensgraden 95 %.

Den statistiska felmarginalen beräknar vi med uttrycket: $z\sqrt{p(100-p)/n}$.
p är proportionen av uppfattningen om andel elever förmögna till vidare studier – i vårt fall 56.0 %. n är antalet element i urvalsgruppen, här 54 st. z är ett mått på konfidensgraden – z är här 1.96 som svarar mot konfidensgraden 95 %.

Felmarginalen beräknade vi till 13 % - detta innebär att vi, i detta räkneexempel, kan dra slutsatsen att med sannolikheten 95% är medelvärdet hos hela populationen gymnasielärare på naturvetenskapligt program beläget i intervallet [43%,69%].

Felmarginalen är omvänt proportionell mot \sqrt{n} – detta innebär att vid ett lägre antal element i urvalsgruppen vore felmarginalen större. Emellertid växer funktionen $n \rightarrow \sqrt{n}$ så långsamt för stora n att felmarginalen påverkas allt mindre. Här följer två andra räkneexempel – p och z är här oförändrade:

n	Felmarginal
10	31
1000	3

Detta innebär, för vårt räkneexempel, att 54 enkätsvar ger ett väsentlig smalare konfidensintervall än exempelvis tio enkätsvar – samt att ett väsentligt kortare konfidensintervall än vårt hade förutsatt ett dramatiskt högre antal enkätsvar.