HÖGSKOLAN KRISTIANSTAD

Examensarbete

Hösten 2006

Lärarutbildningen

Pedagogisktarbete

Vilka svårigheter finns när gymnasieelever lär linjära ekvationer?

– Undersökning av inlärningsmöjligheter

Författare

Jenny Isaksen

Torbjörn Axelsson

Handledare

Kristina Lindgren

www.hkr.se

Vilka svårigheter finns när gymnasieelever lär linjära ekvationer?

Av
Torbjörn Axelsson
&
Jenny Isaksen

Handledare
Kristina Lindgren

Abstrakt

Vilka svårigheter finns då gymnasielever lär linjära funktioner?
Bakgrunden till att problemformuleringen uppkom är att det är en stor grupp elever som hamnar i svårigheter när de ska arbeta med linjära ekvationer. Syftet med undersökningen är att belysa några av de svårigheter som finns, ringa in dem och se vilka de bakomliggande faktorerna är. Målet är att finna svårigheter för att senare kunna samla vidare kunskap gällande dessa

Undersökningen är kvalitativ och baseras på tre diagnoser och en intervju och är utförd på ett gymnasium. Resultatet visar på att många elever bl.a. saknar baskunskaper och problemlösningsförmåga samt att läraren ofta ej gör matematik verkligt vilket bidrar till omotivation. Studien har resulterat i en mängd punkter av svårigheter som sammanfattas efter diskussionen. Detta är ett stort område att forska i vilket bidrar till att det finns många fler svårigheter att finna än de vi funnit. Ett intressant område att göra vidare forskning på är hur man kan förebygga dessa svårigheter och hjälpa elever ur svårigheterna.

Ämnesord: Matematikundervisning, algebra, linjära ekvationer, gymnasieelever, intervjuer.

Förord

Vi vill tacka alla som, direkt eller indirekt, varit delaktiga i att detta arbete har färdigställts. Alla som har bidragit till att vi har fått svar på frågan *vilka svårigheter finns när gymnasium elever lär linjära ekvationer?*

Vi vill speciellt ge ett stort tack till de elever som engagerat sig och gjort undersökningen möjlig. Vi vill även tacka vår handledare Kristina Lindgren för allt stöd, arbete och goda idéer som hon har bidragit med.

Arbetet har gett oss insikter i hur många och vilka problem som kan finnas vid inlärning utav linjära ekvationer. Frågan vi ställer oss själva och till andra som vill forska inom området är:

Hur ska man underlätta för eleven att inte hamna i eller ta sig ur de svårigheter som finns då de lär linjära ekvationer?

Innehållsförteckning

1. Inledning

1.1 Bakgrund

Vårt uppdrag som gymnasielärare i matematik kurs A är att möjliggöra för samtliga elever att nå upp till målen för kursen. I kursmålen för matematik kurs A ingår bl.a. att bredda och fördjupa sig inom algebraområdet. Mer specifikt uttryckt ska de uppnå nedanstående mål för att bli godkända i matematik A.

- kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen
- kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel
- kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle

(Kursmål: Matematik kurs A)

Matematik kurs A är en kärnämneskurs och ingår i alla program. Detta innebär att samtliga elever som läser på något av Sveriges gymnasium ska uppnå kursmålen för att få ett slutbetyg. Kursens syfte är att ge en allmän medborgarkompetens och förbereda för fortsatta studier. Just algebran är det område vilket många elever har svårt för enligt Nationell undersökning 2003. Ute under vår verksamhetsförlagd utbildning på en gymnasieskola är det en pedagog som utrycker sin frustration över just detta. ”Jag har tragglat ekvationer igenom hela matte A och tänkt att om det är något de ska kunna när de slutar så är det ekvationer. Idag på matte B lektionen så var det ingen som visste hur man löser dem.” Algebran är inte ett område likt statistik utan det är ett verktyg som följer alla matematikstudier. Av egna erfarenheter är det vanligt att man samtalar om elevernas bristande kunskap inom algebran ute på lärarrummen i skolorna. I samband med diskussionen brukar det ofta kommenteras att elever har sämre matematikkunskaper idag när de kommer till gymnasiet än vad tidigare elever, dvs. elever för ca fem år sen, hade. Ericsson. S. (2005) visar med sin forskning att just så är fallet, att elever har sämre matematikkunskaper idag när de kommer till gymnasieskolorna. Hur ska man då som lärare möjliggöra för alla elever att uppnå målen? Vidare innebär det att de elever som inte klarar matematik kurs A inte heller kan fortsätta med matematik kurs B, vilket ofta krävs vid vidareutbildning på universitet och högskola. Observera att endast matematik kurs A är en kärnämneskurs trots att gymnasieskolan ska vara förberedande för fortsatta studier enligt förordning om 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna Lpf 94.

1.2 Vår personliga bakgrund

Att det är många elever som har problem med ekvationslösning i matematik kurs A på gymnasieskolorna är bekräftat av bl.a. NU -03 (NU -03, se sid. 9) och av egna erfarenheter. När vi kommer ut som examinerade pedagoger är det vi som ska möta upp problemet. Vi anser att lärarutbildningen idag inte tillgodoser den pedagogik och didaktik som krävs för att möta upp det här behovet och att vi därför saknar kunskap runt problemet.

> Jag har tragglat ekvationer igenom hela matte A och tänkt att om det är något de ska kunna när de slutar så är det ekvationer. Idag på matte b lektionen så var det ingen som visste hur man löser dem.

Problemet som pedagogen ovan beskriver är det problem som vi vill avvara eleverna.

Under vår egen utbildning till gymnasielärare med inriktning matematik, har vi erfarit att utbildningen ofta riktar sig mot de svagpresterande eleverna eller de elever som är i svårigheter. Det medför att vi inte har tillräckligt med kunskap för att möta upp de normalt begåvade eleverna ute på skolorna. Det vill säga de elever som varken har lätt eller svårt för matematik och just algebra. Det är dessa elever vi vill utveckla vår kunskap inom didaktik och pedagogik för och det är denna grupp som vår undersökning kommer att vända sig mot.

1.3 Syfte

Vårt syfte med undersökningen är att

- belysa några av de svårigheter som finns vid lösning av linjära ekvationer
- ringa in bakomliggande faktorer som bidrar till dessa svårigheter

1.4 Problemformulering

Frågor vilka vi ställer oss själva är hur man som gymnasielärare ska möjliggöra för att samtliga elever ska nå upp till målen för matematik kurs A? Vad är det som gör att det är så många som faller bort vid ekvationslösning? Är ekvationslösning en baskunskap? Är det elevernas förkunskaper eller tankegångar som felar? Är det undervisningsformen som felar? Ur detta finner vi en frågeställning vi vill ha svar på och som denna studie kommer att ge oss en djupare kunskap om.

- Vilka svårigheter finns när gymnasieelever lär linjära ekvationer?
    - Vilken betydelse har baskunskaper?
    - Är ekvationslösning en baskunskap?
    - Vad har det matematiska språket för inverkan på hur gymnasieelever lär ekvationslösning?
    - Hur påverkar förmågan att beräkna/redovisa, att ett korrekt svar ges?

1.5 Arbetets uppläggning

I det inledande kapitlet ges en bakgrund till vårt arbete samt en beskrivning av syfte och problemområden. Därefter presenteras arbetes uppläggning. Vår uppsats utgår från att undersöka vilka svårigheter som finns när elever lär sig linjära ekvationer och vad som är anledningen till dessa svårigheter.

Det andra kapitlet innehåller litteraturfördjupning inom fem områden som belyser frågan om vilka svårigheter finns då gymnasieelever lär linjära ekvationer. De fem områdena är baskunskaper allmänt och inom matematik, abstrakt tänkande, matematiska språket och dess begreppsbildningar, motivation och avslutningsvis didaktik.

I kapitel tre ges en beskrivning av uppsatsens metodologiska uppläggning. Varje diagnosmoment beskrivs kortfattat med syfte och mål.

Det fjärde kapitlet ägnas åt resultatredovisning och analys. Först sammanfattas resultatet från de fyra diagnoserna och sedan redovisas de specifikt uppdelat på de intervjuade eleverna. Arbetet mynnar ut i en diskussion och sammanfattas sedan kort.

1.6 Definitioner

VFU	Verksamhetsförlagd utbildning och är den praktik som lärarstuderande gör under sin utbildning.
Utryck	En meningsfull sammanställning av talsymboler och tecken för räkneoperationer.
Variabel	är något som kan ändras. I datavetenskap och matematik betecknar den ett namn som används för att representera ett okänt värde eller kvantitet.
Pekfingermetoden	Ekvationslösningsmetod där eleven håller över variabeln med pekfingret för att sedan ”se” vilket värde variabeln ska ha.
Bokför	Redogör på ett korrekt begripligt sätt för sina matematiska tankar.
Algoritm	Återupprepad instruktion. Ex. Hur en beräkning i division ska ske.
Nu 03	Nationell undersökning 2003 är en nationell undersökning där man jämför kunskaperna som elever besitter i dag med de som eleverna besatt 1992. Eleverna får svara på samma frågor som eleverna fick svara på 1992 därutav kan man på ett konkret sätt jämföra kunskapsnivån.
Lgr 80	1980 års läroplan för grundskolan.
Lpo 94	Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet.
Lpf 94	förordning om 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna. Som innefattar bl.a. gymnasiet.

2. Litteraturbearbetning

2.1 Grundläggande begrepp

2.1.1 Definition av algebra och linjär algebra

Algebra är en gren inom matematiken och ordet algebra betyder ”addera lika termer till båda sidor av en ekvation för att eliminera negativa termer” och härstammar från ett kompendium, med samma namn, skrivet av en arabisk vetenskapsman. Numera är algebran mer avancerad än så och innefattar allt mer avancerade räkneoperationer men med samma grund nu som då, dvs. att man gör lika på båda sidor.

Linjär algebra innefattar endast linjära funktioner, dvs. funktioner på formen ax+by+c=0. Begreppet linjär algebra beskriver räta linjer i ett ekvationssystem och är en central del av undervisningen på högskolor och gymnasium.
(http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=111222&i_word=algebra 2006-11-03

2.1.2Definition av en ekvation

> Ekvation - utjämning av. Ekvation är ett algebraiskt sammanhang som uppfylls av en okänd storhet (ett obekant tal, vanligtvis betecknat med x). Syftet med ekvationen är att finna det obekanta talet (lösa ekvationen). Ett ytterst enkelt exempel är x + 3 = 2x.
> (Vilket tal fördubblas om man lägger till tre?). Detta är en linjär ekvation, en förstagradsekvation. (http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=160409&i_word=ekvationradsekvation . 2006-11-03)

2.2 Baskunskaper

2.2.1 Definition av baskunskaper

Nationalencyklopedins definition av baskunskaper.

> Baskunskaper, grundläggande kunskaper. Termen har, tillsammans med den ofta synonymt använda basfärdigheter, varit vanlig i utbildningspolitik och utbildningsdebatt framför allt efter 1950, under genomförandet av den nioåriga obligatoriska skolan. Ett närliggande begrepp har varit grundläggande färdigheter, där man i Lgr 80 skilde mellan vardagsfärdigheter och kommunikationsfärdigheter. De senare avsåg sådana färdigheter, t.ex. tala, läsa, skriva och räkna, som utgör grunden för det fortsatta arbetet i skolan och vuxenlivet. I Lpo 94 används inte explicit begreppen baskunskaper, basfärdigheter eller

grundläggande färdigheter, däremot anges "mål att uppnå" inom olika ämnen och ämnesområden, t.ex. att kunna lyssna och läsa aktivt, att kunna kommunicera i tal och skrift, att behärska grundläggande matematiskt tänkande samt att känna till och förstå grundläggande begrepp och sammanhang inom olika kunskapsområden. Baskunskaper har ofta kallats minimikompetens eller allmän medborgarkompetens. (http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=124710&i_word=baskunskaper 2006-11-03)

Baskunskaper är ett begrepp som myntades under första basfärdighetsvågen i USA då man inom det militära skulle lära ut mer avancerad matematik, vilket misslyckades eftersom många saknade grundläggande baskunskaper. Man inriktade sig senare på att lära ut mer allmänna samhällsnyttiga kunskaper. När andra basfärdighetsvågen strömmade in över USA och debatten blev allmän även i Sverige, som höll på att arbeta fram 1980 års skolplan Lgr 80, resulterade de till vissa punkter i den nya skolplanen. De kunskapsområden som skall behandlas skall vara av grundläggande betydelse för alla, oavsett kommande verksamhet. ”De grundläggande färdigheterna har avgörande betydelse för övriga studier, för yrkesverksamhet, för återkommande utbildning och inte minst för att ge människor möjligheter att hävda sina rättigheter i samhället”. Kilborn. W (1981) sid. 19

Det som skiljer mest i avseende på framtida arbete för elever mellan skolplanerna Lgr 80 och Lpf 94 är att enligt Lpf 94 ska eleverna ”fördjupa och utveckla kunskaper som förberedelse för yrkesverksamhet och studier”. Detta innebär att alla gymnasiala studier ska vara förberedande för högskola eller universitet. Därutav finns det kärnämnen vilka ingår i alla program vilka anses ge allmänutbildning såkallade baskunskaper. Skolverket definierar baskunskaperna i Matematik kurs A, dvs. målen för Matematik kurs A.

Matematik A är en kärnämneskurs och ingår i alla program. Kursen bygger vidare på matematikutbildningen i grundskolan och erbjuder breddade och fördjupade kunskaper inom områdena aritmetik, algebra, geometri, statistik och funktionslära. Kursen läses av elever med vitt skilda studieinriktningar. Uppläggningen anpassas och problem väljs med hänsyn till elevernas studieinriktning. Kursen ger både allmän medborgarkompetens och utgör en integrerad del av den valda studieinriktningen. http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extraId= (2006-10-31)

2.2.2 Baskunskaper gällande matematik på gymnasiet

Mål som eleverna skall ha uppnått efter avslutad Matematikkurs A

Eleven skall

- kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen
- kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel
- kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle.

  (www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=sv&ar=0607&infotyp=5&skolform=21&id=3202&extraid = 2006-11-28)

Kilborn (1981) behandlar frågan ifall ekvationslösning är en baskunskap och inleder med följande.

> De flesta högstadielärare har sannolikt upplevt svårigheterna med att lära ut ekvationslösning på allmän kurs. Det är därför inte konstigt att man brukar hoppa över ekvationer för de lägst presterande eleverna och i stället låta dem arbeta med ”matnyttigare” saker som aritmetik. Kilborn. W (1981) sid. 105

Kilborn (1981) anser att ekvationslösning inte är bruklig i samhället men att det är en allmänkunskap och även om ekvationslösning inte är en central baskunskap är den behövlig för vidare studier. Även om Lpf 94 inte ännu trätt i kraft då Kilborn (1981) behandlar frågan ovan så är problemställningen inte annorlunda idag. För att få ett slutbetyg från ett gymnasieprogrammen i dag så krävs matematik kurs A, där baskunskaper gällande ekvationslösning och algebra krävs. Samtidigt ska samtliga gymnasieprogram idag vara studieförberedande enligt Lpf 94.

2.2.3 Bristfälliga baskunskaper enligt Nationell undersökning 2003, NU 03

NU-03 är en nationell undersökning där man jämför kunskaperna som elever besitter i dag med de som eleverna besatt 1992. Eleverna får svara på samma frågor som eleverna fick svara på 1992 därutav kan man på ett konkret sätt jämföra kunskapsnivån.

Enligt NU 03 så pekar flera lärare på generella svagheter som inte hör ihop med något speciellt stoff i matematiken

- Brister i parenteshantering och prioritetsregler

- Osäkerhet även i elementära räkningar
- ”Matematisk oföretagsamhet”
- Svårt att se skillnaden mellan uttryck och ekvationer, och hur man ”bokför”
- Ekvationslösning respektive förenkling av uttryck
- Oförmåga att snabbt skissera enkla grafer
- En allmän matematisk ovana sätter ned tempot vid exempelvis ekvationslösning
- Studenterna är mycket beroende av räknare och formelsamling
- Elementära räknefel, missförstånd och allmän oföretagsamhet är vanligare orsaker till förvirring än att materialet är obekant
- Studenterna arbetar för dåligt
- Spridningen av kunskaperna är stor. Dvs att alla besitter inte samma baskunskaper.

NU 03 (http://www.math.kth.se/gmhf/larstudenkatt.pdf)

Samtliga av ovanstående punkter involveras i algebran. Ett av de större problemen är att eleverna inte vet hur man bokför/redovisar vilket medför att bokföringen fungerar som en distraktor istället för en hjälp. NU 03 (http://www.math.kth.se/gmhf/larstudenkatt.pdf)

Kilborn (1981) skriver att man ofta utgår från att duktiga elever har rationella tankeformer. Av det skälet kopplar man sällan samman baskunskaper eller basfärdigheter med annat än de lägre presterande eleverna. Kilborn (1981) menar att man tar för givet att duktiga elever själva lär in baskunskaper då de arbetar med mer avancerad matematik. Självklart gör de inte detta själva. Ett typexempel som Kilborn (1981) visar är ett hjärta som är uppritat på ett rutat papper. Problemet är att beräkna hjärtats area. Duktiga elever börjar med att approximera hjärtat som två cirklar medan resterande elever som lärt sig att uppfatta areabegreppet som ett rutnät, ger ett bra närmevärde på arean.

2.2.4 Anledningar till att elever har bristfälliga baskunskaper

Baskunskaperna mäts i förhållande till kursplanens uppnåendemål och dessa är vagt formulerade, speciellt inom ämnet matematik. Anledningar till att baskunskaperna är bristfälliga enligt Löwing (2002) kan sammanfattas i nedanstående punkter.

- Lärare har blivit passiva handledare istället för engagerade och motiverade lärare.

- Tolkningen av individualisering har lett till att vissa elever hittat en gräddfil att ta sig igenom skolan.
- Konkretiserad undervisning blir så inriktad på ”hjälpmedel” att övergången till att börja använda nyvunna tankebanor inte lyckas. Språket och god struktur är de viktigaste elementen för att detta ska lyckas.
- Avsaknad av målfokusering vid problemlösande.
- Matematiken som ämne har inte varit i centrum när det gäller samverkan med andra ämnen.

Baskunskaperna som eleverna har behov av kan enligt Löwing (2002) delas upp i tre nödvändiga kunskapsområden,

- för hem och samhälle
- för arbete med andra skolämne
- för vidare studier.

Löwing (2002) menar att samhället vi lever i idag ställer höga matematiska kunskapskrav för att vi ska kunna ta ställning till alla valsituationer vi ställs inför. Detta understryks i kursmålen för matematik kurs A. ”Kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet” ”Kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och samhälle”. Vidare menar Löwing (2002) att matematik är ett verktyg för kommunikation och bearbetning av data i andra skolämne och som grund för vidare studier i matematik. Stor del av matematiken är kumulativt uppbyggd och kräver därför speciella förkunskaper. Vi måste stanna upp för att se *orsakerna* till problemen och enligt Löwing (2002) beror problemen framförallt på att vi har en tendens att fokusera på att finna nya grepp, vilket leder till bristande kontinuitet gällande kunskapssyn, innehåll och arbetsmetoder. Löwing (2002) menar att diagnoser som kartläggning av elevkunskaper alltmer har kommit att innebära en kartläggning av sociala och mentala handikapp. Denna åsikt i kombination med att diagnoser också kräver mycket arbete gör att kunskapsdiagnoser används i begränsad omfattning, enligt Löwing (2002). Av egen erfarenhet får inte diagnosen något direkt märkbart utrymme på lärarutbildningen.

2.3 Abstrakt tänkande

2.3.1 Abstrakt tänkande

Enligt Löwing (2002) har olika människor olika förutsättningar att lösa matematiska problem. Alla har inte samma logiska förmåga och utvecklat abstrakttänkande. Som pedagog gäller det att se en rimlig nivå och premiera förståelsen för att komma fram till en lösning. Man behöver alltså behärska flera metoder för att kunna anpassa undervisningen till elevers olika behov och förkunskaper. Vanligaste metoderna idag är hastighets (i egen takt) eller fördjupnings-individualisering (som bygger på att elever gör en grundkurs som de senare fyller på med fördjupade kunskaper).

Löwing (2002) menar att vid ekvationslösning står ofta elever i svårigheter över eftersom pedagogen anser att det är alltför svårt för dem. Dessa elever får av förklarliga skäl svårt att ta igen de som de har missat enligt Löwing (2002).

2.3.2 Abstraktionsnivåer

Bergsten m.fl. Nämnaren tema *Algebra för alla* (1997) visar på 5 olika nivåer att uppfatta variabel på.

Nivå 1: Bokstaven ses som ett objekt som saknar mening, eller dess värde får som bokstavens plats i alfabetet.

Nivå 2: Det är tillräckligt att pröva med ett tal stället för bokstaven.

Nivå 3: Det är nödvändigt att pröva med flera tal.

Nivå 4: Man uppfattar bokstaven som en representant för en klass av tal. Det räcker med att pröva med något av dessa tal.

Nivå 5: Man uppfattar bokstaven som en klass av tal. Man behöver inte pröva med något av dessa tal.

Nämnaren tema *Algebra för alla* (1997) menar att många har svårt att nå nivå 4 och 5 och att allt för många stannar på nivå 1.

2.4 Språk

2.4.1 Att undervisa algebra på goda grunder.

”Utbildningen i matematik ska ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.” (Grundskolans kursplan i matematik. Lpf 94)
Bergsten m.fl. (1997), menar att för att göra algebran mer meningsfull för eleverna måste man frångå det gamla undervisningssättet, tavelundervisning och tyst räkning som domineras i grundskolan högre årskurser. Istället bör mer tid läggas på elevarbete i smågrupper med bland annat laborativt inriktade aktiviteter med problem som man inte löser på en minut med en uträkning, med redovisningar och gemensamma diskussioner. Algebran är inte ett område på så sätt som geometri är utan det är ett språk som följer med all matematikundervisning.

Abstrakta begrepp hos barn bygger på tidigare inlärda eller på annat sätt förvärvade begrepp. Såväl deduktiv som induktiv metod kan här komma till användning, men talet spelar synnerligen stor roll. Nämnaren tema Bergsten m.fl. sid. 60. Skriver att ”Det algebraiska språket är ett standardverktyg för att precist hantera tal och funktioner och en grund för vidare studier.”. De behandlar de demokratiska grunderna och att kunna hantera den information som ges i diagram och andra funktioner. Utan att ha redskapen för att kunna använda formler och tabeller ges inte individen möjlighet att ta ställning i viktiga politiska beslut. Det trycker på att om ”algebra för alla ska vara möjlig behöver matematiken göras attraktiv och spännande, något som engagerar sig i” Bergsten m.fl. sid. 10. Matematik ska kännas. ”Elever ska få chansen att uppleva att de löser problem som de inte hade klarat av utan matematiken” Bergsten m.fl. sid. 10

I Säljö (2005) förklaras Vygotskijs idé att människan först använder språket som en kommunikationsresurs och efter det som en resurs för att tänka. För att kunna arbeta med matematik måste man därför ha det matematiska språket med sig för att få möjlighet att kommunicera matematiskt, behandla ny information som ges via symboler och nya ord. Om man ej förstår det matematiska symbolspråket så blir det en distraktor i stället för ett verktyg för vidare studier. Johnsen. M (2000) behandlar Vigotskijs syn på språket och menar att det är omöjligt att utveckla ett begreppsinnehåll om man inte har ett språk som täcker det. Johnsen (2000) finner stöd för sin teori hos Saussure, en av semiologins grundare.

Johnsen (2000) visar på att för vissa elever är matematik svårt och att lärarens försök att utveckla deras matematiska språk igenom att tala med de termer och begrepp som används inom matematik bara försvårar för dem och får dem att känna sig som förlorare. Hon menar att man bör tala barnets matematiska språk för att få med sig det i undervisningen. Enligt Stendrup (2001) är dialogen viktig men den får inte metodiseras för då blir elever och lärare åter objekt inför varandra. Stendrup (2001) relaterar vidare till Bråtens (1998) där hans tolkning av Vygotskij utmynnar i liknande tankar:

> En viktig metodisk princip som kan definieras utifrån den närmaste utvecklingszonen är att sörja för medierad inlärning. I praktiken betyder det en undervisning som präglas av dialog mellan lärare och elev. Vygotskij betonade språkets betydelse i läroprocessen. Språket är både det sociala redskapet för överföring av strategier och det kognitiva redskapet för etablering och lagring av internaliserad kunskap. Bråten (1998) sid. 109

2.4.2 Språkberoende begreppsbildning

Stendrup (2001) förklarar att de matematiska begreppens språkberoende till stor del kan förklaras med att det inte finns några förspråkliga objekt som de matematiska begreppen är verbala symboler för, alltså vi har inte observerat något med våra sinnen som vi sedan döpt till ett matematiskt begrepp. Han jämför som exempel ordet katt med det matematiska begreppet procent. Språkberoende fakta eller begrepp kommer fram i och genom språket och enligt Stendrup så måste både lärare och elev ”mötas och finnas i språket” (Stendrup, s.132) för att begreppets innebörd ska få någon betydelse.

Stendrup (2001) konstaterar att begreppsbildningen i matematik ofta är ofullständig, vilket också förstärks av en alltför ämnesteoretisk och ensidig ämnesutbildning för mattelärare. Fokusering måste enligt Stendrup (2001) ske på vad begreppsbildning är och läraren är den som skall få eleverna att tillägna sig matematiska begrepp. Läraren ska med sin ämneskunskap, undervisningskunskap och kreativa sätt lyckas med detta. Nästa steg är sedan att kunna använda det i verkligheten.

Enligt Löwing (2002) är det vanligt att språket görs onödigt komplicerat speciellt vid införande av formell matematik, såsom ekvationslösning. Mycket matematik går att konkretisera med exempel ur verkliga livet. Löwing (2002) menar dock att man gör räkneoperationerna mer abstrakta än nödvändigt och ofta kapar av de klara banden till vardagen. All matematik har inte samma naturliga band till vardagen och är därför svårare att konkretisera. Vid denna övergång till mer abstrakt matematik anser Löwing (2002) att det är viktigt att man klargör övergången för eleverna och inte letar konstlade konkretiseringar. Löwing (2002) menar att de matematiska spelreglerna måste uppfattas som sällskapsspel eller kortspel.

För att förändra denna situation framhåller Löwing (2002) två möjligheter

- Viss del av den i dag abstrakta matematiken går att flytta över till den konkreta sidan där den egentligen har sitt ursprung.
- Läraren måste bli tydlig med att förklara skillnaderna mellan abstrakt och konkret matematik.

Syftet med att konkretisera är enligt Löwing (2002) att man ska använda materialet så att det underlättar den språkliga förståelsen av en operation eller tankeform. Löwing (2002) höjer vidare ett varnande finger för att det finns en risk att det vid laborativ matematik blir ett passivt användningssätt av det laborativa materialet och att det därför inte bör användas på längre sikt. Komplicerade vardagsproblem borde enligt Löwing (2002) vara ett av de viktigaste områdena för skolans undervisning.

Nämnaren tema Algebra för alla (1997) sid. 132. Skriver att ”Det algebraiska språket är ett standardverktyg för att precist hantera tal och funktioner och en grund för vidare studier”
De behandlar de demokratiska grunderna och att kunna hantera den information som ges i diagram och andra funktioner. Utan att ha redskapen för att kunna använda formler och tabeller ges inte individen möjlighet att ta ställning i viktiga politiska beslut. Det trycker på att om ”algebra för alla ska vara möjlig behöver matematiken göras attraktiv och spännande, något som engagerar sig i. Matematik ska kännas. Elever ska få chansen att uppleva att de löser problem som de inte hade klarat av utan matematiken” Bergsten m.fl. sid. 139

2.5 Motivation

2.5.1 Nationell undersökning 2003 (NU 03)

En majoritet av eleverna anser att matematik är ett viktigt och nyttigt ämne som de tror att de kommer att ha användning för i framtiden. Andelen elever som anser att de vill ha mer matematik i grundskolan har ökat sedan 1992 trots att motivationen är lägre idag. Något som skrämmer är att enskilt arbete blir allt vanligare och att grupparbete förekommer allt mer sällan. Det i kombination med att eleverna ger upp allt för lätt när de stöter på större problem ger en skräckbild i vad som kan komma hända trots att läro- och kursplanens ökade betoning på ökad kommunikation. NU 03

2.5.2 Lärarnas och elevernas arbetsmoral

Svenska skolledare skattar både lärarnas och elevernas arbetsmoral mycket högt. Beträffande lärarnas arbetsmoral hamnar Sverige i en tätgrupp på fem länder. Men av alla elever i OECD kommer de svenska eleverna oftast för sent, åtminstone enligt egen utsago. Det kan synas motsägelsefullt att skolledarna ändå skattar deras arbetsmoral så högt. Delvis kan det förklaras av att graden sena avkomster inte ingår i det index som mäter arbetsmoral, och kulturskillnader kan också ha betydelse för hur allvarligt exempelvis en sen ankomst uppfattas. Man kan konstatera att det finns ett klart samband mellan antalet sena ankomster och testresultat i matematik, men det går därav inte att dra slutsatsen att sena ankomster leder till sämre resultat. Viktigt är också att de svenska elevernas attityder är betydligt positivare till skolan än genomsnittselevens i OECD.
(http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/1121 2006-11-28)

2.5.3 Avsaknad av mål.

Enligt Löwing (2002) är en bidragande orsak till att eleverna inte når sina mål att den undervisande läraren inte har haft målen klara för sig. Vidare menar Löwing (2002) att läraren blir osäker både p.g.a. vagt skrivna kursplaner och all medial uppmärksamhet omkring dåliga resultat från nationella tester. Allt detta leder till att läraren söker trygghet i läroboken.

2.6 Didaktik

2.6.1 Lärarutbildningen

Enligt Stendrup (2001) krävs följande för att läraren ska klara av att använda matematiska begrepp i verkligheten:

- Kunskaper utifrån ett ämnesdidaktiskt perspektiv. Enligt Unenge/Wyndhamn- i boken *Fackdidaktik* (Marton, red. 1990 s. 103) bör detta innehålla kunskaper

    - ***I*** matematik
    - ***Om*** matematik
    - ***I*** undervisning/inlärning i matematik
    - ***Om*** undervisning/inlärning i matematik
- ” Träning i att få de fyra nivåerna att didaktiskt kreativt samverka. Grundproblemet, som alla lärare i matematik står inför, är hur man metodiskt hjälper en elev att förstå abstrakta och språkberoende begrepp. För det behövs det en allsidig lärarutbildning med övning också i pedagogisk/didaktisk kreativitet och kunskaper i någon form av didaktisk handlingsteori”
- ”Teoretiska kunskaper för, och träning i, professionell (själv)-reflektion, modell praktisk filosofi” Stendrup (2001) sid 148.

Enligt Löwing (2002) har inte lärarutbildningen svarat upp mot lärarens behov av undervisningskunskap. Läraren saknar ofta kunskaper i ämnets didaktik och teori och kan därför inte ta tag i nödvändig förändringsprocess mot annan form av matematikundervisning.
Många elever blir godkända i grundskolan trots att de inte når uppnåendemålen.
Vidare menar Löwing (2002) att grundsynen på baskunskap inom matematik är jämställt med att klara de nationella proven. Hade grundsynen på baskunskap varit annorlunda borde skolan ta ett mer aktivt ansvar för eleverna och att de uppnår målen.

2.6.2 Mängdträning och läromedel

Ericsson. S (2005) visar med sin studie att många av de intervjuade lärarna anser att de är för lite mängdträning i läromedlen. Att eleverna inte hinner befästa sina kunskaper ordentligt. Hon menar vidare att det är upp till den undervisande läraren att ge eleven den mängdträning den behöver. Och att man bör lägga mer fokus på baskunskaper så att de flyter på med automatik och inte fungerar som en distraktor för mer avancerade problem.

2.6.3 Tyst räkning

Nämnaren tema Matematik ett kommunikationsämne (2000) Drar slutsatsen av rapport NU 1992 att elever i allmänhet får god träning i att räkna men ej att analysera och lösa problem. Vilket bidrar till att elever får svårare att befästa begrepp. Den tysta räkningen är individuell vilket är ett arbetssätt som inte bara missgynnar de elever som har svårt att lösa problem på egen hand utan även de elever som har svårt för mer komplexa tal.

”I diskussionen av resultaten i matematik i bilden av skolan menar man att skolan måste satsa på en mer förståelseinriktad och helhetspräglad undervisning och inlärning, där det finns utrymme för eleverna att diskutera och argumentera för sina lösningar och för att föra matematiska resonemang.” Nämnaren tema (2000) sid. 13.

Lärarens roll blir att leda och organisera elevernas aktiva deltagande. Det räcker inte att ge eleverna tillfälle att tala matematik med varandra, att argumentera för sina lösningar och att lyssna till andras argument. Eleverna behöver hjälp av en vuxen, som försöker förstå vad eleven säger och som kan hjälpa eleven att tydliggöra och att utveckla sina tankar (Eriksen 1993) Nämnaren tema menar att undervisningen inte får styras av läroboken. Att undervisningen styrs rakt av från läroboken är något som är vanligt ute på skolorna idag. Och även att lärare beklagar sig över att de inte hinner med allt som står i boken, när de borde beklaga sig över att de inte hinner med allt för att uppnå målen. Nämnaren (2000) ger fem exempel på hur man kan arbeta istället för endast ur boken:

1. Fri undersökning när nya material eller representationsformer introduceras.
2. Praktiska aktiviteter för formaliseringar och räknande.
3. Förståelse viktigare än procedur och regler.
4. Språklig utveckling med hjälp av olika representationer.
5. Undersökningar och laborationer utvecklar begreppsbildning.

2.6.4 Induktiv och deduktiv metod

Induktiv metod, den undersökande metoden, är en metod som utgår från ett behov och att man på så sätt tillämpar sig kunskaper utefter man behöver dem. Deduktiv metod är motsatsen, även kallad förklarande metod. Här utgår man från kunskapen och arrangerar ett sammanhang där kunskapen passar in. Deduktiv är den metod som oftast tillämpas i svenska gymnasieklassrum. Med den deduktiva metoden utnyttjar man inte individens nyfikenhet och upptäckarbehov. Detta kan innebära en ineffektiv inlärningsmetod. Om man utnyttjar en induktiv undersökande metod får eleverna en möjlighet att lära sig kognitivt. Problembaserat inlärande, PBI, är en numera väl utvecklad arbetsmetod för att nyttja induktivt lärande och på så sätt behålla kunskap under en längre tid. Bergsten m.fl.

2.6.5 Att lösa en uppgift i boken

När elever sitter med tysträkning och stöter på ett problem finns det de elever som väljer att bara ge upp och fråga eller de som ställer egna frågor till sig själv och på så sätt startar en kunskapsprocess. Vad man som lärare kan göra för den eleven som inte har redskapet att ställa frågor till sig själv är att man ställer frågor, s.k. förlossningsfrågor till eleven och på så sätt visar hur man bemöter ett problem. Som lärare kan man stimulera eleven att ställa frågor till sig själv och andra, så att de upplever att det går bättre för dem och att det går lättare att få fram en lösning, Nämnaren tema (2005). Nämnaren tema (2005) menar att det tar längre tid för läraren att undervisa på detta sätt i stället för att bara visa en uträkning men att det lönar sig i längden då eleven utvecklar sin problemlösningsförmåga. Konkreta frågor man kan ställa är:

- Hur tänker du?
- Vad vill du beräkna? Varför det?
- Föredrar du att skriva 5 % som 5/100 eller som 0,05? Varför?

2.6.5 Föräldrars möjligheter till att vara didaktiska

> Läroplansutvecklingen har knutits till nya pedagogiska kunskapssyner. Förändringen har fått tvära kast och undervisningsmetoderna har därför också många gånger ändrats radikalt.
> Konstruktivistiska synen tog över på 90-talet och eleverna skulle själva konstruera tillämpningar och räkneregler vilket klippte av möjligheterna för föräldrarna att hjälpa barnen. Försvaret var att man ändå klarar sig med tekniska hjälpmedel. Löwing (2002) sid. 137

I en undersökning där föräldrars synsätt på barnens inlärning synliggjordes visade tydligt att en flicka var bra på matematik så var det p.g.a. ansträngning och hårt jobb jämfört med om det var en pojke som var bra på matematik så var det p.g.a. begåvning. Ur nämnaren tema (2000) visar på att modern är den som har störst inverkan på barnets syn på ämnet av föräldrarna och läraren. Dessutom visar undersökningen på att mödrar anser att dottern är bättre på engelska än matematik trots lika betyg i ämnena, vilket bidrar till en mer negativ syn på matematik. Den ovannämna kunskapssynen som döttrarna får bidrar sedan till en negativ inställning till matematik.

3. Metod

3.1 Översikt

Denna studie behandlar frågan ”Vilka svårigheter finns när gymnasieelever lär linjära ekvationer?”. Vikten i studien läggs på hur eleverna kan tänkas lära på ett bättre sätt, vilka redskap de saknar för ett bättre lärande och vilka redskap de har som möjliggör ett bra lärande.

Undersökningsmetoderna är kvalitativa då vi har valt att undersöka kontexten runt eleven.

Studien är främst en kvalitativ undersökning men har en del kvantitativa undersökningsmetoder, ex nominalskalan. Undersökningen täcker några av de problemområden som finns då gymnasieelever lär linjära ekvationer.

Undersökningen är inte tillräcklig för att dra några generella slutsatser men fullt tillräcklig för att dra slutsatser om de berörda eleverna då vi har undersökt deras resultat, hur de kommit fram till resultatet samt om kontexten kring deras lärandesituation. För att komplettera undersökningen kunde ha intervju med lärare utförts men eftersom det är en C-uppsats finns det inte tillräckligt med utrymme för det.

Igenom att eleverna får redovisa och redogöra för sina tankebanor får de åskådliggöra hur de lärt och hur de lär sig linjära ekvationer. En representativ klass väljs ut utifrån antagningspoäng. Hela klassen ska göra en allmän diagnos, diagnos A, i vilken de får redogöra för hur de löser linjära ekvationer. Utifrån diagnos A väljs sedan sex elever ut vilka sedan har får göra fortsatta diagnoser och avslutningsvis en intervju. Urvalsgruppen och undersökningsmetoderna presenteras nedan.

3.2 Urvalsgrupp

Urvalsgruppen är en gymnasieklass som läser andra året med inriktning golf. De är färdiga med matematik kurs A och har börjat med matematik kurs B. Alltså har hela klassen arbetat igenom hela matematik kurs A och blivit godkända och förväntas då ha nått upp till målen för kursen.

Eftersom det är ett rikstäckande gymnasium finns det elever från hela Sverige i klassen. Intagningen görs dels på betyg men mest överhängande på handikapp inom golfen. Skolans intagningsprocess resulterar i att det är skiftande kunskaper och förståelsenivå i klassen. Dels finns de som är lågpresterande men även de som har väldigt god förståelse och ett brett spektrum däremellan. Klassen består nästan enbart av killar, endast en tjej finns med. Enligt Nu 03 så har pojkar och flickor nästan samma kunskapsnivå inom matematik. Pojkar 512p och flickor 506p på NU 03. Detta medför att undersökningens värde är oberoende av detta faktum.

3.3 Diagnos A, skriftlig redovisning av ekvationslösning

Beskrivning av diagnos A vilken är en kvalitativ undersökning som är uppbyggd för att undersöka hur elever redovisar ekvationslösningar och vilken nivå de ligger på ungefär gällande abstrakt tänkande. Vi besitter inte behörigheten eller tillräcklig kunskap för att avgöra hur utvecklat abstrakt tänkande eleverna har utan undersökningsmetoden är mer för att ge oss en fingervisning om vilka elever vi inte bör välja ut då vi eftersöker medelmåttiga elever. Vi vill inte ha med elever med stora abstrakta svårigheter eller enkelheter.

Syftet med diagnos A är att finna en lämplig urvalsgrupp samt att samla information om hur elever bokför ekvationslösning. Vi har valt att rikta oss till normalbegåvade elever som varken är i svårigheter eller enkelheter därutav har vi satt ett ungefärligt värde på deras abstraktionsnivå för att sålla ut de som har riktigt hög eller låg abstraktionsnivå.

Målet är att se om det finns svårigheter och vilka de är vid skriftlig redogörelse utav ekvationsproblem.

3.4 Diagnos B, hur ser du på matematik

Beskrivning av diagnos B vilken är både en kvalitativ undersökning som nyttjar en ofta kvantitativ metod dvs nominalskalan och uppbyggd med frågor som dels undersöker elevens syn på matematik och syn på sig själv gällande matematik samt ställer frågorna mot varandra. Frågorna innefattar elevernas syn på det matematiska språket och om det finns anledningar till att motivationen är bristfällig gällande matematik.

Syftet med diagnos B är att finna information om elevers inställning till matematik, för att sedan kunna analysera hur det påverkar deras resultat i diagnos A.

Målet är att kartlägga urvalsgruppens syn på matematik för att sedan kunna se hur/om vi kan påverka kommande elevers inlärningsmöjligheter.

3.5 Diagnos C, förklara följande begrepp

Beskrivning av diagnos C vilken är koncentrerad på det matematiska språket och behandlar de centrala begrepp som eleverna möter inom området linjära ekvationer. Diagnosen är en kvalitativ undersökning.

Syftet med diagnos c är att undersöka elevens specifika kunskaper gällande det matematiska språket och vilken förståelsenivå på begreppsbildning de har.

Målet är att kartlägga deras språkförståelse inom linjär algebra

3.6 Diagnos D, intervju

Beskrivning

Diagnos D är en kvalitativ undersökning vilken är inriktad på att undersöka på vilket sätt eleven mött linjära ekvationer tidigare. Vidare testar vi deras abstraktionsförmåga och motiveringsnivå gällande linjära ekvationer. Vi testar även elevens förmåga att se var problemet är och hur man ska bemöta ett problem. Avslutningen riktar vi mot framtiden genom att diskutera med eleven hur denne uppfattar vad bra undervisning är och om det finns några önskemål vad gäller undervisning i framtiden.

Intervjuerna består av frågor med olika svarsalternativ vilka används som förslag om eleverna kör fast och inte kan svara på frågan. Förslagen till svar är även till för att kunna sammanställa resultaten och jämföra grupper. Detta för att enklare möjliggöra att dra slutsatser senare i vår undersökning. Intervjuerna har genomförts i grupper om fyra elever i varje grupp för att främja en diskussion. Detta eftersom vi vill vara så passiva som möjligt och låta eleverna ge ett rakt ärligt svar.

Syftet med en intervju är att vi ska få fram fler bakomliggande faktorer och eventuellt komplettera med följdfrågor från tidigare diagnoser och frågeställningar.

Målet är att få fram elevens värderingar gällande bra undervisning, hur man löser problem samt dennes motivationsnivå.

4. Empiri

4.1 Urvalsgrupp

En median och ett medelvärde beräknas på summan av poäng på redovisning och rätt svar. Medianen och medelvärdet står som grund för urvalsgruppen. Vi valde att arbeta med sex elever eftersom det är en mer djupgående kvalitativ undersökning och sex elever är ungefär en tredjedel av klassen. Det kan påpekas att detta urval är tillräckligt för vår undersökning men att generella slutsatser ej går att dra.

Sammanställning av diagnos A

Person	Abstraktionsnivå 1-5	Redovisning max 18	Rätt svar max 18	Total summa max 36	Fingerade namn
1	5	18	18	36	
2	5	18	18	36	
3	5	18	17	35	
4	4,72	17	17	34	
5	4,72	17	17	34	
6	5	15	18	33	
7	4,72	16	16	32	
8	5	14	17	31	
9	4,72	13	17	30	**Lucas**
10	3,78	12	16	28	**Filip**
11	4,17	9	13	22	**Isak**
12	4,83	6	16	22	**William**
13	3,5	11	10	21	**Elias**
14	2,28	2	16	18	**Ludvig**
15	1,72	5	10	15	
16	1,89	5	8	13	
17	1,33	2	11	13	
18	1,78	0	13	13	
19	1,33	0	12	12	
20	1,56	0	12	12	
21	1,5	0	10	10	
Summa	**73,55**	**198**	**302**	**500**	
Medelvärde	**4,09**	**9,43**	**14,38**	**23,81**	
Median				**22**	

Tabell 1. Sammanställning av diagnos A per person sorterad i antal poäng.

Den röda rektangeln ringar in urvalsgruppen som är baserad på median och medelvärde

Elevernas namn i urvalsgrupppen är figurerade. Se höger spalt.

4.2 Sammanfattning och analys

4.2.1 Diagnos A

Sammanställning av diagnos A per person

Person	Abstraktionsnivå 1-5	Redovisning max 18	Rätt svar max 18	Total summa max 36	Fiingerade namn
1	5	18	18	36	
2	5	18	18	36	
3	5	18	17	35	
4	4,72	17	17	34	
5	4,72	17	17	34	
6	5	15	18	33	
7	4,72	16	16	32	
8	5	14	17	31	
9	4,72	13	17	30	**Lucas**
10	3,78	12	16	28	**Filip**
11	4,17	9	13	22	**Isak**
12	4,83	6	16	22	**William**
13	3,5	11	10	21	**Elias**
14	2,28	2	16	18	**Ludvig**
15	1,72	5	10	15	
16	1,89	5	8	13	
17	1,33	2	11	13	
18	1,78	0	13	13	
19	1,33	0	12	12	
20	1,56	0	12	12	
21	1,5	0	10	10	
Summa	**73,55**	**198**	**302**	**500**	
Medelvärde	**4,09**	**9,43**	**14,38**	**23,81**	
Median				**22**	

Tabell 2. Sammanställning av diagnos A per person sorterad i antal poäng.

Sammanställning av diagnos A per uppgift

Uppgift	Antal rätt i procent	Korrekt redovisning
1a	100%	67%
1b	100%	62%
2a	100%	67%
2b	100%	67%
3a	100%	43%
3b	100%	43%
4a	76%	38%
4b	76%	43%
5a	76%	29%
5b	76%	24%
6a	81%	62%
6b	67%	57%
7a	81%	62%
7b	76%	62%
8	81%	67%
9a	57%	52%
9b	52%	48%
10	52%	52%

Tabell 3. Sammanställning av diagnos A per uppgift.

Uppgift 1 till 3b går att lösa med pekfingermetoden vilket många har gjort och fått ett korrekt svar. 3a och 3b består utav bråktal vilket har resulterat i sämre resultat gällande redovisningen. 4a och 4b är två linjära ekvationer på allmänna formen, här har endast 75% svarat rätt och bara ca 40% som redovisat korrekt. 5a och 5b är linjära ekvationer på allmänna formen men med bråk i. Här har vi medvetet konstruerat uppgiften så att det ska vara svårt att använda pekfingermetoden. 75% har fått rätt svar men endast så få som 24 % har en korrekt redovisning.

Uppgifterna 6-8 är linjära ekvationer där vi har försvårat igenom att föra över variabeln på fel sida om likamedtecknet. Här testas om man kan addera konstanter vilket 76-81% av klassen har kunnat utföra utan problem, inte riktigt lika många har kunnat redovisat det korrekt (ca 64%).

Uppgift 9 är konstruerad för att se om eleverna har förmågan att ställa upp en egen ekvation samt att gör en beräkning på ekvationen. Ca 50% av klassen har kunnat konstruera en egen ekvation och knappt lika många har redovisat korrekt.

Uppgift 10 är konstruerad ungefär som uppgift 9. Istället för att ställa upp en egen ekvation ska man nu konstruera en bild till en given ekvation. Uppgiften redogör för att det är en omkrets man ska rita och är konstruerad ganska likt föregående. Även här hade många jättesvårt. Endast hälften av klassen har lyckats konstruera en korrekt bild.

4.2.2 Diagnos B

Sammanställning av diagnos B

Fråga	Lucas	Filip	Isak	William	Elias	Ludvig
1. Vad tycker du matematik. (Skala 1-9 från tråkigt till kul.)	6	7	5	5	5	5
2. Vad tycker du om ekvationslösning (Skala 1-9 från tråkigt till kul.)	2	9	7	6	3	5
3. Vad anser du om ekvationslösning (Skala 1-9 från väldigt svårt till väldigt enkelt.)	8	8	6	5	3	6
4. Tycker du att man behöver kunna ekvationslösning? (Fråga fyra till nio är rena ja/nej-frågor)	N	J	J	J	N	N
5. Anser du att du är begåvad vad gäller matematik?	J	J	N	N	N	J
6. Anser du att du får bra resultat på proven för att du har studerat mycket?	N	N	J	J	J	N
7. Tycker du att det är viktigt att kunna förstå och tala det matematiska språket?	N	N	J	N	N	J
8. Tycker du att du är bra på att hantera det matematiska språket?	N	N	J, N	J	N	J
9. Tycker du att det matematiska språket används tillräckligt på lektionerna?	J	J	J	J	J	J

Tabell 4. Sammanställning av diagnos B.

Man kan se ett mönster att de elever som anser ekvationslösning är lätt anser även att det är kul förutom en elev som skiljer sig genom att tycka att det är tråkigt. Samtliga elever tycker att matematik är medelroligt eller lite däröver. Vid samma frågeställning angående ekvationslösning blir svaren betydligt mer varierande. Alla de elever som anser att ekvationslösning är kul tycker även att ekvationslösning är viktigt att kunna. Detta mönster stämmer även in på de elever som inte tycker att matematik är kul.

Bra resultat på proven anser uppnås av antingen begåvning eller flitiga studier. Ingen har dock kombinerat begåvning med flitiga studier. 50% av urvalsgruppen anser sig vara begåvade och andra 50% är flitiga studenter.

Samtliga elever tycker att man använder det matematiska språket tillräckligt på lektionerna och majoriteten tycker att man är bra på att hantera det matematiska språket. De elever som anser sig vara bra på att hantera det matematiska språket tycker att det är viktigt att kunna förstå och tala det. Vi kan dock konstatera att den övervägande delen av eleverna inte tycker att det är viktigt att kunna förstå och tala det matematiska språket.

4.2.3 Diagnos C

Sammanställning av diagnos C

Fråga	Lucas	Filip	Isak	William	Elias	Ludvig
1. Linjens lutning	R	F	R	F	F	F
2. Skärningspunkt	R	R	F	F	F	F
3. Variabel	F	F	F	F	F	F
4. Skillnad mellan en ekvation och ett uttryck	F	F	R	F	F	F
5. Vad betyder m-värdet i räta linjens ekvation	R	R	F	R	R	F
6. Vad betyder k-värdet i räta linjens ekvation	R	R	F	F	R	F
7. Markera koordinataxlarna	R	R	R	R	R	R

Tabell 4. Sammanställning av diagnos C..

Utmärkning av koordinatsystemets axlar behärskade samtliga i urvalsgruppen. 67% av urvalsgruppen visste vad m-värdet betydde och hälften visste vad k-värdet i ett linjärt ekvationssystem betydde. Däremot visste endast två stycken vad linjens lutning var trots att det visste vad k-värdet var. En elev blandade ihop parametrarna k och m när dessa skulle förklaras. Denna slutsats kan vi dra av hans svar på frågan om vad linjens lutning är.

Ludvig kunde markera ut koordinataxlarna men inte förklara något av de begrepp som efterfrågades och rörde linjära ekvationer.

Endast en elev visste skillnaden mellan en ekvation och ett uttryck. Det var ingen som visste vad en variabel är.

4.2.4 Diagnos D

Samtliga elever har främst arbetat med tavelundervisning och tyst räkning. Två elever hade gått på Montessoriskola. Dessa hade arbetat lite med laborativ matematik. Övriga elever hade endast vid enstaka tillfälle kommit i kontakt med laborativ matematik. En av eleverna hade ofta arbetat med tyst räkning. Sammanfattningsvis hade eleverna främst arbetat med tavelundervisning som kompletterats med tyst räkning och detta arbetssätt tyckte samtliga var bra.

Endast en av eleverna ansåg sig inte fått arbeta tillräckligt mycket med linjära ekvationer på högstadiet. De flesta eleverna menade att kursen Matematik B var något man måste ha med sig för fortsatta studier och syftade då på att det var godkänt betyg som var målet. Kunskapen i kursen var inte relevant utan det var betyget som var drivkraften.

Två tredjedelar av eleverna menade att X:et i följande ekvation X+2=6 betydde att något tal plus två blir sex. Resterande tredjedel såg X:et som en okänd variabel. Anmärkningsvärt var att vid tidigare frågeställning i diagnos C, om vad ordet variabel betydde, så kunde ingen av eleverna förklara ordet.

I undersökningen framkom det tydligt att eleverna inte såg linjära ekvationer som någon nödvändig baskunskap. Eleverna visade tydligt att linjära funktioner var något nödvändigt ont och anledningen att lära sig linjära ekvationer endast var att det behövdes för att klara kursen som i sin tur behövdes för eventuella vidare studier.

När eleverna har mött ett problem i boken som de ej har kunnat lösa så väljer hälften att ta hjälp av läraren i första hand och andra hälften väljer att ta hjälp av en kompis bredvid. När de valt att ta hjälp av kompisen bredvid har de genomgående ställt frågan "hur har du gjort" då den tillfrågade eleven visat sin uträkning. Om de inte förstått då så har två tredjedelar av gruppen som valde att ta hjälp av en kompis bett läraren om hjälp. Resterande har gått vidare i boken. Samtliga elever (5/6) som har bett läraren om hjälp, har ställt frågan "hur ska man lösa detta?" och en har vidareutvecklat frågan till, hur ska jag göra sen? Läraren på gymnasiet har då förklarat hur man ska göra eller eventuellt ställer förlossningsfrågor. En utav de elever som frågade läraren i första hand har noggranna anteckningar från genomgången som han arbetar med att kopiera på de nya tal han möter i boken. En utav eleverna tar facit som hjälp för att lösa uppgifterna. Han menade att om han fick svaret kunde han se ett samband eller gå baklänges.

På frågan hur läraren skall förhålla sig för att hjälpa till på bästa sätt vid frågeställningar utvidgades denne under intervjun till att bli mer allmänt hur en bra lärare skall agera. Angående hur läraren skall bete sig vid frågor så framkom det att eleverna gillade förlossningsfrågor och att läraren exemplifierade utifrån verkligheten. Sämsta var om läraren bara gav lösningen utan att få en förståelsebekräftelse.

Det framkom vidare att samtliga elever var nöjda med det sätt som undervisningen bedrevs på, blandning genomgång på tavla och sedan individuell räkning. Anmärkningsvärt var att eleverna utnyttjade genomgångarna så olika. Någon skrev upp allting och använde detta som en mall vid egen räkning medan andra bara lyssnade vid genomgång för att de inte tyckte att det gick att både lyssna och skriva samtidigt.

5. Diskussion

Här diskuteras vilka svårigheter som finns när gymnasieelever lär linjära ekvationer. Med utgångspunkt från områdena baskunskaper allmänt och inom matematik, abstrakt tänkande, matematiska språket och dess begreppsbildningar, motivation och didaktik ställer vi frågan på sin spets.

5.1 Baskunskaper

NU 03 visar att bristfälliga baskunskaper medför generella svårigheter inom matematikområdet. Baskunskaper definieras som minimikompetens eller allmän medborgarkompetens av NU 03, skolverket och Kilborn (1981). Målen för matematikkurs A, vilken är en kärnämneskurs, definierar vi som baskunskaper då det anses vara en allmän medborgarkompetens.

NU 03 pekar på flera generella svårigheter inom matematiken bl.a. hur man redovisar en beräkning. Detta tydliggörs även i vår undersökning, diagnos A uppgift 1-3, då eleverna som löser linjära ekvationer med pekfingermetoden, och har en klar tankebana, inte kan redovisa sina lösningar. Detta trots att tankebanorna är klara för dem. När de arbetar vidare med linjära ekvationslösningar, diagnos A uppgift 4-8, där det krävs algoritmer faller en stor grupp, ¼, elever bort. Vi menar att eleverna måste få möjlighet att tillägna sig algoritmer och att pedagogen ansvarig för undervisning som möjliggör att målen nås.

I diagnos A uppgift 4-8 är det endast 24%-67% som redovisar en korrekt lösning. På de uppgifter där det är flest elever som lämnar en korrekt redovisning uppgår procenten till 67. Alltså är det 33% som inte kan lämna en korrekt redovisning då de ej använder pekfingermetoden. Vi menar att oförmågan att redovisa en uppgift ofta likställs med ett sämre resultat. Vidare menar vi att om eleverna får mer utbildning i hur man redovisar kommer de att få ett bättre resultat och därmed mer kunskaper. Redovisningen ska ej vara en distraktor för insamling av vidare kunskaper.

En annan svårighet som Nu 03 pekar på är en oförmåga att enkelt skissera grafer. Vi menar att man bör kunna hantera räta linjens ekvation för att enkelt skissera upp en rät linje. I vår undersökning, diagnos C, då vi efterfrågade vad linjens lutning är var det endast en tredjedel som kunde klargöra begreppets innebörd. När vi senare vidareutvecklade frågan för att anpassa oss efter räta linjens ekvation och frågade vad k-värdet betydde så var det hälften som visste att det var linjens lutning. Vi menar då att det finns en oförmåga att definiera vad linjens lutning är vilket gör det omöjligt att skissera en linjär graf.

En allmän svaghet som Nu 03 pekar på är att spridningen av baskunskaper är stor. Detta menar vi försvårar undervisningen och därmed inlärningen utav linjära ekvationer. Kilborn

(1981) nämner att lågpresterande elever på högstadiet ofta får hoppa över arbetet med linjära ekvationer för att arbeta med annat som anses vara mer behövligt för dem. Vi menar att dessa elever kommer att få det ännu svårare då de möter linjära ekvationer på gymnasiet, vilka alla möter eftersom de ingår i målen för matematik kurs A, och därmed saknar de eleverna den baskunskapen. Detta sätt att hantera kunskap utav en pedagog medför att spridningen av baskunskaperna blir stor. Kilborn (1981) menar att även om linjära ekvationer inte är en central baskunskap så är den viktig för vidare studier. Enligt Lpf 94 ska gymnasieskolan vara förberedande för vidare studier och därmed är linjära ekvationer en viktig kunskap eleverna bör ha tillägnat sig under gymnasiestudierna.

Kilborn (1981) sätter hammaren på spiken då han pekar på att duktiga elever ofta inte tillägnar sig baskunskaper eftersom de får möta mer avancerade uppgifter. I en enkel uppgift där problemet är att beräkna arean av ett hjärta på ett rutat papper försvårade de duktiga eleverna det för sig igenom att börja med att approximera cirklar och beräkna arean av en triangel. Här saknades baskunskaperna. Vi menar att det är viktigt att alla elever tillägnar sig baskunskaperna gällande linjära ekvationer för att minska chansen att gymnasieeleven ska hamna i svårigheter då de lär linjära ekvationer.

5.2 Matematiska språket

Gällande det matematiska språket kunde vi se stora brister inom området linjära ekvationer. Det var i genomsnitt mindre än hälften av eleverna som inte behärskade de begrepp som rör linjära ekvationer. Detta medför en oförmåga att skissera grafer då man inte vet vad k och m är i räta linjens ekvation. Denna brist pekar även Nu 03 på. Trots att det var så många som hade svårt för det matematiska språket var det endast en elev som ansåg sig ha fått för lite tid att jobba med linjära ekvationer under sin senare del utav grundskolan. Vi menar att då algebran är ett språk, vilket nämnaren tema 2005 pekar på, och språket inte fungerar så blir det som en distraktor istället för ett verktyg. Trots att det var så många som inte kunde hantera det matematiska språket inom det linjära ekvationsområdet så anser sig nästan 70% av vår undersökningsgrupp att de har tillräckliga kunskaper gällande det matematiska språket. Samtidigt tycker de att det matematiska språket används tillräckligt på lektionerna. Vi ställer oss frågande till det då de hade elementära brister inom det matematiska språket. Vi menar att de kanske får utbildning och möter det matematiska språket mycket på lektionerna, men talar de verkligen det matematiska språket eller bara lyssnar de? Har de befäst nya begrepp eller känner de bara igen dem. Angående begreppet variabel var det ingen som kunde definiera det, men 1/3 visste att x är en okänd variabel i en ekvation. När de får ordet framför sig kan de sätta det i ett sammanhang men de har inte befäst begreppet tillräckligt för att definiera det. Detta är ett exempel på en deduktiv metod, man sätter ordet i ett arrangerat sammanhang för att möjliggöra inlärning. Tavelundervisning är typexemplet på deduktiv metod. Vi anser att man bör använda sig mer utav den induktiva metoden, upptäckande då man väcker elevernas nyfikenhet, och därmed motivation. I vår undersökning var det endast två av eleverna som tidigare hade mött laborativ matematik. Vi föreslår att man undervisar mer med laborativ matematik som ett redskap. Nu 03 visar på att lärares ovana att använda konkret material försvårar för eleverna mer än det gör nytta. Vi anser att man bör förskaffa sig en vana gällande det konkreta materialet för att utveckla sin egen undervisning.

Johnsen (2000) menar att lärarens försök att tala det matematiska språket bara försvårar för eleven. Och Löwing (2002) menar att när eleven möter en mer formell matematik exempelvis linjära ekvationer så försvårar läraren språket. Löwing (2002) menar att man bör tala med det matematiska språket i en dialog med eleven, inte metodisera det då kontexten försvinner. Alltså skulle tavelundervisning, vilken är den undervisningsform som samtliga elever i urvalsgruppen främst har arbetat med, inte vara utvecklande för det matematiska språket då det är omöjligt att föra en dialog med samtliga elever. Lpf 94 säger att det matematiska språket ska ha en relevans och meningsfullhet för eleven. Nästan 70% av vår undersökningsgrupp anser att de får tillräcklig undervisning i det matematisk språket. Bergsten m.fl. (1997) anser att det måste finnas en meningsfullhet för det matematiska språket. Vid vidare intervjuer med undersökningsgruppens medlemmar visade det sig att samtliga var omotiverade till att lära sig och att behärska det matematiska språket. Vi anser att läraren har en av de svårare situationerna framför sig. Att motivera eleven för studier.

Johnsen (2000) menar att man måste ha ett språk för att kunna utveckla nya begrepp. Vi menar att abstrakta begrepp bygger på tidigare erfarenheter och begrepp och det är därför viktigt att man möjliggör för samtliga elever att ha med sig baskunskaper. Om en elev saknar baskunskaper anser vi att det är av högsta relevans att man befäster dem så snart som möjligt eftersom det annars försvårar för eleven att befästa nya begrepp.

5.3 Motivation

Gällande motivationens betydelse för att eleverna skall tillgodogöra sig matematik i allmänhet och även inom momentet linjära ekvationer är detta odiskutabelt det svåraste och kanske det viktigaste för matematisk framgång anser vi. Undersökningen ger en bekräftelse på bristande motivation hos elever och det uttrycks exempelvis i diagnos D att det är ”nödvändig ont” med matematik. Detta är säkert en stor bidragande orsak till resultatet i NU 03 undersökningen som visar att studenter arbetar dåligt. Diagnos B visar tydliga samband med att de elever som tycker matematik och linjära ekvationer är roligt också anser att det är viktigt att kunna och lätt att lära. En annan allmän motivator som framkom av vår undersökning var att eleverna såg eventuella fortsatta studier och dess krav på avklarad kurs som en drivkraft att ta sig genom kursen. Detta är också en bekräftelse av NU 03:s resultat av vad som fick eleverna att bli motiverade.

Bristande motivation leder i sin tur till att eleverna ger upp lätt när de stöter på problem och en matematisk oföretagsamhet infinner sig. Detta framkommer både i NU 03 och i vår undersökning. Vid ökad svårighet sjunker svarsfrekvensen snabbt, exempelvis de sista två uppgifterna i diagnos A och även i diagnos D framkommer det att viljan att brottas med matematiska problem är låg då det är enklare att fråga lärare eller kompis om hjälp. Ovanstående konstaterande att eleverna anser sig överlag tämligen omotiverade i samband med att samtliga elever utom en framförde att de inte tyckte att de fått tillräckligt med matematisk undervisning kan tyckas vara märkligt. Även detta resultat har dock NU 03 kommit fram till att även om låg motivation råder så vill eleverna ha mer matematik.

Lärarens roll med fokusering på nationella prov och avsaknad av klara egna mål, Löwing (2002) har bidragit till att läraren sökt trygghet i undervisningsmaterialet. Detta kan förklara NU 03´s resultat att enskilt arbete under matematikundervisning ökar på bekostnad av grupparbete. Samtliga elever från vår undersökning hade inga konkreta önskemål om nya undervisningsmetoder utan tyckte att genomgång på tavlan med uppföljande egen träning var bra. Diagnosen visar dock tydligt på önskemål om verklighetsförankrade exempel och varierande förklaringsformer vid genomgång på tavlan.

5.4 Didaktik

Stendrup (2001) visar på att en pedagog behöver kunskap i matematik, om matematik, i undervisning och om undervisning. Både Nu 03 och Löwing (2002) menar att lärarutbildningen framförallt inte täcker behovet av den didaktiska kunskapen som krävs utav en pedagog. Det är framförallt den anledningen som gett upphov till frågan vilka svårigheter finns då elever lär linjära ekvationer. I vår undersökning har vi ringat in en del utav de didaktiska områdena. Ett område som berör många av Sveriges pedagoger är läromedlet. Eriksson (2005) menar att läromedlen ger för lite mängdträning för att täcka det behov som eleverna har. Detta medför att baskunskaper inte hinner bli befästa och resulterar till vidare svårigheter inom matematikstudier. Vi anser att läromedlet bör kompletteras med andra former av matematik. Igenom att endast arbeta med läromedlet missar man bl.a. det matematiska språket, lägger mycket tid på att få rätt svar istället för att få förståelse igenom att analysera och man missagynnar nyfikenheten. För att utveckla det matematiska språket vilket vi anser är ett redskap för att lära matematik, krävs i relevanta situationer där man utnyttjar språket. Igenom att endast arbeta med läromedlet så skapas inga relevanta situationer där ett kognitivt lärande kan uppstå. Vi menar att om man arbetar induktivt så väcks upptäckarnyfikenhet och därmed motivationen. När eleven ställs inför ett problem så påbörjas en analys utav problemet och därmed också ett lärande. Vi anser att denna analys kan utvecklas till en kognitiv situation där språket behövs.

Om en elev arbetar med läromedlet och stannar och inte klarar av en uppgift är det vanligaste alternativen att eleven frågar kompisen, läraren eller ger upp. I vår undersökning visar vår intervju att då eleverna satt fast med ett tal och bad kompisen om hjälp så ställde de frågan ”hur har du gjort?” var på eleven bredvid ofta visade sin uträkning som kompletterades med en kort förklaring. Målet är att få rätt svar, vilket anges i facit, inte vägen dit. Vi menar att om man arbetar med tyst räkning så måste man ge eleverna redskap för att utveckla sitt eget tänkande för att själva kunna skapa en lärandesituation. Vi menar att igenom lära eleverna ställa frågor till sig själv och andra så kan de komma vidare i sin kunskapsprocess. En lämplig fråga enligt Nämnaren tema (2005) är hur tänker du eller varför? En viktig fråga som eleverna ofta glömmer ställa till sig själva är vad är målet? Vad är det som eftersöks? Om eleven inte har med sig redskapet i hur man redovisar korrekt, kan det ställa till med stora problem för kompisen som ber om hjälp då de ej kan följa dess tankebanor.

I vår undersökning visade det sig att det sätt som eleverna föredrog att läraren hjälpte dem med ett tal på var att läraren ställde ledande s.k. förlossningsfrågor. De ansåg att om läraren bara visade dem hur man gjorde beräkningen och sedan gick därifrån utan att de hade förstått så kände de sig dumma och ville inte fråga igen.

Ytterligare ett problem gällande didaktik uppstår då eleverna tar med sig läxan hem och ber föräldrarna om hjälp. Enligt Löwing (2002) så har undervisningsformerna ändrats så drastiskt de senaste 20 åren p.g.a. nya läroplaner att föräldrarna inte innehar de kunskaper som krävs för att undervisa med samma metoder som det görs i skolan. Division är ett tydligt exempel på detta. Vi menar att här försvinner en möjlighet som istället blir till en svårighet för eleven. Dessutom menar Bergsten m.fl. att föräldrarnas synsätt påverkar hur barnet ser på matematik. Bergsten m.fl. visar med sin studie att pojkar ofta anses vara bra på matematik för att de är begåvade och ej för att de är duktiga. Detta skulle resultera till högre motivationsnivå och därmed med kunskaper. Men om föräldrarna ansåg att barnet fick bra resultat för att de studerar så skulle det sänka motivationsnivån, vilket föräldrar ofta anser om flickor. I vår undersökning ställde vi frågan till eleverna om de ansåg sig få bra resultat för att de var begåvade. Hälften svarade ja och andra hälften ansåg att de fick bra resultat för att de studerade. Vi menar att den grupp som anser sig behöva studera för att få bra resultat därmed hade en svårighet de andra eleverna inte hade.

De flesta eleverna tyckte att det var medelkul med matematik allmänt, men vid frågan om vad de ansåg om linjära ekvationer så blev spridningen mycket stor. Det fanns klara linjer mellan att de tyckte det var kul, bra resultat och om det ansåg att linjära ekvationer var en viktig kunskap. Vice versa om de ej ansåg att linjära ekvationer var en viktig kunskap så visade de på sämre resultat, tyckte det var tråkigt och onyttigt. Vi tycker att det är viktigt att motivera eleverna för att de ej ska hamna i ovan nämnda svårighet.

6. Sammanfattning

Då ekvationslösning och linjära ekvationer ofta ställer till med svårigheter för många utvecklades vårt problemområde, vilket ledde fram till vår problemformulering. Vilka svårigheter finns då elever lär linjära ekvationer? Problemområdet är stort och omöjligt att ringa in alla svårigheter som finns men valde några större områden som vi fördjupade oss i.

Vårt resultat blev att de svårigheter som vi har funnit då gymnasielever lär linjära ekvationer är att

- eleverna har bristande förmåga gällande algoritmer
- kan inte redovisa sina tankebanor korrekt
- inte vet vad k och m är i räta linjens ekvation
- Spridningen av baskunskaper är stor. Dvs. att många har luckor och att luckorna är väldigt olika.
- de duktiga eleverna ofta saknar baskunskaper
- lärarens undervisningssätt att använda språket försvårar och gör eleverna omotiverade
- läraren bygger inte vidare på tidigare begrepp då nya införs
- läraren är bunden till läromedlet
- läromedlem medför för få eller inga kognitiva situationer
- läromedlet medför en avsaknad av behov att tala det matematiska språket
- läromedlet saknar den mängdträning som krävs för att befästa nya begrepp och kunskaper
- eleverna besitter inte didaktiska redskap som hade bidragit till intag av kunskaper då de stöter på ett problem de ej kan lösa
- eleverna saknar kunskap i att möta problem
- läraren har en avsaknad av klara mål
- eleverna ser inte linjära ekvationer som en nödvändig baskunskap
- eleverna ser inte kunskap som viktig utan eftersöker godkänt betyg
- matematiken är overklig och inte kopplad till verkligheten vilket medför omotivation
- läraren har svårt att hantera konkret material
- föräldrarna har svårt att möta upp elevens behov av hjälp

Det finns många fler svårigheter då elever lär linjära ekvationer att forska vidare i. Dessutom hade frågan hur ska man underlätta för eleven att hamna i eller ta sig ur ovan nämnda svårigheter varit intressant att ta i.

7. Källförteckning

Bergsten m.fl (1997) *Nämnaren tema – Algebra för alla*. Kungälv: Grafikerna Livréna i Kungälv AB

Bråten. Ivar (red): *Vygotskij och pedagogiken*, Studentlitteratur 1998.

Dahland. G. (1998) *Matematikundervisning i 1990-talets gymnasieskola. Ett studium av hur en didaktisk tradition har påverkats av informayionsteknologins verktyg.* Göteborg: Vasastadens bokbinderi AB

Denscombe. M. (2000). *Forskningshandboken- för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna.* Lund: Studentlitteratur.

Ericsson Sussanne Camilla Svanberg. (2005) *Matematikunskaperna försämring i grunskolan. Luleå Universitet* http://epubl.ltu.se/1652-5299/2005/054/LTU-LAR-EX-05054-SE.pdf

Gran. B. (1998). *Matematik på elevens villkor.* Lund: Studentlitteratur.

Greveholm. B. (2001) *Matematik didaktik – ett nordiskt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur

Johnsen Höines. M. (2000) *Matematik som ett språk.* Kristianstad: Kristianstad boktryckeri AB.

Kilborn. W. (1981). Vad vet fröken om baskunskaper? Matematik för skolan och samhället. Stockholm: Liber utbildningsförlaget Stockholm

Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun.* Lund: Studentlitteratur.

Ladberg. G. (2000). *Skolans språk och barnets.* Lund: Studentlitteratur.

Ljungblad. A-L. (2000). *Att räkna med barn – med specifika matematiksvårigheter.* Quebcor: Tryckeri AB Småland

Lpo (1994) *Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet förskoleklassen och fritidshemmet.*

Lpf (1994) Förordning om 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna

Lärarförbundet (2006). *Lärarens handbok.(Lpf 94)* Lärarförbundet. Solna

Löwing. Madeleine, Kilhborn. Wiggo (2002). *Baskunskaper i matematik, för skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur Lund

NU 03 Nationell undersökning 2003 av skolverket

Stendrup. C. (2001) *Undervisning och tanke. En ämnesdidaktisk bok om språk och begreppskunskap exemplet matematik.* Stockholm: HLS Förlag

Säljö. Roger (2005). *Lärande och kulturella redskap,* ScandBook Falun

Tall. D (1991) *Advanced mathematical thinking.* Dorrecht: Kluwer Akademic

Hemsidor

(http://www.math.kth.se/gmhf/larstudenkatt.pdf

(http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=111222&i_word=algebra 2006-11-03

(http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=124710&i_word=baskunskaper 2006-11-03)

(http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=160409&i_word=ekvationradsekvation. 2006-11-03)

(http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/1121 2006-11-28

(www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=sv&ar=0607&infotyp=5&skolform=21&id=3202&extraid= 2006-11-28)

http://www.skolverket.se/sb/d/193/url/0068007400740070003a002f002f0077007700770034002e0073006b006f006c007600650072006b00650074002e00730065003a0038003000380030002f007700740007000750062002f00770073002f0073006b006f006c0062006f006b002f007700700075006200650078074002f00740072007900630063006b00730061006b002f005200650063006f00720064003f006b003d0031003300370034/target/Record%3Fk%3D1374

http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extraId= (2006-10-31)

http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=111222&i_word=algebra 2006-11-03

http://www.ne.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=160409&i_word=ekvationradsekvation. 2006-11-03

Bilagor

A. Diagnos ekvationslösning

(Alla uträkningar gör på ett separat papper.)

1- 8 Lös ut variabeln x ur ekvationen och redovisa med en fullständig lösning. Dvs. visa alla steg i uträkningen.

1. a) $x - 5 = 15$ b) $18 = x - 3$

2. a) $3x = 12$ b) $20 = 4x$

3. a) $\frac{x}{2} = 9$ b) $5 = \frac{x}{3}$

4. a) $8x + 3 = 15$ b) $50 = 11x - 5$

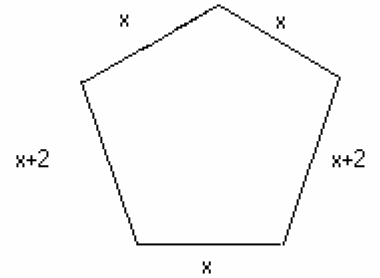
5. a) $\frac{x}{2} + 5 = 8$ b) $13 = \frac{x}{4} - 3$

6. a) $3x + 2x = 20$ b) $5x + x = 80 - 2x$

7. a) $9x - 4 + 3x = 20$ b) $6x + 4 = 20 - 2x$

8. a) $x + 60 + 2x + 40 = 10x + 20 + 3x$

9. **a) Skriv en ekvation för figurens omkrets och visa hur du tänker.**



b) Beräkna sidan x om omkretsen är 44 cm.

10. Rita en figur med omkretsen O = x+2x+3x+4x och märk ut sidorna.

B. Hur ser du på matematik?

Namn: För att veta om det ärn en kvinna eller man

1. Vad tycker du matematik.

Tråkigt Kul

2. Vad tycker du om ekvationslösning

Tråkigt Kul

3. Vad anser du om ekvationslösning

Väldigt enkelt Lagom Väldigt svårt

Ringa in ditt svar

4. Tycker du att man behöver kunna ekvationslösning? Ja / Nej

5. Anser du att du är begåvad vad gäller matematik? Ja / Nej

6. Anser du att du får bra resultat på proven för att du har studerat mycket? Ja / Nej

7. Tycker du att det är viktigt att kunna förstå och tala det matematiska språket? Ja / Nej

8. Tycker du att du är bra på att hantera det matematiska språket? Ja / Nej

9. Tycker du att det matematiska språket används tillräckligt på lektionerna? Ja / Nej

1,2 ställs mot varandra för att se om det är just ekvationslösningen som är intressant eller om det är matematik i allmänhet som är intressant.
2,3 ställs mot varnadra eftersom det inte är självklart att man tycker att matematik är kul bara för att man är bra på det. Vi kan så fall i intervjuen fråga eleven varför.
4, 7 relevansen av matematik för eleven påverkar förhållningssättet gentemot matematik.
5, 6 Klargör synen på sig själva gällande matematik. Här har föräldrar stor inverkan. Diskutera vid intervju?
8, grund för vidare diskussion vid intervju.
9, ifall de anser att de behöver mer av det matematiksa språket. Är det relevant för dem?

C. Förklara nedanstående ord

Namn:____________________

1. Linjens lutning. För att se om de har förståelse för vad linjens lutning innebär.

2. Skärningspunkt att se om de har förståelse för vad skärningspunkten innebär.

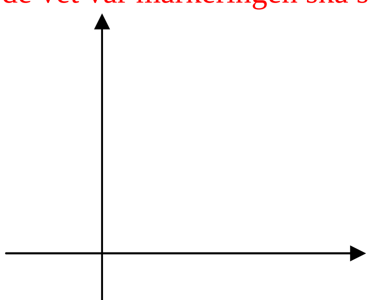
3. Variabel För att se om eleverna vet vad ordet har för betydelse och vad det innebär.

4. Skillnad mellan en ekvation och ett utryck Klargöra om det finns ett problem här

5. Vad betyder m-värdet i räta linjens ekvation? För att veta om eleven har grepp om räta linjens ekvation

6. Vad betyder k-värdet i räta linjens ekvation? För att veta om eleven har grepp om räta linjens ekvation

7. Markera vilken koordinataxel som är x och vilken som är y För att se om det kan skilja axlarna åt och de vet var markeringen ska stå.



D. Intervju

1. Vilken eller vilka arbetsmetoder har du fått arbeta med då du löst linjära ekvationer?

För att se hur eleven har fått möta ekvationer tidigare.

- Tavelundervisning och tyst räkning
- Laborativt
- Tyst räkning
- Annan metod och i så fall vad …………………………..

2. Fick du träna tillräckligt mycket på att lösa linjära ekvationer på högstadiet?

För att se om eleverna känner att de borde kunna mer om de hade haft mer tid.

- Ja
- Nej
- Lagom

3. Vad betyder X:et i följande ekvation? **X+2=6** Vi säger x för att troligen borde ordet variabel fungera som en distraktor. Testar abstraktionsförmågan.

- Talet två
- Något tal plus två ska bli sex
- Lösningen till uppgiften
- Okänd variabel

4. Varför ska man lära sig att lösa linjära ekvationer? Undersöker det personliga behovet av ekvationer och därmed motiveringsnivå till studier.

- Nödvändig baskunskap
- Fortsatta studier
- Användbart för min gymnasieinriktning
- Praktiskt vid beslutstagande av en del vardagliga problem

- Redskap vid politiska beslutstagande
- Kan inte se något behov alls

5. Vad gör du när du möter ett problem i boken som du inte kan lösa?

- Frågar en kompis
  - Hur har du gjort?
  - Vad gör man sedan?
  - Vad betyder….?
  - Hur tänkte du då?
  - Vad är det man ska beräkna? Varför då?
  - Annat
- Tittar i facit
- Frågar läraren
  - Hur ska man lösa detta?
  - Vad betyder…?
  - Vad är det man ska beräkna?
  - Annat
- Ger upp

Testar elevens förmåga att se var problemet är och hur man ska bemöta ett problem.

6. Hur tycker du att en bra lärare ska göra för att hjälpa dig på bästa sätt med att lösa ett tal/problem?

För att se hur eleverna uppfattar vad bra undervisning är och vad de önskar sig och tror sig lära bäst utav.

Lucas

Diagnos A

Sammanfattning

Lucas hade 17 rätt av 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 13 uppgifter. Han hade en hög abstraktionsförmåga 4,72 och förståelse. På uppgift 10 där man ska konstruera en figur med en given omkrets uttryckt med variabel i, omvandlar han uttrycket till ”ett mer lämpligt” uttryck.

Diagnos B

Sammanfattning

Lucas anser att matematik är lite mer kul än tråkigt. Ekvationslösning är nästan tråkigt men enkelt som man inte behöver kunna. Lucas anser sig vara begåvad vad gäller matematik och får bra resultat på proven trots att han inte har studerat.

Lucas anser sig inte behärska det matematiska språket och anser att det används tillräckligt på lektionerna men att man inte behöver kunna tala det matematiska språket.

Diagnos C

Sammanfattning

Lucas vet vad linjens lutning är och definierar den som ”hur en linje lutar i jämförelse med x och y axeln”, samt att det är k-värdet. Skärningspunkten definieras av Lucas som ”var en linje skär på en axel”. Han vet inte vad en variabel är eller skillnaden mellan ett utryck och en ekvation. Däremot vet han att m-värdet är där linjen skär y-axeln. Han vet också vilken koordinataxel som är x och vilken som är y.

Intervju D

Sammanfattning

Lucas har arbetat både med tavelundervisning och med laborationer då han mött linjära ekvationer på gymnasiet och högstadiet. Tavelundervisningen har kompletterats med tyst räkning. Lucas anser att han har fått arbeta tillräckligt med linjära ekvationer på högstadiet.

När Lucas möter ekvationen x+2=6 menar han att x är en variabel med okänt värde. Abstraktions nivå 5.

Lucas anser att det är bra att kunna linjära ekvationer för vidare studier och vid praktiskt beslutstagande vid vardagliga problem, i ett kommande yrke samt att det är ett redskap vid politiska beslutstagande.

När Lucas möter ett problem i boken som han ej kan lösa, tittar han först i facit och frågar sen läraren om hur man ska lösa uppgiften.

Lucas gillar att bli bemött med förlossningsfrågor. Han tycker att det är ett bra sätt att lära sig på. Om en svår uppgift presenteras på tavlan och han inte kan den känner han sig dum och otrygg. Lucas studerar ofta inför proven men gör inte ofta läxor.

Lucas mål är att klara matematik kurs D. Matematiken är ett redskap som behövs.

Filip

Diagnos A

Sammanfattning

Filip hade 16 rätt av 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 12 uppgifter. Han hade en varierad abstraktionsförmåga (nivå 2-5), löser somliga uppgifter med algoritmer och somliga med pekfingermetoden. När Filip ställer upp en ekvation för omkretsen ställer han upp ett korrekt uttryck där han markerar med parantes att det är en femsidig figur. $x+x+(x-2)+(x-2)+x$. Filip kan inte lösa följuppgiften där man ska beräkna vad variabeln x är då omkretsen är given.

Diagnos B

Sammanfattning

Filip anser att matematik är ganska kul och att ekvationslösning är riktigt kul. Ekvationslösning är enkelt och något som man behöver kunna. Filip anser sig vara begåvad vad gäller matematik och får bra resultat på proven trots att han inte har studerat.

Filip anser sig inte behärska det matematiska språket och tycker inte att det finns något syfte med det. Han tycker att man talar tillräckligt av det matematiska språket på lektionerna.

Diagnos C

Sammanfattning

Filip vet inte vad linjens lutning, och en variabel är. Skärningspunkten, m-värdet och k-värdet har Filip koll på. Han vet också vilken koordinataxel som är x och vilken som är y.

Intervju D

Sammanfattning

Filip har arbetat både med tavelundervisning, tysträkning och med laborationer då han mött linjära ekvationer på gymnasiet och högstadiet. Tavelundervisningen har kompletterats med tyst räkning och han även arbetat med endast tyst räkning. Filip Anser att han fick jobba tillräckligt på högstadiet med linjära ekvationer. Han ser x som en okänd variabel med ett okänt värde. (Abstraktionsförmåga 5)

Enligt Filip är det bra att kunna hantera linjära ekvationer för vidare studier och vid praktiskt beslutstagande vid vardagliga problem.

När Filip möter ett problem i boken som han ej kan lösa frågar han först en kompis ”hur har du gjort?” och sen läraren om hur man ska lösa uppgiften. Läraren låter då Filip berätta hur han tänker och fyller sen på med kunskapen som saknas.

Filip tycker att det är bra att läraren avbryter lektionen ibland med tal som många har kört fast på. Det kanske finns ett lättare sätt att lösa uppgiften på eller har Filip inte själv klarat uppgiften och behövde hjälp med den och då är det bra att någon frågat.

Filip är auditiv och har svårt att anteckna samtidigt som han lyssnar. Han kompletterar föreläsningar efter lektionen igenom att skriva av vänner anteckningar ett par gånger, ”till att han kan det”.

Isak

Diagnos A

Sammanfattning

Isak hade 13 rätt av totalt 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 9 uppgifter. Han hade en hög abstraktionsförmåga (nivå 5) och förståelse fram till de två sista uppgifterna. Vilka var uppgift nio där det gällde att skriva en ekvation för en given figurs omkrets med sidorna angivna med variabeln X. Isak har istället försökt finna en lösning på omkretsen och därmed visat att förståelsen saknas. Detta bekräftas även i nästa uppgift där lösning saknas.

Diagnos B

Sammanfattning

Isak anser att matematik varken är kul eller tråkigt. Ekvationslösning är något roligare än matematik i allmänhet. Ekvationslösning är lagom svårt och något som man behöver kunna. Däremot anser sig inte Isak vara begåvad vad gäller matematik utan han får bra resultat på proven för att han har studerat mycket.

Isak anser sig behärska det matematiska språket någorlunda. Isak tycker att det är viktigt att kunna förstå och tala det matematiska språket och anser vidare att det används tillräckligt i skolan

Diagnos C

Sammanfattning

Isak vet vad linjens lutning är men blandar ihop vad m- och k-värde betyder i linjära ekvationens form y=kx+m. Uttrycket variabel kan inte förklaras och lämnas därför obesvarat. Skillnaden mellan ett utryck och en ekvation är enligt Isak att man får ett svar på ekvationen men inte på uttrycket. Han vet vilken koordinataxel som är x och vilken som är y i ett koordinatsystem.

Intervju D

Sammanfattning

Isak har arbetat både med tavelundervisning kompletterat med tyst räkning då han mött linjära ekvationer på gymnasiet. På högstadiet hade det också funnits inslag av laborationer. Isak har gått på en Montessori skola. Han tycker att han fått arbeta tillräckligt med linjära ekvationer på högstadiet.

När Isak möter ekvationen x+2=6 menar han att x betyder något tal plus 2 ska bli 6 d.v.s. nivå två i abstraktionsnivå.

Isak kunde först inte se någon direkt användning av linjära ekvationer och uttryckte att somliga kunde vara ”onödiga”. Efter vidare funderingar menar han att det var positivt att ha kunskap om linjära ekvationer för eventuella vidare studier och även som ett hjälpmedel när vissa vardagliga beslutstagande ska göras.

När Isak möter ett problem i boken som han ej kan lösa frågar han läraren hur man ska lösa talet. Han anser att det är positivt om läraren ställer ledande frågor för att man ska komma in på alternativa tankebanor.
Isak anser att det sämsta en lärare kan göra är att bara ge en lösning och sen gå. Isak tycker att det är viktigt att läraren försöker ta exempel ur verkligheten.

Isak anser att han inte hade några klara målsättningar vad gällde betyg i matematikkursen. Huvudsaken var att han klarade kursen med godkänt betyg. Målsättning fanns dock och det var att klara matematik kurs C.

William

Diagnos A

Sammanfattning

William hade 16 rätt av 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 6 uppgifter. Han hade en hög abstraktionsförmåga (nivå 5) och förståelse. Generellt hade han korrekta tankar men redovisade fel och på så sätt uppkom slarvfel som resulterade i inkorrekta svar.

Diagnos B

Sammanfattning

William anser att matematik varken är kul eller tråkigt. Ekvationslösning är något roligare än matematik i allmänhet. Ekvationslösning är lagom svårt och något som man behöver kunna. Däremot anser sig inte William vara begåvad vad gäller matematik utan han får bra resultat på proven för att han har studerat mycket.

William anser sig behärska det matematiska språket och anser att det används tillräckligt på lektionerna men att man inte behöver kunna tala det matematiska språket.

Diagnos C

Sammanfattning

William vet inte vad linjens lutning, skärningspunkten, variabel och k-värdet är. Inte heller skillnaden mellan ett utryck och en ekvation. Däremot vet han att m-värdet är där linjen skär y-axeln. Han vet också vilken koordinataxel som är x och vilken som är y.

Intervju D

Sammanfattning

William har arbetat både med tavelundervisning och med laborationer då han mött linjära ekvationer på gymnasiet och högstadiet. Tavelundervisningen har kompletterats med tyst räkning. William anser att han har fått arbeta för lite med linjära ekvationer på högstadiet och skulle gärna arbeta med det ovan nämnda området.

När William möter ekvationen x+2=6 menar han att x betyder något tal plus 2 ska bli 6. D.v.s. nivå två i abstraktionsnivå.

William kunde först inte se någon direkt användning av linjära ekvationer. Efter vidare funderingar menar han att det kan vara bra att kunna för vidare studier och vid praktiskt beslutstagande vid vardagliga problem.

När William möter ett problem i boken som han ej kan lösa frågar han först en kompis ”hur har du gjort?” ”Förstår du?” och sen läraren om hur man ska lösa uppgiften.

William anser att det sämsta en lärare kan göra är att bara ge en lösning och sen gå. William vill inte fråga en gång till hur man ska lösa uppgiften eftersom han då känner sig dum. Ett bra sätt som han anser att han lär sig mycket av är att anteckna. Han läser ofta igenom sina anteckningar efteråt.

Elias

Diagnos A

Sammanfattning

Elias hade 11 rätt av 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 11 uppgifter. (Han hade abstraktionsförmåga nivå 2). Han löser uppgifterna med pekfinger metoden. Han har inte försökt på uppgift 9 och 10.

Diagnos B

Sammanfattning

Elias anser att matematik är varken kul eller tråkigt och att ekvationslösning är ganska tråkigt. Ekvationslösning är ganska svårt och något som man inte behöver kunna. Elias anser sig inte vara begåvad vad gäller matematik och får bra resultat på proven för att han har studerat.

Elias anser sig inte behärska det matematiska språket och tycker inte att det finns något syfte med det. Han tycker att man talar tillräckligt av det matematiska språket på lektionerna.

Diagnos C

Sammanfattning

Elias vet vad en skärningspunkt, en ekvation och k-värdet är. Han vet inte vad linjen lutning, en variabel och m-värdet är. Han har inga problem att markera ut vilken axel som är x och vilken som är y.

Intervju D

Sammanfattning

Elias har arbetat med tavelundervisning och tysträkning när han mött linjära ekvationer och han tycker att han har fått tillräckligt med tid för området på grundskolan. Elias ser en variabel som något tal plus 2 ska bli sex. Detta är ett område som Elias absolut inte kan se sig själv ha användning för i framtiden.

När Elias möter ett problem i matteboken som han inte kan lösa så frågar han läraren om hur man ska lösa problemet. Som grund arbetar Elias med sina anteckningar ifrån genomgångarna istället för att fråga vännerna runtomkring sig. De fungerar som en mall, och inte förrän han kör fast med dem som han tar hjälp av läraren. Allmänt är Elias omotiverad av att räkna matematik. Han tycker inte att det är ett ämne som kommer till användning.

Ludvig

Diagnos A

Sammanfattning

Ludvig hade 16 rätt av 19 frågor på diagnosen och redovisade korrekt på 2 uppgifter. Hans förmåga att visa lösningar fungerar i första steget att flytta från högerled till vänsterled eller tvärtom. Vid nästa moment där det gäller att lösa ut X så brister förmågan och därmed också redovisningen. Ludvig har en låg abstraktionsförmåga (nivå 2-3) genomgående och använder pekfingermetoden för att hitta lösningen i slutfasen på ekvationen.

Diagnos B

Sammanfattning

Ludvig anser att matematik varken är kul eller tråkigt. Ekvationslösning är lagom svårt men däremot inget som man behöver kunna. Ludvig anser sig vara begåvad vad gäller matematik och han får bra resultat på proven utan att studera något nämnvärt.
Ludvig anser sig behärska det matematiska språket någorlunda. Ludvig tycker att det är viktigt att kunna förstå och tala det matematiska språket och anser vidare att det används tillräckligt i skolan

Diagnos C

Sammanfattning
Isak vet vad linjens lutning är för något men blandar däremot ihop vad m- och k-värde betyder i linjära ekvationens form y=kx+m. Uttrycket variabel kan inte förklaras och lämnas därför obesvarat. Skillnaden mellan ett utryck och en ekvation är enligt Isak att man får ett svar på ekvationen men inte på uttrycket. Han vet vilken koordinataxel som är x och vilken som är y i ett koordinatsystem.

Intervju D

Sammanfattning
Isak har arbetat både med tavelundervisning kompletterat med tyst räkning då han mött linjära ekvationer på gymnasiet. På högstadiet hade det också funnits inslag av laborationer. Han tycker att han fått arbeta tillräckligt med linjära ekvationer på högstadiet.

När Isak möter ekvationen x+2=6 menar han att x betyder något tal plus 2 ska bli 6 d.v.s. nivå två i abstraktionsnivå.

Isak kunde först inte se någon direkt användning av linjära ekvationer och uttryckte att vissa kunde vara ”onödiga”. Efter vidare funderingar menar han att det positivt för eventuella vidare studier och även ett hjälpmedel när vissa vardagliga beslutstagande ska göras.

När Isak möter ett problem i boken som han ej kan lösa frågar han läraren hur man ska lösa talet. Han anser då att om läraren ställer ledande frågor för att man ska komma in på alternativa tankebanor så är det positivt.
Isak anser att det sämsta en lärare kan göra är att bara ge en lösning och sen gå. Isak tycker att det är viktigt att läraren försöker ta exempel ur verkligheten.

Isak nämnde i slutfasen på intervjun att han inte hade några klara målsättningar vad gällde betyg i matematikkursen. Huvudsaken var att han klarade det med godkänt. Målsättning fanns dock och det var att klara t.o.m. nivå C i matematik.