

Högskolan Kristianstad
Institutionen för Beteendevetenskap
Pedagogik
Vårterminen 2004

Reflektioner och variationer

Lärare samtalar och reflekterar om undervisning

Författare: Marianne Drottmar
Handledare: Torgny Ottosson

Abstract

Föreliggande studie bygger på att skapa kunskap inom vad och hur lärare i samtalsgrupper resonerar och reflekterar kring undervisning om ett undervisningsområde. Vad lärare säger sig fokusera/icke fokusera på i undervisningssituationer och vilken medvetenhet lärare har om de variationsmönster de arbetar med.

Studiens teoretiska antagande utgår från variationsteori med ursprung i forskning om lärande inom den fenomenografiska forskningsansatsen. Utgångspunkt tas i antagandet att förmågan att erfara och kunna urskilja vissa aspekter av ett objekt förutsätter en möjlig erfaren variation av aspekten i fråga. Den mening som är möjlig att erfara är relaterad till en möjlig erfaren variation. Studien är ett försök att närma sig vad lärare riktar uppmärksamhet mot i undervisningssituationer och målgruppen för studien är alla de som på olika sätt intresserar sig för och söker kunskap om undervisning och lärande. Datainsamlingen gjordes vid fyra tillfällen. Fem lärare från samma skola men med olika utbildningar satt tillsammans diskuterade och reflekterade om undervisning inom ett avgränsat område. Samtalen spelades in på band och har skrivits ut av författaren. Ett kategorisystem växte fram vid analysen.

Ett sammanfattande resultat av denna studie är att när lärare kommunicerar ett innehåll till elever använder de variation fastän på olika sätt. De fokuserar på vissa aspekter medan andra aspekter lämnas ofokuserade. När de riktar uppmärksamheten mot kritiska aspekter fokuserar de ofta på en aspekt i taget av innehållet.

INNEHÅLL

1	BAKGRUND	5
2	SYFTE	8
2.1	Preciserade forskningsfrågor	8
3	LITTERATURGENOMGÅNG	9
3.1	Lärande	
3.2	Tystkunskap	11
3.3	Tidigare forskning om lärande, lärare och lärares tysta kunskap	13
3.4	Reflektion	15
4	METOD	17
4.1	Urval och metod	17
4.1.1	Samtalsgrupp	18
4.2	Metod	19
5	RESULTAT	21
5.1	Hur ser lärarna på matematik och undervisning om tal i bråkform	21
5.2	Vad ska eleverna lära sig i matematik	22
5.3	Hur ska eleverna lära	23
5.4	Se och upptäcka	28
5.5	Introduktion och repetition	32
5.5	Pröva - reflektera	33
6	DISKUSSION	36
6.1	Vad läraren säger sig fokusera i undervisnings situationen	37
6.2	Elevens möjlighet att finna avvikelser i ett befintligt mönster	38
6.3	Medvetenhet om de variationsmönster han/hon arbetar med	39
6.4	Metoddiskussion	40
7	SAMMANFATTANDE SLUTORD	42

REFERENSER

1 BAKGRUND

Under de tjugofem år som jag har arbetat som lärare i grundskolan har jag ofta funderat över frågor rörande lärande. När jag som lärare undervisar om ett moment, varefter eleven kommer med ett inlägg som visar att han/hon har förstått eller när eleven säger aha, är det så det fungerar! har jag undrat vad det varit i mitt sätt att undervisa som fått eleven att förstå.

Under åren har det givits rika tillfällen till diskussioner med kolleger. Diskussionerna har spånt över frågor av olika slag men haft inläring som fokus. Mitt intresse för undervisning har främst utgått från ett inlärningsperspektiv. Frågor som rör hur och vad som elever lär sig av ett moment? Hur lärare tänker och reflekterar i undervisnings sammanhang? Vad riktar de uppmärksamheten mot vid undervisning?

Före 1970- talet dominerade den så kallade process – produktforskningen som enligt Alexandersson (1994) innebär att utifrån studier av karakteristiska drag i undervisningsprocessen och utfallet av dessa dra slutsatser om vad som kan tänkas ha inträffat visade sig vara ofruktamt. Denna ofruktbarhet ledde till att ”International Study Association on Teacher Thinking (ISATT)” grundades 1983. Dess syfte var att stimulera samt stödja idéer och erfarenheter inom kognitionsforskningen om lärare. Inom Teacher Thinking forskningen kom lärares tankeprocesser att uppmärksammas.

Under mitten av 1970-talet kom klassrumsforskningen som fokuserade på lärares beteende och vad olika undervisningsmetoder kunde leda fram till att förändras.

I slutet av 1980-talet kom forskningen att riktas mot lärares reflektion och lärares handlingar kom att uppfattas som ett resultat av en personlig teori.(Praktisk-eller handlings teori.) Clark & Peterson (1986) beskriver forskning om hur lärare tänker före, under och efter undervisning.

Under 1980- och 1990-talet har flera studier av hur lärare erfar sin professionella värld genomförts. Andersson och Lawenius (1983) studerar hur lärare från olika stadier i grundskolan uppfattar sin professionella värld. Alexandersson (1994) har undersökt vad lärare riktar sin uppmärksamhet mot då de talar om sin undervisning. Kilström (1993) har studerat förskollärares uppfattningar av sitt yrke. Studierna visar att lärare sällan spontant nämner hur de behandlar innehållet i undervisningen. Kan detta ses som tyst kunskap?

Sedan 1970-talet har ett antal forskare från Arbetslivscentrum varnat för en typ av kunskap som man hävdar riskerar gå förlorad vid försök till datorisering av en professions yrkeskunskap. En kunskap som enligt forskarna enbart kan tillägnas genom praktisk verksamhet och som karaktäriseras av att den är tyst i betydelsen osäglig.

Johannessen & Rolf (1989) delar upp den tysta kunskapen i påståendekunskap, färdighetskunskap och förtrogenhetskunskap. Påståendekunskap eller teoretisk kunskap är vad man kommit fram till på vetenskaplig väg. Färdighetskunskap eller praktisk kunskap är

sådant man förvärvat genom träning, man har en uppövad färdighet. Förtrogenhetskunskap denna förmåga har läraren genom en gedigen praktik

Hedqvist (1988) skriver att förtrogenhetskunskap bara kan erövrats genom att i erfarenheter väva samman teoretiska kunskaper, färdigheter och individuella situationer. Detta sker under lång tids praktiskt arbete.

Jag ser det som en brist i tidigare forskning att frågor som vad lärare fokuserar/icke fokuserar undervisningssituationer på, samt vilken medvetenhet lärare har om de variationsmönster han/hon arbetar med inte blivit belysta. Vad är det lärare riktar sin uppmärksamhet mot i undervisningen? Vilken medvetenhet har läraren om de variationsmönster han/hon arbetar med? Vilka överväganden gör lärare när de planerar undervisningen? Hur tänker lärare när de är mitt i undervisningen? Vad är det som avgör hur undervisningen utformas? Vad är det läraren inte lyfter fram i undervisningssituationen? Denna studie är ett försök att närma sig vad lärare riktar uppmärksamhet mot i undervisningssituationer. Målgruppen för denna studie är alla de som på olika sätt intresserar sig för och söker kunskap om undervisning och lärande.

Den här studiens teoretiska antagande utgår från att förmågan att erfara och kunna urskilja vissa aspekter av ett objekt förutsätter en möjlig erfaren variation av aspekterna ifråga. Den mening som är möjlig att erfara är relaterad till en möjligt erfaren variation. Till följd därav blir det intressant att studera hur variationen används i undervisningen eftersom läraren kan hålla vissa aspekter konstanta och öppna för dimensioner av variation när det gäller andra.

Variationsteorin

En teori som har sitt ursprung ur forskning om lärande inom den fenomenografiska forskningsansatsen och som Runesson (1999) valt att kalla variationsteorin, då inga benämningar ges vare sig i Marton och Booth (1997) eller Bowden och Marton (1998).

Denna variationsrymd utgör ett undervisningsobjekt dvs. något som lärarens och elevernas uppmärksamhet riktas mot. Variationsrymden konstitueras då olika aspekter av undervisningsobjektet fokuseras och då olika dimensioner av variation öppnas. Denna variationsrymd konstitueras oavsett vilken undervisningsmetod som används. I denna studie, undersöks vad lärare säger sig fokusera på då de undervisar om tal i bråkform. Vilket innebär att analysera vilka olika delar av fenomenet (tal i bråkform) som är konstanta och vilka som varierar dvs. vilka dimensioner av variation som öppnas i undervisningen.

Utgångspunkten för förståelse av ett fenomen är vilka aspekter som blir urskilda och finns i det fokala medvetandet samtidigt. I undervisningssituationen erbjuds eleven att erfara fenomenet på ett visst sätt. Undervisning innebär således en möjlighet att utveckla elevernas erfarenhet. Att lära sig erfara fenomenet på ett visst sätt innebär då att utveckla en förmåga att samtidigt erfara vissa aspekter av detta. Att urskilja något lär vi oss genom att vi erfar en variation.

Variation kan avse en erbjuden variation dvs. genom läraren, eleven, läroboken eller på annat sätt uttryckt variation. Den kan också avse en erfaren variation, alltså det som

eleven faktiskt erfar. Den erbjudna variationen kan kontrolleras t.ex. genom att introducera och öppna upp eller begränsa en viss variation, vilket medför att variationsrymderna kommer att anta en viss beskaffenhet då de erbjuds eleverna. Flera studier har visat att den variation som introduceras i undervisningen har betydelse för elevers lärande (Ahlberg, 1992, 1995; Lybeck 1981; Pramling; 1994, Runesson; 1999). Det sätt som lärare hanterar innehållet dvs. de aspekter av detta som lyfts fram blir det som eleverna erbjuds att erfaras undervisningens innehåll på. Vilka aspekter av innehållet som läraren riktar elevernas uppmärksamhet mot och i vilket avseende dessa utgör dimensioner av variation kan därför antas vara kritiskt, för lärandet. Därmed blir de aspekter av innehållet som fokuseras på, vad som varierar och vad som hålls konstant dvs. vilka dimensioner av variation som öppnas upp i undervisningen, intressanta att analysera.

Jag har försökt, genom att sitta och samtala med lärare, få fram hur lärare resonerar kring en undervisningssituation, då ett innehåll lyfts fram för eleverna vid kommunikation, vilka aspekter som fokuseras av läraren och vilka aspekter som lämnas icke-fokuserade. Hur dessa av läraren reflekterade eller ej reflekterade handlingar, som formar ett undervisningsinnehåll som eleverna erbjuds att erfaras är beskaffade, är det som utgör forskningsobjektet i denna studie. Magnusson (1997) har studerat lärares kunskap utifrån ett lärarperspektiv. Runesson (1999) har genom att följa fem lärares matematikundervisning studerat hur de behandlar undervisningsinnehållet då de undervisar om tal i bråk- och procentform. I studier där man undersöker lärares kunskap och kompetens, framkommer också hur de presenterar innehållet för eleverna. Denna studie kan ses som ett komplement till tidigare forskning.

2 SYFTE

Syftet är att beskriva hur lärare i samtalsgrupper kan resonera och reflektera kring undervisning inom ett undervisningsområde, och att analysera och reflektera över vad lärare säger att de fokuserar på i undervisningssituationen, samt att beskriva vilka variationsmönster i undervisningen som de själva är medvetna om.

2.1 Preciserade forskningsfrågor

Nedanstående frågor utgör studiens underlag.

Vad är det läraren säger sig fokusera på i undervisningssituationen?

Vad menar läraren lyfts fram för att ge eleven möjlighet att finna avvikelser i ett befintligt mönster?

Vad är det läraren föreslår för förändringar i undervisningssituationen?

3 LITTERATURGENOMGÅNG

Lärares kunskap skall i denna studie förstås som ett övergripande begrepp för det lärare gör, kan, tror och vet som omfattar kunnande, insikter och intelligent praktik (Molander 1993 s. 59.) I arbetet används begreppen lärares kunskap och lärarkunskap synonymt med begreppet lärares professionella kunskap.

3.1 Lärande

Lärande handlar om att skaffa sig kunskap för att göra den egna verkligheten begriplig. Kunskapens värde ligger i att den bidrar till att skapa ordning och mening i tillvaron. Detta kan innebära att pröva och ompröva det egna tänkandet och handlandet men behöver inte innebära att en viss kunskap skall ersättas med en annan kunskap. Utan snarare handlar det om att via reflektion förädla erfarenheter så att det egna tänkandet och handlandet fördjupas och ny kunskap uppstår hos individen.

Erfara i betydelsen lärande

I denna beskrivningsmodell ses *att lära* som att erfara något på ett visst sätt och definieras som en förmåga att samtidigt kunna urskilja vissa aspekter av ett fenomen, företeelsen mot bakgrund av en erfaren variation. Marton och Booth (1997) relaterar medvetandet till lärande och till hur vi erfar, uppfattar eller förstår aspekter av vår omvärld. De menar att det sätt som medvetandet är strukturerat och organiserat i ett specifikt ögonblick definierar begreppet erfara och att en förändring av sättet att erfara, innebär en förändring i medvetande strukturen. En viktig utgångspunkt är antagandet att vårt medvetande alltid har en riktning mot något. När vi förstår eller uppfattar något är det alltid *något* vi förstår eller uppfattar. Det erfarna har således alltid en mening för oss.

De har analyserat ett stort antal studier om hur människor förstår, uppfattar eller erfar olika fenomen relaterade till lärande. De finner skillnader i förmågan att samtidigt kunna urskilja vissa kritiska aspekter av fenomenet, texten, problemet etc. i fråga. Skillnader mellan att kunna och inte kunna kan beskrivas som en skillnad i att kunna erfara något på ett visst sätt. Att lära innebär en förändring (att andra aspekter kan urskiljas, att dessa kan bli urskilda samtidigt med andra aspekter eller att fler aspekter kan bli urskilda samtidigt) i sättet att erfara. Att erfara något innebär alltså att urskilja delar av det erfarna och relatera dessa delar till varandra och till helheten. En förändring i sättet kan då innebära en förändring i relationen mellan sådana urskilda delar eller att fler eller nya aspekter blir urskilda. För att nya aspekter skall bli urskilda måste de utgöra en erfaren dimension av variation av aspekten ifråga. Det betyder att våra tidigare erfarenheter har betydelse för vårt sätt att erfara det här och nu.

I undervisningssituationen erbjuds eleven att erfara fenomenet på ett visst sätt. Undervisning innebär således en möjlighet att utveckla elevernas erfارande. Att lära sig att erfara fenomenet på ett visst sätt innebär då att utveckla en förmåga att samtidigt erfara vissa aspekter av detta. Att urskilja något, lär vi oss genom att vi erfar en variation. Tre begrepp blir centrala, urskiljning, simultanitet samt variation.

Urskiljning - Simultanitet - Variation

Enligt Marton och Booth (1997) förutsätter innebörden i erfارandet att vissa aspekter blir urskilda på ett speciellt sätt. Objektet måste urskiljas från den omgivande kontexten och delar av objektet måste urskiljas och relateras till varandra och till helheten.

För att erfara ett fenomen eller en företeelse på ett speciellt sätt måste olika aspekter urskiljas och finnas fokalt i medvetandet samtidigt. Eftersom vi inte kan vara medvetna om allting samtidigt, varierar förmågan att samtidigt urskilja och vara fokalt medveten om flera aspekter. Vad som samtidigt blir urskilt och finns i det fokala medvetandet är således kritiskt för vilken innebörd det erfarna objektet får. Den mening som vi erfar utgörs av ett mönster av samtidigt urskilda aspekter. Marton och Booth definierar ett sätt att erfara någon begränsad aspekt av vår omvärld som det sätt som medvetandet är strukturerat. Meningen förutsätter struktur och tvärtom. Skilda sätt att erfara beror på skillnader i denna struktur.

För att en viss aspekt skall kunna bli urskild, förutsätts en erfaren variation av aspekten ifråga. För att veta vad något är måste vi veta vad något inte är. Mitt sätt att erfara ett objekt karaktäriseras av ett mönster av samtidigt urskilda aspekter vilka bestämmer den mening jag tilldelar objektet. Varje sådan urskild aspekt, måste samtidigt erfaras mot bakgrund av att dessa skall kunna variera. Urskiljning, simultanitet och variation förutsätter alltså varandra. En aspekt som finns i det fokala medvetandet är en urskild aspekt. Vilket förutsätter en medvetenhet om en möjlig variation, simultant med andra aspekter.

Reflektion

Reflektion kan enligt Alexandersson (1994) ske på olika nivåer. Grundläggande reflektionsnivå är ett vardagligt tänkande och handlande som utgörs av inrotade vanemönster. Vid nästa nivå sätter man ord på sina erfarenheter, värderar sina handlingar, räknar upp händelser och formulerar tumregler för undervisningens genomförande. Tredje nivån sker reflektionen mera systematiskt och sammanhängande kring såväl egna som andras erfarenheter. Syftet är att utveckla en mera djupgående förståelse för det egna handlandet. Här uppmärksammas principer för planering, genomförande och uppföljning av undervisning.

Vid fjärde nivån reflekterar man över det egna tänkandet. Det kan innebära att både uppmärksamma vad man reflekterar över i det egna arbetet och hur man reflekterar över sitt arbete. Hur man reflekterar har till exempel att göra med om man reflekterar mera

djupgående, om man ifrågasätter sina egna antaganden eller om man uppmärksammar helhet och samband framför delar och isolerade företeelser.

Den reflekterande yrkesutövaren

Det teoretiska perspektiv som Schön (1983), Polanyi (1985) och Eneroth (1990) företräder handlar om den kunskap som finns inneboende i människors handlingar. I vardagens yrkesutövning kan den yrkesverksamme genom ”reflection- in -action” utveckla sin känsla för hur man kan gå till väga i mer eller mindre oöverblickbara situationer. Schön knyter an till Polanyi och menar att vi människor vet mera än vi kan säga. Vi har vad Schön kallar ”knowing in action” eller kunnande i handling. I sin yrkesverksamhet utvecklar yrkesutövaren en repertoar av förväntningar, tekniker, uttryck, förmåga att avläsa tecken och hur man kan svara. Så småningom blir yrkesutövaren ”knowing in practice” eller yrkesutövarens kunnande mer och mer tyst, spontant och automatiskt, yrkesutövaren har blivit expert. Detta skulle kunna medföra att yrkesutövaren tappar helhetsperspektivet och utvecklar en snäv automatisk syn på problemet vilket genom ”reflection – on -action” (reflektion över yrkeskunnandet) och att tyst kunskap i reflektionen förs upp till ytan där den kan bli föremål för kritisk granskning och korrektion.

3.2 Tyst kunskap

Johannessen & Rolf (1989) skiljer mellan tre uppfattningar av tyst kunskap. En uppfattning knyter tyst kunskap till uppkomsten (hur man fått veta), något som förmedlas genom mästare –lärling förhållanden, genom egen erfarenhet eller genom någon kombination av förebilder och praktik. Den andra uppfattningen knyter till innehållet (vad man vet), går ut på föreställningen att kunskapens innehåll är tyst. Viss kunskap är sådan att den inte kan verbaliseras. Den tredje uppfattningen (vad man använder kunskapen till), tyst kunskap är kunskap som fungerar tyst. Kunskapen har en tyst funktion som vi förlitar oss på för att göra något annat, likt ett redskap i vårt handlande.

Tyst kunskap är personlig i flera bemärkelser. Jag orienterar mina handlingar och mina undersökningar ut i en värld som genom tyst kunskap ges en begriplig struktur och utvidgar gränsen mot omvärlden. Språket speglar mina upplevelser samt handlingar och undersökningar skiktar världen i det som faller hitom (=den kunskap som fungerar tyst)/bortom min kontaktyta med verkligheten. Den tillhör mig och följer mig dit jag går.

Polanyi (1985) menar att både människor och djur använder sig av tyst kunskap då de handlar eller orienterar sig i omvärlden. Människans tysta kunskap förmedlas kulturellt. Grunden för människans kulturella arv är i stor utsträckning knuten till hennes symbolförmåga. I den människans kunskapsprocess knyts kulturella symboler ihop med individens sinnesförmågor och motorik Rolf (1991). Individerna anpassar och införlivar sig till det överförda arvet. Kunskap i Polanyis mening är både intellektuell och känslomässig samt omfattar färdigheter och attityder.

Tyst kunskap är kunskap som används som ett intellektuellt eller praktiskt redskap. Det kan handla om tankemönster då vi löser problem men också om situationer vilket han åskådliggör med det klassiska exemplet när en blind man läser av trottoarkantens slut med hjälp av en käpp. Kunskap kan enligt Polanyi fungera tyst utan att den någonsin har artikulerats, men kan också verbaliseras och i reflektion värderas, för att sedan återta en tyst funktion. Enligt Polanyi går människans kunnande utöver vad språket innehåller och även om språksystemet är en resurs, så kan den enskilde individen endast behärska det ofullständigt. Polanyi som riktar sin uppmärksamhet mot kunskapens och handlandets tysta dimension menar att all vår kunskap vilar på en tyst dimension att socialt förmedlad kunskap och individuell upplevelse av verkligheten sammansmälter inne i individen Rolf (1991). Tradition, förnuft och subjektivitet integreras till personlig kunskap.

Kunskap som förmedlas och etableras genom interaktion mellan människor och mellan människor och kultur anser Polanyi utgöra en gemensam kunskapsgrund. Personlig kunskap, dvs. integrerad kunskap som kan fungera tyst och som gör anspråk på att förekomma hos alla är ett viktigt begrepp för Polanyi. Den personliga kunskapen knyter ihop individ och kultur.

Polanyi menar att människans tänkande kännetecknas av att hon har möjlighet att både hysa intentioner och att kunna särskilja. Att kunna särskilja olika element i omgivningen anser han vara den elementäraste formen av tyst kunskap. Vi människor jämför och kategoriserar utan att vi är medvetna om det. Vi använder den särskiljande funktionen som ett intellektuellt redskap. Polanyi skriver att människan kan göra flera skillnader än hon just då kan uppfånga eller beskriva. Språket och det abstrakta tänkandet bygger alltså på kunskaper och färdigheter som inte själva är verbaliserade Rolf (1991) människan kan ha kunskap utan att ha påtagliga bevis för den.

En annan teori hävdar att det finns en absolut gräns bortom vilken inte språket tränger. En av Wittgensteins huvudtankar är att det finns kunskap som inte kan artikuleras i språket. Denna tysta kunskap är till sin natur i princip osägbar. Osägbarheten har som syfte att skydda de djupaste existentiella insikterna vilka kunde visas men inte sägas. Denna syn på tyst kunskap har förts vidare såsom "Wittgenstein – traditionen". Exempelvis kan det sägas, att en skicklig lärare kan ha svårt att själv artikulera den kunskap som gör honom skicklig

Rolf (1991) pekar på olika vetenskapliga konsekvenser av Wittgensteins osägbarhetstanke. Det finns en gräns bortom vilken språkets beskrivningar inte tränger. Bortom denna finns det osägbara.

- Språket har olika funktioner. Det osägbara kan visserligen inte beskrivas, men språket kan fungera så att det osägbara visas genom språket.
- Det finns väsentliga värden bortom sägbarhetens gräns. Värden från konsten, filosofin, etiken eller vissa jagfunktioner kan inte beskrivas.
- Inget av dessa uttalanden kan bevisas eller styrkas genom argument. Argument med logiska eller beskrivande premisser och slutsatser kan inte bevisa existensen av det osägbara.

- Den Wittgensteinianske filosofen har en unik ställning i förhållande till det osägbara. Här finns både en negativ och en positiv funktion. Dess negativa uppgift är att förmå andra att upphöra med sina fruktlösa försök att utsäga det osägbara. Dess positiva uppgift är att ge oss ett slags högre insikt om vissa egenskaper hos det osägbara
- Wittgensteinfilosofins metoder kan delvis visa fram detta osägbara, men inte uttala sig om det. Med empiriska och logiska bevismetoder går det inte.

En vanlig invändning mot ”tyst kunskap” är att all kunskap är verbaliserbar och argumentativ

Elzinga (1990) ställer sig kritisk till användandet av begreppet tyst kunskap:

” Begreppet tyst kunskap förvirrar. Det gör något som inte är kunskap till kunskap.

Tyst kunskap är svårgripbart – det definieras negativt, som det osägbara.....

Varför kalla det för kunskap? Och varför kalla det för tyst? Det är ju artikulerbart, det visar sig i handling. Det är en slags kompetens och det är klart, det omfattar ett slags vetande. Men när man försöker skilja det från vetenskaplig kunskap genom att kalla det för tyst kunskap då blir det förvirrande.”

(s.115)

Är denna tysta kunskap som har som kännetecken att den är svår att beskriva i ord, denna kompetens i förhållande till sitt yrke förfinad bortom den vanliga yrkesutbildningen, textböcker, yrkestips och språkbruk möjlig att lära ut? Den miljö där överförandet ägde rum genom att gå bredvid någon erkänt skicklig kollega/mästare för att på så sätt lära sig ett yrke, har ersatts med en modell för yrkesutbildning som nästan alltid formaliseras i kursplaner, scheman och läroböcker. Med andra ord, den naturliga arbetsmiljön har ersatts med en konstlad utbildningssituation som vi kallar skolan.

Både Josefsson (1988, 1991) och Dahlgren & Olsson (1986) menar att man genom mästare - lärling kan överföra denna kunskap från en person till en annan under förutsättning att förhållandet mellan mästare och lärling är förtroendefullt. Då är det ett oöverträffat sätt att lära sig, att se, att pröva själv samt få kommentarer.

3.3 Tidigare forskning om lärande, lärare och lärares tysta kunskap

Andersson & Lawenius (1983) har studerat hur lärare från olika stadier i grundskolan uppfattar sin professionella värld. Studien baseras på intervjuer med ett femtiotal lärare. Det generella draget hos lärarna var att de mycket sällan kommenterade innehållet i undervisningen.

Ahlberg (1992,1995) har visat att den variation som introduceras i undervisningen har betydelse för elevernas lärande. En systematisk och medveten introduktion av dimensioner av variation i undervisning av matematisk problemlösning är positiv för utvecklingen av elevernas förmåga att möta och ta sig an nya problem. Eleverna fick i undervisningen möta sådana problem som öppnade för variation som gjordes tydlig, både när det gällde sättet att tolka och lösa uppgifterna. Ahlberg fann att de elever som undervisats på detta sätt hade bättre resultat på ett efterföljande problemlösningstest än kontrollgruppen.

Alexandersson (1994) har arbetat med frågan vad riktar mellanstadielärare medvetandeketen mot när de undervisar? 12 lärares undervisning har filmats och i intervjuer med dessa lärare (vilka har fått se och kommentera inspelningarna) har utgjort det empiriska dataunderlaget. Innehållet lärarna undervisade om var olika. Han visar i resultaten av undersökningen att lärarna är inriktade mot tre områden, mot det som sker i undervisningen, mot allmänna syften och mot ett specifikt innehåll. Det verkar som om undervisningsinnehållet i de flesta fall framstår som något som inte är fokuserat i lärares medvetande, oavsett om de talar om sin undervisning eller kommenterar den inspelning, där de ser sin egen undervisning. Endast en lärare riktade sitt medvetandefokus mot ett specifikt undervisningsinnehåll som eleverna skulle lära.

Magnusson (1997) lyfter i sin studie fram lärares kunskap utifrån ett lärarperspektiv. En typ av kunskap som till sin natur ofta är innefattad i något annat och därmed svårtillgänglig för såväl lärarna själva som forskare och andra intresserade. Intervjustudien genomfördes i två steg, före och efter genomgången utvecklingsprogram samt observationsstudier. Magnusson skriver att något entydigt svar inte gick att få kanske på grund av objektets komplexitet eller verktygens trubbighet. Hos den enskilde läraren framträder en komplex lärarkunskap som formas och omformas i förhållande till person och praktik och som står i ett dialektiskt förhållande till en kontextuell och generell beskrivningsnivå. Komplexiteten har sin grund i en oförutsägbar, svårbestämd klassrumsvirklighet som bland annat kännetecknas av många och samtidigt lektionsförlopp. Här utvecklas och används operativa, interaktiva och reflekterande kunskapsformer som är sammanvävda av generellt beskrivna och kontextuellt beroende kunskapsaspekter och som i en given situation synkroniseras för att uppnå önskat resultat som inte kan beskrivas.

Runesson (1999) har i en studie beskrivit de skilda sätt varpå lärare behandlar undervisningsinnehållet, då de undervisar i matematik, genom intervjuer med fem lärare som undervisar i årskurs sex till sju. Runessons resultat visar att alla lärarna utnyttjar, om än på olika sätt variation då de riktar elevernas uppmärksamhet mot, för lärandet kritiska aspekter av undervisningsinnehållet. Men fann det omöjligt att säga något om huruvida variationsrymden konstituerades utifrån medvetna eller omedvetna val. Runesson kom också fram till att lärarna inte talade om hur de uppfattar eller erfar undervisningen eller de olika sätt varpå lärare uppfattar att innehållet skall presenteras och kommuniceras till eleverna. Det är lärarnas handlingar som kan identifieras och tolkas antingen de är medvetna och reflekterade eller ej.

Denna förmåga kan ses som uttryck för en tyst dimension av lärares kunnande och visar sig som kunskap i handling (Molander, 1990) då lärarna interagerar med eleverna kring undervisningsinnehållet. Möjligen är det så att den här typen av yrkeskunnande som utövas i samspel med människor och som i hög grad är beroende av vem som utövar och var den utövas, inte på ett enkelt sätt kan utforskas med hjälp av förenklade modeller och begrepp. Molander (1993) menar att kunskapen finns i själva görandet, det rätta handgreppet, blicken för vad som skall göras och när. Till exempel när jag som lärare måste trösta och lugna en skrikande, sparkande, hysterisk elev eller förstå blicken från den tysta ensamma eleven som inte har uppfattat, som alltid på rasterna och vid grupp- arbete är bortglömd och övergiven av kamraterna. Att då kunna förstå, hjälpa och

vägleda, förklara för eleven uppfattar jag vara tyst kunskap hos en lärare enligt Molanders definition.

Molander säger vidare att tyst kunskap är oreflekterad i betydelsen spontan, oöverlagd och hänvisar till Polanyi, som hävdar att när en blind man har lärt sig använda käppen, känner han inte den, utan endast hur marken är. Polanyi menar att när man lärt sig behärska ett verktyg behöver man inte längre tänka på användandet utan intränad kunskap blir automatisk. Vi är endast medvetna om hur verktyget känns i handen, säger Molander. Detta tolkar jag som att tyst kunskap kommer till användning helt oreflekterat.

En annan typ av tyst kunskap som Molander talar om utgör vissa handlingars vanor trosföreställningar som man lutar på, något vi lärt oss utan att fundera till exempel inläring av vår gemensamma kultur, olika seder vid helger etc.

Polanyi talar om tyst kunskap som personlig kunskap som kan vara en funktion av kunskap. Kunskapen kallas tyst eftersom den skall användas som ett redskap för att inhämta annan kunskap. Polanyi menar att språket aldrig kan fånga upp hela den sociala verkligheten. Det kommer alltid att finnas utsagd kunskap.

Rolf (1991) skriver att mänsklig kunskap växer ofta genom att tyst kunskap och språklig reflektion samverkar. Språkligt och icke språkligt växer tillsammans. Det är så kulturen tar fäste i oss och blir till personlig kunskap.

Oavsett vad jag kallar denna kunskap finns frågan kvar hur jag som lärare skall överföra mitt icke teoretiska kunnande till en annan person?

Ett sätt är att i ord försöka beskriva kunskapens innehåll, ett annat sätt är att i handling försöka visa fenomenet så att mottagaren med sin inlevelseförmåga uppfattar. Vilket betyder att jag inte uteslutande i ord behöver uttrycka vad jag menar utan också genom handling kan förmedla detta.

Jag uppfattar tyst kunskap som en syntes av teoretisk kunskap, mästare- lärlingskunskap, uppövad färdighetskunskap, samlad erfarenhetskunskap etc. Samlad erfarenhet är en av de faktorer som ger den tysta kunskapen egenskapen av att vara personanknuten. Tyst kunskap är enligt denna definition en sammansmältning av beståndsdelar som verkar vara svår eller kanske omöjlig att definiera var för sig?

3.4 Reflektion

Alexandersson (1994) fann att när reflektionsbegreppet diskuteras kännetecknas det ofta av en slags oklarhet. Reflektion används i en mängd betydelser som att tänka, att problematisera, att skapa egen insikt eller förståelse eller att tänka kritiskt. En central ståndpunkt bland forskare inom området är att reflektion skall utveckla lärarnas kritiska tänkande. Innehållsmässigt uppmärksammas ofta frågeställningar som har att göra med olika aspekter av lärarens yrkesroll och yrkesidentitet. I relationen mellan läraren och det sammanhang han eller hon ingår i enligt Teacher Thinkingforskningen, sker den professionella lärarens förståelse av undervisningen genom ett kontinuerligt reflekteran-

de över egna erfarenheter. Det lärare reflekterar över och formulerar i ord, hör samman med de handlingar de avser att genomföra.

4 METOD

4.1 Urval och metod

Den här studien är inriktad mot frågor rörande vad lärare riktar sin uppmärksamhet mot i undervisningen? Vilken medvetenhet har läraren om de variationsmönster han/hon arbetar med? Vilka överväganden gör lärare när de planerar undervisningen? Hur tänker lärare när de är mitt i undervisningen? Vad är det som avgör hur undervisningen utformas? Vad är det läraren inte lyfter fram i undervisningssituationen?

Studien genomfördes under vårterminen 1999 och omfattar fem lärare från samma skola i en sydsvensk småstad. Den genomfördes genom att i samtal planera, diskutera och reflektera över undervisning i matematik, om tal i bråkform i åk. 4-6. Två av lärarna undervisade i åk.5-6. Två lärare undervisade i åk.4 samt en lärare undervisar i liten undervisningsgrupp åk. 4-6.

Undervisningsgrupperna var heterogent sammansatta och bestod således av elever med olika prestationsförmåga i matematik. De elever som bedömdes ha stora svårigheter i matematik undervisades i liten undervisningsgrupp. Svårigheterna med dessa samtal bestod i att lärarna hade en tendens att sväva ut i idealsituationer av undervisningen. Eftersom alla i samtalsgruppen är lärare på samma skola och känner varandra mer eller mindre hände det att en reflektion, mening eller synpunkt lämnades outtalad och uppmärksammades istället med en instämmande nick eller ett ”m..”. Datamaterialet bygger på ljudinspelningar då lärarna har suttit tillsammans och samtalat om undervisningen om tal i bråkform. Vid bearbetningen av datamaterialet har jag lyssnat och läst. Efter hand framträdde en del mönster.

Då lärarna kontaktades för eventuell medverkan fick de informationen att mitt intresse var att undersöka om det är möjligt att via samtalsgrupper med lärare som tänker och resonerar kring undervisning inom ett speciellt område, analysera och reflektera över, vad lärare riktar elevernas uppmärksamhet mot i undervisningen.

Urval av lärare för undersökningen bestämdes utifrån följande kriterier: Manliga och kvinnliga mellanstadielärare eller ett till sju lärare med max. 10 års inriktning med lång respektive kort lärarerfarenhet. Vid urvalet gjordes ingen bedömning av lärarnas yrkeskicklighet ex. via biträdande rektors bedömning. Ett sådant omdöme har jag inte funnit relevant för denna studie. Däremot drar jag slutsatsen att samtliga lärare förefaller vara säkra i sin yrkesroll. Detta grundar jag på det faktum att de har ställt upp i denna studie. Det är inte troligt att en lärare som är osäker i sin yrkesroll eller saknar själv tillit accepterar att låter sig studeras genom att varje yttrande registreras så som skett i denna studie.

Lärarna fick själva bestämma ett område i undervisningen att samtala om. De enades om ämnet matematik, området tal i bråkform, eftersom samtliga tyckte detta var svårt att undervisa om.

4.1.1 Samtalsgrupper

Syftet med samtalsgrupp som metod är att ta del av människors tänkande genom verbal kommunikation. Språket är ett oerhört rikt medium för att representera omvärlden ur olika perspektiv. Språk och tänkande står i ett dialogiskt förhållande till varandra, ”tan-ken uttrycks inte utan fullbordas genom ordet” som Vygotskij uttrycker det. Kommunikation innebär att skapa mening tillsammans. Samtalet är det tydligaste uttrycket för denna meningsskapande process och ger möjlighet till fördjupning och förtydligande av uttalanden. Tre sätt att se samtal: intervjusamtal som specifik samtalsteknik, samtalet som det yttersta sammanhang inom vilket kunskap uppfattas och slutligen att män och kvinnor för en dialog med ord och handlingar i en materiell situation, den mänskliga världen som samtalsrealitet.

Inom nutida filosofi betonas hur en valid kunskap konstrueras genom samtal. Enligt denna uppfattning blir bruket av samtal inte bara ytterligare en samhällsvetenskaplig forskningsmetod utan samtalet mellan forskarna och publiken utgör ett sammanhang från vilket man söker utröna sanningen och värdet hos den kunskap som produceras genom samtal om en samtalsvärld Kvale (.1997).

En grupp människor, som under en begränsad tid får reflektera över och diskutera ett givet ämne med varandra utan samtalsledare eller intervjuare, där målet med samtalsgruppen är att gruppdeltagarna ska diskutera fritt med varandra. Molander (1993) menar att reflektion kräver överblick, lugn och ro, frågor och svar. Reflektion ger en spegling av en själv genom andras beskrivningar och frågor eller genom att fundera över vad jag gör. Planering är i första hand en tankeprocess och kunskapen om detta tänkande är i hög grad beroende av olika lärares rapportering. Vid en kvalitativ forskningsintervju måste intervjuaren ha omfattande kunskap om temat för att kunna förnimma nyanser i de meningar som kommer till uttryck och de olika sammanhang som meningarna kan ingå i Kvale (1997). Detta bör sannolikt vara giltigt vid tolkning av samtal genomförda i samtalsgrupper.

Denna metod för att beskriva vad lärare riktar sin uppmärksamhet mot i undervisnings-situationer har vad jag vet inte prövats tidigare.

Fenomengrafisk forskning har kanske främst behandlat frågor kring lärande och undervisning. Hur variationen i sättet att uppfatta kan tillämpas i ett undervisningssammanhang har studerats av Pramling (1994), Ahlberg (1992, 1995)

Lärares planering under och efter utbildning Stukat (1998) Undervisning utifrån kunskap om erfarendets natur Runesson (1999)

Datainsamlingen skedde under fyra tillfällen. Tid och plats bestämdes av lärarna. Samtalens längd var en och en halvtimme per gång. Lärarna valde själv ämne och område. Lärarna satt diskuterade och reflekterade om undervisning inom det avgränsade området. Samtalen spelades in på band och har skrivits ut av författaren.

Datainsamlingen gick bra. Alla var villiga och positiva till samtalen. Jag upplevde att jag hade deltagarnas förtroende och att deras svar var ärliga. En risk i detta sammanhang är att lärarna ger en mer eller mindre positiv bild av sin undervisning och upplevda brister inte avslöjas. Deltagarnas beskrivningar kan också innehålla såväl medvetna som omedvetna förvrängningar. Samtalstillfällena hade enligt min uppfattning en icke hotande karaktär, genom att betona att undersökningens syfte inte var att urskilja bättre och sämre undervisningssätt. I stället betona min nyfikenhet på vad det är läraren lyfter fram

i undervisningssammanhang, försökte jag minska risken med alltför positiva beskrivningar. Det är givetvis omöjligt att med full visshet uttala sig om i vilken mån yttrandena svarar mot vad läraren gör i verkligheten men helhetsbilden var att de svar som låg till grund för analysen var trovärdiga och giltiga. Bortsett från risken för alltför positiva beskrivningar måste lärarnas uttalanden ligga nära det jag, vill komma åt, nämligen vad läraren fokuserar på i undervisningssituationer. Ingen kan ju beskriva detta bättre än lärarna själva.

4.2 Metod

Mitt intresse är att analysera och reflektera över vad lärare riktar sin uppmärksamhet mot i undervisningssituationer. Lärare i samtalsgrupper som tänker och resonerar kring undervisning av ett undervisningsområde har lett till att det främst är den kvalitativa traditionen och den fenomenografiska forskningsansatsen som bildar bakgrund till mitt arbete. Att beskriva och analysera hur individen uppfattar olika aspekter av verkligheten Uljens (1989).

Verkligheten konstitueras i hur individen uppfattar fenomen i sin omvärld, att beskriva och karakterisera hur människor uppfattar olika aspekter ur verkligheten, det vill säga vad som framträder i deras medvetande när de ställs inför speciella fenomen, företeelser, frågor situationer etc. Det som i en människas medvetande är relevant beror på olika erfarenheter och ger en variation av sättet att tänka. Att karakterisera denna variation, är den fenomenografiska ansatsens syfte.

Fenomenografi som forskningsmetodisk ansats avser att beskriva (subjektiva) uppfattningar av olika fenomen. Med uppfattningar menas ett antagande om att något som man är övertygad om eller tar för givet förhåller sig på ett visst sätt. Ett ofta citerat arbete av Marton:

”Uppfattningar står för det som är underförstått, det som inte behöver sägas eller som inte kan sägas eftersom det aldrig varit föremål för reflektion. De utgör den referensram inom vilken vi samlar våra kunskaper eller den grund, på vilken vi bygger våra resonemang.”(Marton & Svensson 1978 s. 20).

Uppfattningar ska här inte förväxlas med den allmänna betydelsen av ordet som i vardagligt språk även innefattar attityder till någonting.

Ansatsen karakteriseras bland annat av att en distinktion görs mellan hur något *är* och hur något *uppfattas vara*, ett andra ordningens perspektiv hur omvärlden ter sig för människor, till skillnad från ett första ordningens perspektiv som handlar om fakta – vad som kan observeras utifrån. (Marton m fl,1977).

Arbetsgången i fenomenografiska analyser kan beskrivas som:

1. Ett sökande efter relevanta uttalanden för den aktuella forskningsfrågan.
2. En analys av dessa identifierade uttalanden i förhållande till den kontext de förekommer i.
3. En jämförelse av meningsinnehållet i dessa kontextuella citat.

De utvalda citaten (längre eller kortare) kan då sägas utgöra en *pool of meanings* (Mar-ton 1987b). På det sättet riktas uppmärksamheten på citatet i sig oberoende av vilka personer som råkar representera dem. Citaten tolkas då i relation till två kontexter;

- a Det intervjuprotokoll varifrån citatet härstammar.
- b Den grupp av innebörder ("pool of meanings") som de representerar.

(Uljens 1989, s. 44)

Att studera undervisning ur ett variationsteoretiskt perspektiv innebär att studera vilka aspekter av fenomenet som samtidigt blir framlyfta och huruvida dessa utgör dimensioner av variation. Variationsrymden utgörs av olika aspekter av undervisningsobjektet, som lyfts fram eller fokuseras, dvs. vilka dimensioner av variation öppnas. Att som i denna studie studera vad läraren säger sig lyfta fram då han/hon undervisar om bråk innebär att analysera vilka olika delar eller aspekter av tal i bråkform som är konstanta och vilka som varierar samt de dimensioner av variation som öppnas i undervisningen. För att beskriva detta kommer jag i min framställning synonymt använda lyfta fram, fokusera, rikta elevernas medvetande mot.

Gruppsamtal är annorlunda än individuella samtal såtillvida att det finns en möjlighet att presentationen inför gruppen får en mera framstående och en annan roll än vid individuella samtal. Samtidigt kan grupprocessen inbjuda och inspirera till ett vidare och djupare reflekterande än enskilda samtal.

5 RESULTAT

I detta kapitel redovisas vad och hur lärarna säger sig behandla undervisningsinnehållet då de undervisar om tal i bråkform. För åskådlighetens skull ges först en övergripande beskrivning av lärarnas syn på hur och vad eleverna skall lära sig i matematik. Därefter beskrivs de skilda sätt jag funnit vid samtalen med lärarna, som de använder för att behandla undervisningsinnehållet. Dessa har förts samman till mer övergripande mönster.

Lärare A har mellanstadielärare examen och ca 25 års undervisningserfarenhet.

Lärare B har mellanstadielärarexamen och har 17 års undervisningserfarenhet.

Lärare C har folkskollärarexamen och har ca 30 års undervisningserfarenhet.

Lärare D har grundskollärarytbildning 1-7 ma/no och har 8 års undervisningserfarenhet.

Lärare E har grundskollärarytbildning 1-7 sv/so och 6 års undervisningserfarenhet.

5.1 Hur ser lärarna på matematik och undervisning om tal i bråkform

När lärarna talar om vad avsikten med undervisningen är d.v.s. på vilket sätt eleverna skall använda sina matematiska kunskaper beskriver de detta i termer av i vilka situationer som eleverna kommer att möta matematik. Det yttersta målet med matematikundervisningen är att eleverna skall kunna använda sin matematik i vardagslivet. De ser det som ganska svårt att förbereda eleverna för detta eftersom många av de vardagsproblem eleverna möter i matematikundervisningen inte är relevanta för deras ålder utan snarare är problem som vuxna möter i sin värld.

Lärarna säger att lärandet måste ske på olika sätt. De kommer under samtalen med flera olika förslag på hur detta skulle kunna gå till, t.ex. mer av lärarnas tid används till vissa elever eller att dela in klassen i mindre grupper för att kunna utnyttja en viss tid till varje grupp. Inget av detta gör de. De anger resursbrist, ej tillgång till material eller idén kommer inte samtidigt med materialet samt för många elever i klasserna som orsaker. En del elever behöver först möta matematiken i form av laborativa modeller innan de kan använda sig av matematiska symboler.

Lärarna upplever att eleverna har svårt att förstå tal i bråkform. En förutsättning för att eleverna skall förstå anser lärarna vara, att undervisningen hålls på ett konkret plan och eleverna har tillgång till laborativt material. De tycker att detta används för lite på grund av att de anser sig inte ha resurser eller tillgång till material. Det är svårt som ensam lärare att vid lite svårare uppgifter samtidigt undervisa på ett konkret plan för de elever som är i behov av detta och ett abstrakt plan för de elever som behöver hjälp i matematikboken.

Lärarna ser det som en nödvändighet att anpassa undervisningen till att eleverna är olika, en olikhet som beskrivs som en skillnad i förmågan till abstrakt tänkande. De tycker att naturliga sammanhang där man kan presentera tal i bråkform är musik (då genom notkunskap), hemkunskap och slöjd.

Lärarens engagemang och entusiasm inför uppgiften spelar också stor roll.

Anledningar som framkom till att det är svårt att undervisa om tal i bråkform är följande:

- L1: Bråkräkning har inte någon direkt koppling till det man gör. Det har det indirekt men det blir ofta väldigt formellt. (samtal 1)
- L2: Så länge man håller det på ett konkret plan går det bra. (samtal 1)
- L3: Jag tror inte barnen direkt ser nyttan av det här räknesättet (samtal 1)
- L1: Bråk ligger på ett alltför abstrakt plan för de flesta elever. De har inte det logiska tänkandet.(samtal 1)

Lärarna anser att rita en bild av problemet har betydelse för att förstå och lösa uppgifter med tal i bråkform. En lärare tror att man överger denna ”bild” för tidigt och anger detta som anledning till att barnen har svårt för tal i bråkform. När lärarna talar om elevernas förståelse gör de det i termer av om de kan eller inte kan. De vänder sig mot ordet *bråk* som de tror många elever associerar till något som är svårt.

5.2 Vad eleverna ska lära sig i matematik

En lärare tycker att i undervisning om tal i bråkform skall man inte behandla mer än vad som behövs i vardagslivet eftersom eleverna inte är mogna att förstå detta. Hon tycker vidare att man får se till var i sitt dagliga liv man träffar på bråk och i vilka sammanhang man kan behöva känna till något om bråkräkning.

Lärarna framhåller vikten av konkret material som ingår i elevens vardag. En av lärarna ser dock en fara i att använda konkret material genom att syftet kan gå förlorat och materialet blir det viktiga. Detta bör man kunna eliminera genom att t.ex. använda ett neutralt material eller ett material som eleverna stött på tidigare på lågstadiet tror en annan lärare.

Lärarna är negativa till läromedel där läroboksförfattarna tänker som vuxna och inte tar hänsyn till att barn i den ålder läromedlen är skrivna för saknar det logiska tänkande, som är en förutsättning för att lösa uppgifterna. En lärare tror att detta är en anledning till att moment måste repeteras så ofta. Uppgifter som saknar realitet bör inte finnas. Lärarna är kritiska till stora textmassor samt för uppgiften ovidkommande text som förekommer i läromedelsuppgifter. De anser att detta försvårar förståelsen av uppgiften för eleverna.

Teknik – förståelse

Lärarna återkommer flera gånger under samtalen till vikten av förståelse. De anser att inläring av teknik bör vänta tills eleverna nått upp till lägst skolår sju, då de flesta uppnått den mognad som är förknippad med inläring av en teknik. Om eleverna skall lära en teknik måste den vara väldigt enkel. Det får inte innebära att om eleverna inte använt

den på ett tag, har de glömt den och ger som exempel divisionsupptällning för att lösa en divisionsuppgift. Teknik, som inte är så inarbetad att den alltid finns tillgänglig i minnet, har man ingen nytta av hävdar de.

5.3 Hur ska eleverna lära

Eleverna arbetar ofta enskilt eller i grupp enligt någon av följande modeller:

Modell 1

1. Lärarens undervisning inleds med en gemensam aktivitet en ” genomgång ” där eleverna förbereds för att kunna arbeta med vissa uppgiftstyper.
2. Uppgifterna diskuteras gemensamt under lärarens ledning med klassen.

Modell 2

1. Eleverna arbetar i grupp med uppgifterna.
2. Uppgifterna diskuteras gemensamt med läraren.

Modell 3

1. Eleverna arbetar enskilt med uppgifterna.
2. Eleverna försöker på egen hand pröva och upptäcka lösningsstrategier.

Figur 1. Tre modeller för hur eleverna arbetar enskilt respektive grupparbete vid arbetet med tal i bråkform.

Lärande

Vid samtal om hur barn lär, hänvisar lärarna till Vygotskij och anser att man skall tänka tillsammans med barnet, jobba tillsammans med barnet så det blir hjälpt och att det blir en helhet i tanken.

L1: ...Att vi hjälper barnen att komma fram till saker och ting (samtal 3)

Läraren förefaller att tänka sig att lärandet sker i en interaktiv social process där man förklarar och argumenterar så att en förståelse grundas hos eleven.

Variationens betydelse vid inläring

L1: Jag tycker man skall lära barn ... så många sätt som möjligt.
Matte-stegen (lärobok) förklarar på en massa sätt (samtal 1)

L1: när de inte klarar den ena nyckeln, att man ger dem en ny nyckel, man ger ju inte dem hela nyckelknippan. Det kan röra till det för ett litet barn. (samtal 1)

Det som beskrivits ovan tyder på att läraren menar att öppna för en dimension av variation i taget, att öppna för flera dimensioner av variation samtidigt försvårar för ett barn. Samtalet är om ett läromedel som förklarar ett moment på flera olika sätt.

L1: Jag tror att det virrar till det för väldigt många bättre att fokusera på ett sätt. Ex. med kort division klarar man sig så långt med så när den inte räcker längre så har man en miniräknare. Jag tycker man skall pröva olika sätt att lösa ett problem men man upptäcker också att det inte går in utan vidare...att de accepterar det liksom inte. (samtal 3)

I de fall då något behandlas som läraren upplever som kritiskt för elevens lärande verkar utrymmet för dimensioner av variation att minska. Läraren förefaller att minimera variationen och riktar elevernas uppmärksamhet mot så få aspekter som möjligt.

Lärarprofessionalitet

Lärarna liknar det vid att packa en väska när man skall ut och resa. Första gången är det svårt att veta vad väskan skall innehålla men efter ett antal packningar och resor vet man vad väskan behöver innehålla. En annan liknelse är en verktygslåda man fyller med verktyg under sin lärartid. Under sin utbildning erhåller man några få grundverktyg. Därefter gäller det att som nyutexaminerad lärare vara kreativ, ha god fantasi, att lära sig i samvaron med barn, försöka sätta sig in i hur barn tänker, vara lyhörd, läsa litteratur m.m.

Lärarna talar om vikten av lärares samverkan. De påtalar att det bland annat är i samspelet med läraren eleverna lär. Barn har ofta svårt att förstå skriftliga instruktioner.

De metoder som diskuteras under samtalen är:

- *laborativt material* (frukt, grönsaker, klossar, karameller, linjal etc.)
- *rita bilder*
- *måla, klippa och klistra*
- *klockan*

De moment som diskuteras under samtalen i samband med att bråkbegreppet behandlas är:

- *del av helhet* (hur stor andel av det hela en viss andel utgör)
- *bråk som operator* (t.ex. $1/3$ av 12)
- *jämförelse av tal i bråkform* (t.ex. $4/8$ och $8/4$)
- *olika namn för samma tal* (att ett rationellt tal kan representeras på olika sätt i bråkform)
- *relationen bråk – division*

De olika sätt som lärarna använder när de undervisar om tal i bråkform har förts samman till följande kategorier:

- *se och upptäcka*
- *Introduktion - repetition*
- *pröva -reflektera*

Del av helhet – något är konstant och något varierar

Bråk som del av helhet - vad man skall veta.

Vid undervisning om tal i bråkform startar samtliga lärare med momentet del- helhet. Motiveringen är att det är lättare att förstå att man tar sönder något, då blir det ju delar än att ett antal kan vara en del av något samt att eleverna glömt och är i behov av repetition. Tillvägagångssättet att undervisa om del av helhet är ganska likartat hos lärarna. De har en systematisk uppläggning av undervisningen. De börjar med ikoniska representationer eller laborativa modeller. Därefter arbetar de med ikoniska representationer samtidigt med symboliska representationer i täljaren och bokstavsbenämning i nämnaren. Sedan ikoniska representationer samtidigt med symboliska representationer för att belysa del av helhet. Lärarna anser att det har betydelse vilken terminologi man använder i undervisningen.

Del av helheten introduceras av läraren som ritar eller delar äpple, ”bråktårta,”* fyrkant etc. och ställer frågor om delens relation till helheten. Helheten är konstant medan delarna varierar. Elevernas uppgift är att avgöra vilka delar det är genom att titta på bilden alternativt äpplet.

Läraren och eleverna arbetar tillsammans med att lösa problemet. Genom att rita, vika, klippa och klistra. Läraren ger flera exempel där eleverna får klistra, klippa och sätta ihop pusselbitar eller ex. fyra bitar många gånger. Därefter arbetar eleverna med uppgifterna i läroböckerna. Läraren bestämmer vilka uppgifter eleverna skall arbeta med.

L1: Jag kommer att börja där också ... att dela äpple eller tårter eller vad det nu är .

L2: Jag kommer att hålla på ett bra tag. (samtal 4)

Av samtalen framgår att läraren ger flera exempel på del och helhet. Eleverna skall bestämma delarnas relation till helhet. Del – helhetsrelationen representeras med bilder eller laborativa modeller. Läraren inleder med att rita eller använda laborativa modeller som eleverna visuellt kan erfara. I dessa uppgifter där delens relation till helheten skall bestämmas och uttryckas med ett tal i bråkform är det denna relation som fokuseras i övningarna. De dimensioner av variation som öppnas i dessa situationer omfattar dels de ingående talen, dels representationssättet.

Detta är ett exempel på hur läraren lyfter fram något som eleverna skall känna till: ”de skall veta att ex. det går 4 fjärdedelar på en hel”. I utdraget ovan lyfts inte fram vad det innebär att en fjärdedel av fyrkanten är blå. Istället upprepas övningar där eleverna skall ange andelens storlek med ett tal i bråkform.

Del och helhet behandlas också i uppgifter där det skall anges hur stor del av en timme som ett visst antal minuter utgör. Uppgiften är densamma den behandlar en del – helhetsrelation där andelens storlek ska bestämmas och uttryckas med ett tal i bråkform. Det är denna relation som fokuseras och som är konstant mellan övningarna. Den variation som eleverna presenteras omfattar presentationssättet och de ingående talen.

*En bråktårta eller bråkpizza är ett laborativt material som består av cirklar vilka är delade i ett antal delar som skall illustrera halvor, tredje -, fjärde -, åttondelar etc.

Jag finner flera exempel under lärarnas samtal där de i sin undervisning öppnar för dimensioner av variation i sättet att presentera bråk, när del av helhet behandlas och eleverna skall bestämma delarnas relation till helhet. Presentationssättet varierar genom att olika ikoniska modeller eller laborativa modeller förekommer (en bild av en tårta, pizza, ett äpple, en urtavla, cuisenairestavar *linjal, russin eller lakritssnören.

Bråk som operator

Eleverna skall lära sig proceduren för att beräkna andelens storlek i antal.
Det som diskuteras är en uppgift ur läroboken:

I Marikas klass går det 24 barn där gjorde man en liten undersökning hur populärt var det med jeans? Denna dag var det bara 4 barn som hade jeans. Hur stor andel av barnen hade jeans?

L1: Man kan räkna på två sätt. Jag ger givetvis rätt för båda. (samtal 2)

L2: Då får dom rita upp alla ungarna och dela in dem i fyragrupper. Om de ska begripa vad de gör. Annars kan man ju försöka förklara med siffror. Men det bästa sättet tycker jag är att rita upp... (samtal 2)

Utdragen är från samtal där bråk som operator diskuteras. Avsikten är att eleverna skall bestämma andelens storlek som antal (hur många). Det lösningsätt hon föreslår är att rita en bild.

L1: ...ritar 12 prickar nu ska man dela in dem i tredjedelar sen får man räkna prickarna.

L2: Det är ju egentligen två tal. I varje sådan fyrkant finns det fyra stycken prickar och det är ju det som ställer till problem för dem. Egentligen är det två tankar...

L3: Jag försökte igår med de här tolv... tolv delat med tre hur mycket är det då? Jo det är fyra ja...och sen tar vi de fyra två gånger. Då har du vad $\frac{2}{3}$ av 12 är.

L1: Fattar de inte detta. Då ska man inte förklara det här (visar divisionsuppställningen på blädderblocket). Då har jag bara bollat med siffror.

Boken visar tolv delat med tre är fyra också det två gånger men fattar de inte vad de gör så nästa gång de kommer till ett tal....

L4: så tar de tolv delat med två

L1: jag tror inte de kan det. Det sättet tolv delat med tre och så gånger två.. Det förklarar jag bara för de bästa.

L5: Varför gör du så?

L1: Därför jag tror inte de är mogna för det. (samtal 2)

Lärarna uppfattar att detta är svårt för eleverna. Som en följd därav begränsar sig L1 till att presenterar bara ett lösningsätt för eleverna med motiveringen att eleverna saknar logiskt tänkande och därför är i behov av bilden för att kunna lösa uppgiften.

L3 visar här två lösningsätt även om han är medveten om att alla inte förstår. Dels en lösning med hjälp av en bild och dels en aritmetisk lösning, därmed öppnas för en dimension av variation beträffande lösningsätt.

*Cuisenairestavar är ett laborativt material som består av stavar av olika längd som kan byggas ovanpå varandra för att illustrera hur olika tal i bråkform förhåller sig storleksmässigt till varandra.

L5 ställer sig tveksam till L1 s sätt att resonera eftersom hon anser ”att man skall lära barnen så många sätt som möjligt” denna grundtanke instämmer L1 i.

Betraktat ur ett variationsteoretiskt perspektiv kan jag lägga märke till att lärarna förefaller att begränsa antalet dimensioner av variation som eleverna erbjuds erfa. Av de redovisade utdragen framgår att elevernas förståelse av innehållet utgör en fokuserande aspekt i undervisningen

Jämförelse av tal i bråkform

För att visa på skillnaden mellan fyra åttondelar och åtta fjärdedelar uppmanar läraren eleverna att använda den laborativa modellen, bråkplanket* eller bråktårtan.

Läraren ger en metod att lösa uppgiften.

En lärare visar ”bråktårtan”.

L1: Om man hade visat dem $\frac{4}{8}$ tårtbitar och $\frac{8}{4}$ tårtbitar så hade ingen unge gjort fel överhuvudtaget.

L2: Det hade varit fullständigt självklart för dem. (samtal 3)

Eleven skall själv söka lösningen genom att använda laborativt material och jämföra de olika delarna och se lösningen. Elevens förståelse blir inte uppmärksammas.

Olika namn för samma tal

Läraren går från en ikonisk representation till en symbolisk. De använder urtavlan som delas upp i $\frac{1}{2}$, kvart = $\frac{1}{4}$ timme, $\frac{1}{6}$ etc., en cirkel delad i ett antal delar eller laborativt material för att uttrycka samma sak vilket öppnar för en dimension av variation i sättet att erfa.

L1 : Jag har ritat upp en stencil cirklar som jag delat in ...de där vanligaste delarna. Då kan de dels titta på det här pappret och de kan klippa ut och lägga dem över varandra.... (samtal 2)

L2 : ...Klockan ...den kan man dela in.... (samtal 1)

L3 : Linjalen är ju någonting jag använder ofta ...den som är uppdelad i centimeter och decimeter bitar...(samtal1)

Uppgiften innebär att andelens storlek i förhållande till helheten är konstant medan sätten att uttrycka detta kan variera.

*Bråkplanket är ett antal sträckor som är placerade under varandra och är indelade i halvor, fjärdedelar femtedelar o.s.v. Bilden illustrerar hur olika tal i bråkform förhåller sig storleksmässigt till varandra.

Lärarna samtalar om att eleverna i slöjden skulle kunna tillverka sitt eget material i form av ett bråkplank. Detta skall de sedan kunna använda som hjälpmedel för att lösa uppgifter, genom att lägga de olika delarna ovanpå varandra och se att t.ex. $1/2$ och $2/4$ är lika mycket. Detta innebär att en speciell aspekt av bråket blir fokuserad, nämligen att en viss andel inte alltid utgör samma omfång. Hälften utgör olika många andelar beroende på antalet delar av det hela. Därmed öppnas för en variation när det gäller vad en andels storlek kan innebära.

Studeras detta ur ett variationsteoretiskt perspektiv ser vi att läraren resonera kring innehålllet så att det är förhållandet mellan täljarna resp. nämnarna i olika bråkuttryck för samma tal som uppmärksammas. Läraren konstanthåller relationen mellan dessa och den dimension av variation som läraren öppnar gäller delarnas storlek och antal.

Relationen bråk – division

Lärarna påpekar att de upplever detta moment som svårt och uttrycker sin förvåning över att detta behandlas på ett så tidigt stadium i läroboken.

L1: division fastnar hos väldigt många.

L2. Relationen bråk division förklarar jag bara för de bästa säger en av lärarna. Eftersom flera elever inte är mogna för det och inte fattar vad de gör mer än skiftar plats på siffror. (samtal 1)

I de fall då något behandlas som läraren upplever som kritiskt för elevens lärande verkar utrymmet för dimensioner av variation att minska.

De kategorier som framträdde är följande:

5.4 Se och upptäcka

Bilden – att se hävdar lärarna har stor betydelse vid erfärande.

Genom att titta på bilderna eller genom att göra något med materialet, tänker sig läraren att eleverna lär sig. Elevernas inläring sker genom att se och upptäcka. Lärarna beskriver detta under samtal 1 och 3. En lärare säger att hon tror att barn behöver se för att lära. Därför gör barn som mamma gör och inte som hon säger, de lyssnar inte på vad hon säger.

Utdraget är från samtal där avsikten är att eleverna av en mängd skall kunna bestämma andelens storlek som antal (Hur många är $2/3$ av 9)

L1: $2/3$ av 9 det är inte roligt.

L2: de är svåra.

L3: Jag har sagt till dem att rita så mycket som möjligt. Det är enda chansen att de själva ritar upp nio och så delar in det i tredjedelar. (samtal 1)

I detta utdrag ser vi att läraren uppmanar eleverna att använda bilden för att lösa uppgiften och riktar elevernas uppmärksamhet mot de nio (prickarna) och hon förväntar sig att

eleverna direkt skall urskilja en del- helhetsrelation i dessa. Detta öppnar inte för någon dimension av variation i sättet att erfara.

L1: ... hade det där varit avbildat hade de inte gjort fel. (samtal 3)

L2: Jämför med engelska där det finns bilder då kan de berätta händelsen men det är ju för att de tittat på bilden. (samtal 3)

L1: Om man hade visat dem bråkplanket ... så hade ingen gjort fel överhuvud taget. (samtal 3).

L2: Nää

L3: De hade nog sett det meddelsamma .

Jag tolkar detta som lärarna anser att bilderna och det laborativa materialet är nödvändiga om eleverna skall lära med förståelse. Det är när eleverna möter bilder, som de själv upptäcker hur något förhåller sig, som de lär. Gemensamt för de situationer där bilder och laborativa material används är att det inte framgår om det öppnas för någon dimension av variation beträffande lösningssätt. För att få svar på detta hade lektions observationer varit nödvändiga. Kan innehållet endast förstås på ett visst sätt eller tar läraren för givet att eleverna ser det läraren redan vet?

Tillvägagångssätt som leder till rätt svar

Läraren vill att eleverna skall använda ett speciellt tillvägagångssätt, rita för att lösa uppgiften Därmed begränsas variationen av tillvägagångssätt att lösa uppgiften. En möjlig förklaring till detta är att läraren är angelägen om att eleven skall förstå proceduren bakom om hur man kommer fram till rätt svar. Han/hon hänvisar till att klara av kommande uppgifter.

Som exempel på bildens betydelse hänvisar en lärare till en uppgift i läroboken där problemet är att bestämma antalet svart- vita hamstrar i en familj med sex hamstrar där $1/2$ är vita $1/3$ är svarta och resten svart- vita. Läraren säger att eleverna inte kunde lösa detta problem med hjälp av lärobokens text. Först sedan hon ritat upp antalet hamstrar kunde de med utgångspunkt av bilden lösa problemet.

L1: Jag fick rita uppoch så hade jag lite öron och svansar på dem.... (samtal 2).

L1: om det står $2/3$ av 12. Då ritar man...12 rutor eller prickar så får man dela in det i tredjedelar och sen får man ju då ...

L2: Lägga ihop det

L3: ... fattar dom inte detta, då ska man inte förklara detta här....

L:4 Det är ju egentligen två tal på varandra...Egentligen är det två tankar ...som att lägga ihop en massa saker...(samtal 1)

Detta är en situationen där läraren upplever att eleverna har svårighet att förstå och att lära varvid hon ritar så att eleverna kan se händelseförloppet.

L2:...jag försökte med... tolv delat med tre hur mycket är de t ? Jo det är fyra ...och sen tar vi de fyra två gånger. Då har du vad två tredjedelar är.

Läraren ger ytterligare ett exempel

L1. Jag tror inte dom kan det. Det sättet 12 delat i 3 och så gånger 2. Det förklarar jag bara för de bästa. (samtal1)

Lärare 1 visar på tavlan och förklarar hur han resonerar

Här visar läraren att uppgiften kan lösas på olika sätt. Den kan lösas med hjälp av att rita en bild och den kan lösas med en aritmetisk operation förutsatt att bråken tolkas som en division. Den metod läraren visat innebär att först dividera med 3 för att därefter multiplicera den erhållna kvoten med 2. Läraren har möjlighet att öppna för en dimension av variation när det gäller tillvägagångssättet att lösa uppgiften.

Utdragen visar att lärarna har uppfattat vad eleverna gör för fel och hur eleverna tänker att "det är två tankar" som läraren tror att eleverna inte ännu klarar av. Vilket medför att läraren begränsar tillvägagångssättet för en del elever att lösa uppgifterna och därmed inte öppnar för någon dimension av variation. Läraren anser att eleven måste ha förstått ett moment. Denna förståelse hänger samman med mognad i betydelsen individuell utvecklingsnivå som eleven måste ha uppnått innan läraren förklarar nästa moment. En av lärarna ställer sig tveksam till detta sätt att resonera. Hon anser att man skall erbjuda eleverna så många sätt att erfa som möjligt utan hänsyn till elevens utvecklingsnivå. Läraren tycker inte att man kan invänta elevens förståelse. Lärarna tror inte barn klarar flera abstrakta moment, de måste se det. Detta är en av anledningarna till att division och bråk är så svårt för eleverna.

Vika papper

Lärarna använder laborativa modeller eller bilder av olika slag för att representera innehållet. Tillsammans med eleverna viker de ett papper A-4 format. Läraren leder samtalet. De viker först pappret mitt itu och läraren ställer frågan hur många delar pappret är delat i. Sedan viker de detta ännu en gång varvid läraren undrar hur många delar är detta papper nu är delat i? Då pappret delas stegvis i allt mindre delar riktas elevernas uppmärksamhet mot att se och räkna antalet delar i relation till helheten. Läraren fokuserar på en slags del i taget, först andredelar, sedan fjärdedelar, därefter åttondelar. Den dimension av variation som öppnas, gäller antalet delar och delarnas benämning. Läraren presenterar med symboler det som eleverna kunnat erfa i det vikta pappret. Därmed görs en variation i sättet att presentera delarnas relation till helheten tydligt. Eleverna kan se och räkna antalet delar på pappret och de kan erfa samma sak skrivit med symboler och uttryckt som olika namn på andelens storlek.

Eleverna kommer därefter att möta liknande uppgifter (när de arbetar med läromedlet). Läraren uppmanar eleverna att använda det vikta pappret.

L1: En metod är att ha pappret framför sig och titta på det och vika lagom många gånger. Sen finns det ju andra metoder man bara tänker.

L2: Vi har lite klossar och lite pengar har vi haft och delat

L3: Så länge de har en bild framför sig. (samtal 1)

Läraren visar på olika sätt att komma fram till en lösning på en uppgift dvs. öppnar för en dimensionen av variation när det gäller lösningsmetoder på en konkret /laborativ nivå vika papper, se på en bild, laborera med sedlar, samt en symbolisk/abstrakt nivå ("man bara tänker"). Detta sätt att lära ut ställer jag mig kritisk till med tanke på de elever som har motoriska svårigheter och därmed ofta misslyckas i sitt vikande av pappret på mitten.

Bilder och laborativa material som hjälpmedel

Eleverna har olika andelar av helheten samlat på ett papper som läraren ritat.

L2: Jag har ritat upp på papper cirklar som jag delat in i halvor, fjärdedelar osv. de vanligaste delarna.
Då kan de dels titta på det här pappret och man kan klippa ut dem och lägga dem över varann.
(samtal 2)

Läraren ritar och riktar elevernas uppmärksamhet mot ett tillvägagångssätt (att använda bilden) som lätt leder dem till rätt svar på uppgiften. När eleverna får problem med att lösa uppgiften lyfts ett av läraren givet lösningssätt fram. Inga öppningar ges för en variation i detta avseende. Det förs inte någon diskussion om olika Lösningstrategier som omfattar olika sätt att tänka kring uppgiften.

Bilden har dock flera funktioner. Uppgiften kan lösas med hjälp av denna men lösningen kan också kontrolleras med hjälp av denna eller eleverna kan jämföra talen genom en bild.

Samtalet är om uppgifter i läroboken, där del av helhet skall avgöras

Ett trädgårdsland som är uppdelat med potatis, sallad, morötter och kål

L1: Jag har sagt till dem att de ska rita så mycket som möjligt. Det är enda chansen att de själva ritar
(samtal 1)

Läraren fokuserar enbart på en speciell metod att lösa uppgiften, då hon uppmanar eleverna att rita en bild. Det öppnas inte för någon variation i avseende att uppgiften kan lösas på olika sätt. Läraren ger många liknande exempel med samma tillvägagångssätt att rita.

I exemplet nedan diskuteras ”bråkplanket” som finns avbildat i läroboken vilket lärarna tycker är bra eftersom eleverna kan se och mäta. Eleverna uppmanas att använda ”bråkplanket” som ett hjälpmedel för att lösa uppgifter i läroboken, där olika delar skall jämföras.

L1: ...sidan med planket är bra.....

L2: Den är jättebra....

L3:planket...som man kan se... (samtal 2)

Detta kan leda till att vissa aspekter av bråket inte blir framlyfta. Om det som fokuseras är hur man använder hjälpmedlet för att lösa uppgifter och inte den princip som gäller storleksrelationen mellan talen och den grundläggande begreppsliga aspekten blir belyst utan det är hjälpmedlet och dess användning som lyfts fram. Det framkommer inte heller att delarnas förhållande till helheten är konstant.

L1: Jag kommer nog att börja med att dela äpple eller tårtor (samtal 4)

Dela saker och skriva siffror

Skriver fjärdedelar med bokstäver

1 med siffra och fjärdedelar med bokstavsbenämning
siffra i täljare och bokstäver i nämnare(min anm.)

I utdraget framställs en varierad beskrivning av innebörden av ”en fjärdedel”. Läraren inleder med att visa en del av äpplet eller ”bråktårtan” som eleverna visuellt kan storleksbestämma andelen på. De kan se att andelen är en fjärdedel av äpplet eller tårtan via en bild eller laborativ modell, därefter bild eller laborativ modell och symbolen. Sedan visas symbol i täljare och bokstavsbenämning i nämnare. Slutligen visas endast symbolerna. Läraren öppnar således för dimensioner av variation i sättet att beskriva och uttrycka andelens relation till helheten.

5.5 Introduktion och repetition

Undervisningen har en systematisk uppläggning. Lektionen inleds med en introduktion eller repetition.

Introduktionen innebär att läraren har genomgång inför hela klassen och presenterar nytt moment innan eleverna möter uppgifter att lösa. Eleverna presenteras på så sätt ett tillvägagångssätt som de skall använda då de senare skall arbeta med dessa uppgifter.

Repetition innebär att ett innehåll som eleverna mött tidigare, antingen i tidigare årskurs eller under lektionen innan, behandlas. Repetitionen har flera syften, något som läraren har identifierat som kritiskt eller något som läraren erfarenhetsmässigt upptäckt att elever upplever som svårt och där de ofta löser uppgifterna fel. Repetitionen får här närmast innebörden av ett förtydligande. Den kan fylla funktionen av att vara en påminnelse, att lyfta fram sådant för eleverna som de förutsätts kunna, dels kan den ha diagnostiserande och kontrollerade funktion, då den ger läraren ett tillfälle att ta reda på vad eleverna kan

Undervisningen kan beskrivas som en sekvens med en given logisk följd, där gamla delar måste repeteras så att eleverna behärskar dessa innan de möter något nytt. När eleverna får svårigheter går läraren tillbaka till ett tidigare moment. Läraren tänker sig att brister i förståelsen kan åtgärdas genom att backa tillbaka eller återgå till startpunkten men att innehållet måste varieras i något avseende. De beskriver inte vad i denna ”omstart” som skall varieras.

L1: ... egentligen behöver man ju börja väldigt mycket från början när det gått ett tag och det är ju kört och börja en bit in och tro att de kommer ihåg någonting så jag tror aldrig att det är fel att dela äpplen i något läge igen. (samtal 3)

L1: Jag tror i och för sig att man måste hålla på under en rätt lång period med samma sak för att det ska gå in ... (samtal 3).

Av utdraget framgår att läraren uppfattar att det är genom att upprepa ett handlingsmönster som eleverna lär sig.

L2: Man har ju ritat, jag har ritat äpplen på tavlan och så har vi delat upp de... jag menar man kan ta russin, äpple, eller precis vad som helst... jag kunde delat pizza. (samtal 1)

Den dimension av variation som öppnas gäller sättet att representera andelens storlek med bilder som ritas eller laborativa modeller.

5.6 Pröva - reflektera

Vikten av att så många sinnen som möjligt involveras i barns inlärningsprocess och eleverna ges tid till eftertanke framgår klart av lärarnas samtal.

- L1: Jag tror inte det är något fel på det här sättet vi gör fast man skulle kanske göra lite mer av det innan man plockar fram det som tal och siffror.
 L2: Stanna upp.....
 L3: Du menar rita och... eller bygga det här bråkplanket först då. Dela äpple och morötter.
 L1: dela äpple och karameller.
 L3: Ja att man gör så en vecka först och sedan kör igång med bråk.
 (samtal 2)

En lärare föreslår att eleverna skall dela frukter på förmiddagen som sedan skall användas till fruktstunder på eftermiddagen. Detta har man även diskuterat på föräldramöte.

Eller en annan lärare kommer med förslaget att dela in klassen i grupper där de får uppgifterna att konkret dela frukter, grönsaker och olika saker, för att sedan redovisa för klassen hur man löst problemen. Elevernas lösningar används som ett innehåll i undervisningen. Dessa får ge exempel på att ett problem kan lösas på olika sätt. Det är de skilda sätten att lösa uppgiften samt sättet att uttrycka detta som fokuseras och öppnar för dimensioner av variation.

- L1: ...för då måste de ju komma fram till att ett äpple kan man dela i så många delar och så många delar också...(samtal 2)

Att eleverna inte förevisas ett tillvägagångssätt att lösa uppgiften innebär troligtvis inte att detta inte utgör en fokuserad aspekt i dessa situationer. Jag tolkar detta som att läraren menar att eleverna skall finna strategier på egen hand dvs. ha en aktiv roll i lärandeprocessen och att så många sinnen som möjligt involveras. Denna tolkning stöds också av följande exempel där en lärare berättar om sin undervisning i en klass:

- L1: ...Jag sade såhär , jag har 16 karameller du får $\frac{1}{4}$ av dem om du kan tala om hur många karameller du skall få...och det tog tid innan alla kommit på vad de skulle ha men de ansträngde sig verkligen för att begripa...jag sa ni får använda vilken metod ni vill för att komma fram till hur många ni ska ha... (samtal 1)

Problem – procedur som leder till rätt lösning

Lärarna är medvetna om att presenterar de uppgiften som ett problem som eleverna är intresserade att lösa leder detta till större elevaktivitet. Det ger eleverna möjlighet att vara mera delaktiga i lärandeprocessen. Lärarna anser att de borde utveckla och göra detta i större utsträckning än vad de gör och har flera förslag på detta

Lärarna tror att elevernas kunskap ökar genom att de själva får pröva och upptäcka. Ex. eleverna vara med och bygga bråkplank.

- L1: Hade vi kört flera sådana här grejor är jag övertygad om att de hade blivit bättre när de skulle lösa bråkuppgifter. (samtal 2 och 3)
 L2: ...alla har ett eget material som de själva gjort och benämnt. (samtal 3)

L3: ...och kan ha det kvar så länge att det plötsligt får en annan betydelse och en annan funktion.
(samtal 3)

Anledningar till att man inte gör detta i så stor utsträckning som vore önskvärt är att elevantalet är alltför stort. Man känner press på sig att ha hinna arbeta sig igenom läroboken, att eleverna löst ett antal uppgifter innan sommarlovet och inför nästa stadium (högstadiet) etc. Detta medför att läraren hamnar i konflikt mellan hur hon anser att lärande sker och vad hon av omgivningen är förväntad att utföra, eftersom lärarna är medvetna om att ett antal lösta uppgifter av eleverna inte behöver betyda att de förstått. Detta tolkar jag som att som lärare gör man ofta inte det man vill göra, utan det man är förväntad att göra.

Kortsiktiga mål skulle nog underlätta för många elever. Detta är möjligt med kortsystem istället för lärobok. Ett kortsystem skulle förmodligen eleverna uppleva som mera lustfyllt än en lärobok, som en del elever uppfattar som en stor och övermäktig uppgift att ge sig i kast med, anser en av lärarna.

Lärarna diskuterar att dela in klassen i grupper som arbetar med olika uppgifter

L1: Så länge man håller det på ett konkret plan och delar och härjar och har sig...

L2: ...vissa barn är ju mycket mer för att plocka saker och dela och så va och göra det mer konkret för sig (samtal 1)

Det framgår inte vilken roll grupparbete som arbetsform här har, om grupparbete används som en arbetsform där elever kan hjälpa varandra när ”de kört fast” och läraren kan använda mera tid åt de elever som behöver mest hjälp eller grupparbete ses som en resurs i den lärande processen. Grupparbete kan också ses som en arbetsform för reflektion kring en variation t.ex. vad gäller lösning av uppgifter.

L1: om de får vars ett... gruppen får sitt smörgåsbord (olika konkreta föremål min anm.) av detta.

Ni ska göra så mycket konkreta delar som möjligt. Så får ni för de andra redovisa hur ni löst det.
(samtal 2)

I utdragen ovan är det eleverna själva som skall komma fram till hur delningen skall ske, genom att de prövar sig fram med en laborativ modell. Den laborativa modellen används för att starta en reflekterande process hos eleverna. Lärarna ger flera exempel på hur de ser på laborativa modeller och hur eleverna kan arbeta med dessa:

L1: Då kan jag ju sitta med vid ett bordet, vi kan prata, vi kan dela, vi kan mixa, och greja mixtra... (samtal 3)

Jag tolkar detta som att läraren menar att det är i samspel med andra som eleverna lär sig.

Läraren uppmanar eleverna att berätta om de sätt på vilka de löst uppgifterna. Därmed inbjuder läraren till öppning av dimensioner av variation.

Lärarna överlåter åt eleverna att själva tänka ut lösningar och förbereder dem därmed inte för uppgifterna. I stället får eleverna lösa uppgiften genom att pröva, berätta vad de gjort, förklara hur de har kommit fram till ett visst resultat etc. Lärarna vill att eleverna skall kunna ange en förklaring för sitt tillvägagångssätt (redovisningen inför kamraterna). Om eleven inte själv kan komma på en sådan, tar inte läraren över utan hjälper eleven i tänkandet.

Eleverna kan lösa uppgiften på olika sätt Den variation som framträder beror på elevernas förståelse av innehållet såväl som elevernas sätt att tolka och lösa uppgiften.

En variation av elevernas förståelse lyfts fram, vilket kan medföra variationer i lösningssätt. I termer av dimensioner av variation kan denna beskrivas som variation i lösningssätt utifrån elevernas sätt att förstå och erfara, till skillnad från tidigare beskrivna sätt att lösa uppgifter där innehåll och lösningssätt blev sett ur lärarens perspektiv och en öppning för variationer i lösningssätt utifrån en given struktur.

De utdragen som redovisas ovan visar att det är hur eleverna går tillväga då de löser uppgifterna, hur de uppfattar och förstår begrepp etc. som bildar innehållet i undervisningen. Det är alltså elevernas olika tänkande om och förståelse av innehållet som blir framlyft för eleverna. Genom att öppna för en dimension av variation beträffande elevernas förståelse öppnas också för dimensioner av variation av innehållet, representationssätt och lösningssätt. Det betyder att elevernas förståelse utgör ett redskap som bestämmer vad, i och hur innehållet blir belyst.

Det som beskrivits ovan tyder på att läraren är medveten om att lära innebär att man på något sätt skiftar perspektiv, att det som tidigare varit bakgrund framträder på ett tydligare sätt och att det man först riktat sin uppmärksamhet på utgör bakgrund.

Av samtalen framgår att lärarna är överens om att lärande är något som sker i samspel mellan lärare och elev, där lärarens uppgift är att hjälpa eleven framåt i dess tänkande, till skillnad mot att lotsa en elev mot ett resultat.

Elevernas lärande kan ses som att läraren förfogar över en nyckelknippa, där lärarens uppgift är att erbjuda eleven att pröva den nyckel ur nyckelknippan läraren tror kan passa elevens förutsättningar. Är denna nyckel ej rätt för eleven kan eleven inte använda densamma, varvid läraren erbjuder eleven en ny nyckel att pröva att använda. Detta fortlöper till dess eleven har erhållit rätt nyckel, vilket medför att eleven kan använda nyckeln. Någon universalnyckel finns inte. För att plocka fram rätt nyckel till eleven krävs lärarprofessionalitet. Det förutsätter också att barnet får arbeta i sin egen takt. Undervisningens abstraktionsnivå sker på den individuella utvecklingsnivå, barnet befinner sig, för att ha möjlighet att lära det barnet erbjuds erfara.

6 Diskussion

Undervisning är en komplex aktivitet som inrymmer många fler dimensioner än lärande. Genom att vid analysen av data använda vissa inlärningsteoretiska grepp har jag beskrivit vad dessa lärare riktar sin uppmärksamhet mot då de undervisar om tal i bråkform, vilka aspekter av undervisningsinnehållet som fokuseras och vilka aspekter som lämnas icke fokuserade. Uppfattningarna kan användas som utgångspunkt i arbetet för att skapa bästa möjliga inlärningssituationer för barn.

Resultatet visar att vad uppmärksamheten riktas mot varierar. Lärarna behandlar innehållet på ett sådant sätt att det förekommer någon form av variation. Detta sker genom att vissa aspekter hålls konstanta och andra tillåts att variera. Kategoriseringen visar kvalitativa skillnader i vad uppmärksamheten riktas mot. Det är främst tre olika uppfattningar framträder i undersökningen om vad läraren fokuserar på i undervisningen för att elever skall beredas möjlighet att lära. Elevernas förståelse av innehållet utgör fokuserande aspekt i undervisningen.

Troligt är att variationsrymdens beskaffenhet påverkas av vad man vill åstadkomma, vilket innehåll som behandlas osv. Den variationsrymd jag i denna studie beskriver att elever erbjuds erfara ska ses mot bakgrund av de kunskaper i matematik som behövs i det dagliga livet och kraven från grundskolans nuvarande kursplan (Lpo 94). Matematikundervisningen skall bl.a. sträva mot att eleven skall kunna tolka och kritiskt granska matematik då det förekommer i information av olika slag. Den skall leda till att alla elever får tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära matematik samt att utveckla förmågan att lösa problem. Bland de mål som eleven skall ha uppnått i slutet av nionde skolåret är en fördjupad och vidgad taluppfattning om hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform.

Om variationen huvudsakligen introduceras av läraren inom en för denne given ram finns en fara att vissa aspekter av elevernas förståelse inte blir framlyfta och föremål för behandling i undervisningen. Att ensidigt låta eleverna introducera variationen innebär att denna kommer att bli helt bestämmande av den variation i förståelse som finns hos eleverna. Fördelningen av introduktionen av variation mellan lärare och elever samt hur en sådan variationsrymd skulle vara beskaffad kan inte denna studie ge svar på, eller vad undervisningsobjektets karaktär har för betydelse för elevernas lärande samt frågor om orsaken till att olika undervisningsobjekt formas.

Centrala begrepp i denna studie är lära med förståelse, användning av konkret för eleverna välkänt material, som ingår i elevernas vardag.

6.1 Vad läraren säger sig fokusera i undervisningssituationen

Att se och upptäcka. Att rita en bild eller använda laborativt material t.ex. vika papper, bråkplank att göra något med materialet för att se och upptäcka är ett sätt lärarna i denna studie tillskriver stor betydelse vid elevers lärande och en förutsättning om eleverna skall lära med förståelse. Detta överensstämmer med Piaget (Beard,1970) teorier om att utveckling sker i olika stadier att det sker vissa viktiga förändringar i utvecklingen av barns språkliga, kommunikativa och intellektuella förmågor i tolvårsåldern.

Även om barn och vuxna tänker på samma sätt innebär denna uppfattning att barnens sätt att tänka förändras med åldern i takt med deras kapacitet att konstruera komplexa modeller blir bättre. Bildens framträdande betydelse kan också hänga samman med att den är ett lättillgängligt och överskådligt material som alltid finns tillgängligt och inte kräver någon större förberedelse. Bilden, det laborativa materialet kan också användas som ett hjälpmedel att lösa uppgifter eller att kontrollera att uppgiften är rätt löst. Av samtalen framkommer att eleverna inte använder sig av att rita en bild av problemen och som hjälpmedel för att lösa uppgifterna i så stor utsträckning som väntat. Detta väcker frågor kring elevers uppfattning om vilken betydelse det har att kunna se det som skall erfaras, då lärarnas uppfattning är att det påverkar elevernas möjlighet att erfaras .

Introduktion och repetition. Annan forskning (Ahlberg 1992,1995; Lybeck,1981; Pramling,1994), visar på att den variation som introduceras i undervisningen har betydelse för elevernas lärande. Denna studies resultat av lärarnas uppfattning att upprepad handling i kombination med variation är viktiga moment i undervisningen likväl som introduktion. Där lärarens entusiasm i samband med introduktionen är av betydelse för hur eleverna uppfattar det undervisningsinnehåll de erbjuds att erfaras. Den respons som läraren i sin tur möter från eleverna vid introduktionen bidrar till lärarens val av *vad* och *hur* undervisningen skall formas samt vilka dimensioner av variation hon/han skall öppna för av det innehåll eleverna erbjuds erfaras. Detta är inte förutsägbart och kräver både lyhördhet och lärarkunskap i likhet med vad som är beskrivit av Johannessen/Rolf (1989) som tyst kunskap.

Repetitionen kan ha flera syften, t.ex vid brister i förståelsen hos elever upprepas momentet men med någon dimension av variation. Vad som skall varieras framträder inte i denna studie. Repetitionen kan också ses som en påminnelse av något eleverna förutsetts kunna eller ha en diagnostiserande och kontrollerande funktion.

Pröva och reflektera. Lärarna ger uttryck för uppfattningen att uppgifterna ska presenteras ett problem eleverna är intresserade av att lösa. Genom att så många sinnen som möjligt involveras när eleverna i grupp eller på egen hand har möjlighet att reflektera, kan de finna strategier att lösa uppgifterna som sedan redovisas inför klassen dvs. eleverna skall ha en aktiv roll i lärande processen.

Många forskningsstudier tyder på att det just är interaktionen mellan människor som utvecklar barns förståelse för sin omvärld. Rogoff (1990), Elkind (1983) ger uttryck åt att barn behöver samspela med människor. Lärandet sker i samspel mellan lärare och elev, där lärarens uppgift är att hjälpa eleven framåt i dess tänkande till skillnad mot att

lotsa en elev mot ett resultat. Lärarens uppgift är ”att hjälpa barnen att komma fram till saker och ting”. Ett litet barn kan inte tänka ut allt själv när det inte har de där byggklossarna” i överensstämmelse med Vygotskijs tankar om hur lärande sker.

Detta arbetssätt förutsätter att barnet får arbeta i sin egen takt. Undervisningens abstraktionsnivå sker på den individuella utvecklingsnivå barnet befinner sig för att ge en möjlighet att lära det barnet erbjuds erfar.

Innebörden blir också att i dessa situationer är det inte lärarens perspektiv på innehållet som styr vad som blir fokuserat utan elevernas förståelse, uppfattning och lösning av uppgiften som bidrar till att forma undervisningen. Därmed ges eleverna också möjlighet till reflektion om sitt eget tänkande.

6.2 Elevers möjlighet att finna avvikelser i ett befintligt mönster

Till skillnad från Runessons (1999) studie finner jag att läraren säger sig ofta öppna för en dimension av variation i taget med motiveringen ”att det annars rör till det för ett barn”. Att det är lättast för eleverna att lära sig om de *inte* möter en variation och att en framlyft variation istället kan försvåra elevernas lärande. Alltså vid kritiska situationer förefaller lärarna att minimera variationen. Detta väcker frågor om vad en sådan minimering av variation kan betyda för elevernas lärande? Vilken betydelse har variationen när det gäller hur innehållet skall presenteras för eleverna? Om en ökad variation bidrar till eller försvårar elevernas lärande? Ofta fokuseras en aspekt i taget. Detta sker exempelvis när läraren delar ett äpple, en ”bråktårta”, ritar en bild och skriver motsvarande med symboler.

De varierande presentationssätten används dels för att illustrera del av helhet (hur mycket en fjärdedel av en bråktårta eller hur mycket två tredjedelar av nio ritar prickar utgör) dels som ett hjälpmedel för att lösa uppgiften.

De olika aspekter som är samtidigt fokuserade kan vara olika presentationssätt av talen samtidigt som ingående tal är fokuserade.

Läraren öppnar också för dimensioner av variation vad gäller olika innehållsliga aspekter genom att problematisera innehållet i undervisningen. Eleverna involveras i undervisningen på så sätt att deras förståelse bidrar till att forma undervisningen och därmed också variationsrymdens beskaffenhet. Detta sker genom att läraren uppmanar till och efterfrågar variation av lösningssätt, genom att hon problematiserar innehållet utifrån elevernas skilda sätt att tolka och lösa uppgifterna som uppmärksammas. I de återblickande, reflekterande samtal som förs, uppmanas eleverna att själva beskriva hur de löst uppgiften. Det är genom att eleverna beskriver sina lösningssätt som de olika dimensionerna av variation öppnas. Därmed blir det elevernas beskrivningar som avgör vilka dimensioner av variation som kommer att öppnas och vilka variationer dessa kommer att omfatta. Den variation av lösningssätt, av innebörder och av begreppsliga aspekter som öppnas, introduceras av eleverna. Det är således elevernas svar och därmed elevernas sätt att erfar som avgör både vilken dimension av variation som introduceras och vad denna skall omfatta. Utifrån de variationer som därmed framkommer ges eleverna möjlighet att reflektera över sitt eget tänkande, eleverna får visa och förklara.

Den variation i sättet att uppfatta innehållet hos eleverna tas till vara av läraren och elevernas förståelse bidrar därmed till att utforma undervisningsinnehållet.

Variationen i sättet att lösa uppgifterna synliggörs. Därmed öppnas en dimension av variation i detta avseende.

I dessa situationer är det inte lärarens perspektiv på innehållet som avgör vilka dimensioner av variation som öppnas. Detta kan innebära att variationen blir helt bestämmade av den variation i förståelse som finns bland elever. Å andra sidan sett om läraren ensidigt och ensam introducerar variationen finns det en fara att vissa aspekter av elevernas förståelse inte framkommer.

En slutsats som kan dras från denna studies resultat är att den teoretiska beskrivningen av lärande som varit denna studiens utgångspunkt, existerar i lärarnas undervisning. De formar undervisningen genom att medvetet utnyttja variation, när de lyfter fram något eleverna erbjuds att erfar.

Ej fokuserat i undervisningen

Resultatet av denna studie visar att lärarna inte fokuserar på att lära ut en teknik att lösa uppgifter. Om en teknik skall läras ut skall den vara så enkel att eleverna kommer ihåg den även om den inte använts på ett tag.

Att eleverna presenteras olika sätt de kan lösa uppgifterna på har jag inte funnit i någon större utsträckning i den här studien. Lärarna är återhållsamma med att presentera aritmetiska lösningar av uppgifterna. En rimlig slutsats till det är lärarnas uppfattning att eleverna ännu har svårt att använda abstrakt tänkande. Det väcker frågan, påverkas resultatet av att undervisningen riktas mot elever i åldern 10-12 år?

6.3 Medvetenhet om variationsmönster han/hon arbetar med

Lärarna påtalar å ena sidan variationens betydelse för erfärande å andra sidan måste det vara en väl avvägd och samtidigt begränsad variation, annars skapar det förvirring.

Jag har i den här studien visat att variationsrymden konstitueras utifrån medvetna och reflekterade val från lärarens sida. Val som är gjorda utifrån erfarenhet, skilda betingelser som förmodligen sammanhänger med kännedom om eleverna.

En lärare som kan urskilja kritiska aspekter av innehållet och som kan urskilja dem som dimensioner av variation bör ha större förutsättningar att kunna öppna upp sådana i sin undervisning. Förmågan att skapa sådana variationsrymder blir då beroende av hur läraren uppfattar att elever lär och förstår det aktuella innehållet. Denna kunskap om ämnesinnehållet och kunskap om hur elever lär är sammanflätad och medför att läraren i undervisningssituationer måste kunna urskilja både kritiska aspekter av innehållet och kritiska aspekter av elevernas lärande mot bakgrund av en erfaren variation av aspekterna ifråga. Detta ställer krav på lärares kunnande.

Resultatet av den här studien och av annan tidigare forskning inom området visar på att lärarkunskap är komplicerad att beskriva (Magnusson,1998; Molander,1993). Hos läraren framträder en komplex lärarkunskap, vilken formas och omformas i förhållande till

den person och praktik undervisningen vänder sig till, såsom interaktionen i klassrummet samt oförutsägbar och svårbestämd klassrumsverklighet. Även samhällsförändringar, skolreformer, det professionella uppdraget, synen på lärande och undervisning har förändrats (Carlgren, Marton 2000) under 1990-talet.

Resultaten till frågeställningarna är inte av den bredd och djup som är önskvärt men ger ändå uppslag till uppläggning av fortsatt undersökning om analys och reflektion om vad lärare riktar elevernas uppmärksamheten mot i undervisningssituationen och vilken betydelse åldern har för dem undervisningen riktar sig mot.

6.4. Metoddiskussion

Forskningsområdet är rikligt dokumenterat både vad gäller lärande och tyst kunskap. De flesta studier som finns dokumenterade är gjorda med metodvalet intervju och observation. Studiens syfte är att komplettera tidigare forskning med ett nytt angreppssätt, lärare som sitter och samtalar med varandra om undervisning av ett avgränsat område. Studien beskriver och analyserar vad dessa lärare riktar sin uppmärksamhet mot, då de undervisar om ett avgränsat område.

Vissa aspekter kan fokuseras samtidigt samt framställas genom att öppna för dimensioner av variation. Denna kvantitet av fokuserade, icke fokuserade aspekter och dimensioner av variation som finns i undervisningsprocessen formar ett visst innehåll som eleverna erbjuds att erfara och som de har möjlighet att lära.

Frågan är huruvida studien ger rättvisa åt de undersökta lärarnas samtal om undervisning, om de tolkningar jag har gjort av hur lärare behandlar undervisningsinnehållet beträffande ”korrespondens” Alexandersson (1998) kan ses som rimliga eller ej.

Vilken betydelse det urval av utdrag från de olika lärarna som presenteras i resultaten har. Det har varit nödvändigt att göra ett sådant urval och att reducera dessa utdrag i omfattning. Det går inte att med säkerhet avgöra vad detta har för betydelse för studiens validitet utan detta måste betraktas som ett generellt problem vid all typ av kvalitativ forskning. Överensstämmer det lärarna säger att de gör med vad de i verkligheten gör? Det är inte otänkbart att lärarna har velat framställa sin undervisning, som de uppfattar det, i god dager inför varandra och mig. Det är inte orimligt att anta att det är lättare att i ord skapa så goda betingelser som möjligt för att främja elevernas möjligheter för lärande än i handling. Något som talar mot detta är att lärarna inte undviker att tala om såväl svårigheter, som sådant de upplever som osäkert vad gäller undervisningen.

Variationsrymderna har i ovan givits en tämligen statisk beskrivning. I praxis är de mer dynamiska till sin karaktär. Dimensioner av variation öppnas och sluts, de löper parallellt osv. vilket inte alltid har framgått.

Även om vissa variationer kan identifieras är de relativt få få men vissa mönster dominerar mer än andra.

Beträffande frågan om generalisering av studiens resultat har jag tidigare påpekat att det inte kan generaliseras till att gälla alla lärare. Däremot kan resultatet i studien påverkas av de åldersgrupper undervisningen i studien vänder sig mot. Är studiens resultat beroende av att det är undervisning av elever i årskurserna 4–6 eller hade samma resultat

erhållits om undervisningen avsåg äldre elever är en intressant fråga som studien inte ger svar på. Studien väcker därmed frågor kring huruvida det finns samband mellan vad som fokuseras, de dimensioner av variation som öppnas och den åldersgrupp undervisningen är riktad mot. En annan intressant fråga är om det finns någon skillnad mellan vad oerfarna och erfarna lärare fokuserar på i sin undervisning? Resultatet av undersökningen skulle kunna användas som underlag för fortsatta studier inom problemområdet.

7 SAMMANFATTANDE SLUTORD

Jag har tidigare beskrivit att samtliga lärare i studien behandlar innehållet på ett sådant sätt att de åstadkommer någon form av variation. Detta sker genom att någon eller några aspekter hålls konstanta medan andra tillåts att variera, för att eleverna skall kunna uppfatta t.ex. ett bråks andelar av helhet måste detta framträda mot bakgrund av en variation av möjliga innebörder av andelar och andelsaspekten måste synliggöras genom upprepade exempel. Jag har också funnit och beskrivit exempel på det motsatta nämligen att läraren istället stänger för variation och framställer innehållet i termer av så få dimensioner av variation som möjligt, därför att det är lättast för eleverna att lära sig om de inte möter en variation och att en framlyft variation istället kan försvåra för elevernas lärande.

Vilken metod läraren väljer går inte att förutsäga, eftersom det är många faktorer som styr valet, t.ex. lärobokens uppläggning, lärarhandledningens förslag, vilka intryck läraren erhållit före lektionsstart, vilka elever som skall undervisas, hur introduktionen uppfattats, vilken respons läraren mottagit från eleverna vid introduktionen. Eftersom avgränsandet av metodval sker i ett samspel med eleven är ett rimligt antagande att det är eleven och stunden som avgör. Detta är ju inte förutsägbart utan här anser jag att lärarprofessionalitet har stor betydelse.

Jag finner att lärarens entusiasm, konkreta exempel och att fokusera på ett moment i taget är viktiga element i undervisning av barn, liksom kunskap om barns tänkande. Barn behöver se och upptäcka. De behöver introduktion och repetition. Lärandet bör vara problembaserat och ge möjlighet till egen reflektion.

Även om resultaten behandlar ett mycket begränsat undervisningsinnehåll, tal i bråkform, bör det vara möjligt att dra vissa slutsatser till andra innehåll i matematikämnet. Det är heller inte orimligt att antaga att resultatet har en viss generalitet även för andra skolämnena. Det är troligt att liknande aspekter är fokuserade/icke fokuserade synvinklar av innehållet och dimensioner av variation förekommer i all undervisning.

REFERENSER

Ahlberg, A. (1992) *Att möta matematiska problem* (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 87.) Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Ahlberg, A. (1995) *Att möta matematiken i förskolan. Rita, tala och räkna matematik.* (Rapporter från institutionen för pedagogik nr 1 994:12.) Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik.

Alexandersson, M. (1994). *Metod och medvetande.* (Göteborg studies in Educational sciences, nr 96.) Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Alexandersson, M. (1998). *Den kvalitativa studiens logik.* Småskrifter från Institutionen för metodik, nr 16 Göteborg: Göteborgs universitet, Institutionen för metodik.

Andersson, E. Lawenius, M. (1983) *Lärares uppfattning av undervisning.* (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 44). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Beard, R. (1970) *Piagets utvecklingspsykologi.* Halmstad; Hallandspostens boktryckeri AB.

Bowden, J Marton, F.(1998) *The university of learning.* Londaon: Kogan Page.

Carlgren, I Marton, F.(2000) *Lärare av i morgon.* Stockholm: Kristianstad Boktryckeri AB.

Clark, C.M. & Peterson, P. (1986). Teachers' thought processes. In M. Wittrock (Ed.) *Handbook of research on teaching (3rd ed.)*. New York: Macmillan.

Dahlgren, L-O. (1986). Vetenskaplig och vardaglig omvärldsuppfattning- Om didaktiska värdet av en svårigheternas grammatik. IF.Marton (red.), *Fackdidaktik, volym1.* Lund: Studentlitteratur.

Elkind, D. (1988) *Barn och unga i Piagets psykologi.* Stockholm: Natur och Kultur.

Elzinga, A.(1990) Vem talar om tyst kunskap? *Nordisk Pedagogik* 3/90.

Eneroth, B. (1990) *Att handla på känn, Om intuition i professionell verksamhet,* Stockholm: Natur och kultur.

Johannessen, K. & Rolf, B.(1989) *Om tyst kunskap.* Uppsala; HSC Repro

Josefsson, I (1988). *Från lärling till mästare.* SHSTF, FoU-rapport nr25.Lund:Studentlitteratur.

Josefsson, I. (1991). *Kunskapens former. Det reflekterade yrkeskunnandet.* Stockholm: Carlssons Bokförlag.

Kilstöm, S. (1993). *Förskollärares uppfattningar av sin yrkesroll*. Paper presenteras vid 21:a Nordiska kongressen för pedagogisk forskning i Linköping mars 1993.

Kvale, S. (1997) *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund Studentlitteratur.

Lpo 94, (1994) *Läroplan för obligatoriska grundskolan*. Stockholm Utbildningsdepartementet.

Lybeck, L. (1981) *Arkimedes i klassen. En ämnespedagogisk berättelse*. (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 37). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Magnusson, A. (1997). *Läraren och lärarkunskapen*. Institutionen för pedagogik och psykologi Linköpingsuniversitet.

Marton, F. & Booth, S. (1997). *Learning and Awareness*. Mahwah.NJ: Erlbaum.

Marton, F. m fl (1977) *Inläring och omvärldsutfattning*. Stockholm: AWE/Geber

Marton, F. Wenestam C-G. 1984. *Att uppfatta sin omvärld*. Stockholm: AWE/Geber.

Marton, F. Svennson, L. (1978) *Att studera omvärldsutfattning*. Göteborg: Rapport från pedagogiska institutionen Göteborgs universitet.

Molander, B. (1990). *Kunskapens tysta sidor- ett försök till översikt*. *Nordisk pedagogik* nr 3/90

Molander, B. (1993). *Kunskap i handling*. Göteborg: Daidalos.

Polanyi, M. (1985). *Personal knowledge- Towards a Postcritical Philosophy*, London: Routledge & Keegan Paul.

Rogoff, B. (1990) *Apprentices in thinking*. Oxford: Oxford University Press.

Pramling, I. (1994). *Kunnandets grunder. Prövning av en fenomenografisk ansats till att utveckla barns sätt att uppfatta sin omvärld*. (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 94.) Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Rolf, B. (1991) *Profession, tradition och tyst kunskap*. Övre Dalkarlslyttan Nya Doxa.

Runesson, U. (1999) *Variationens pedagogik*. (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 129) Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Schön, D-A. (1983). *The Reflective Practitioner- how Professionals think in action*. New York: Basic Books.

Stukat, S. (1998) *Lärares planering under och efter undervisning*. (Göteborg Studies in Educational Sciences, nr 121) Göteborg Acta Universitatis Gothoburgensis.

Uljens, M. (1989). *Fenomenografi - forskning om uppfattningar*. Lund: Studentlitteratur.