



**Självständigt arbete (examensarbete), 15 hp,  
Avancerad nivå med inriktning åk 4-6  
HT 2016**

## **Problemlösning ur ett lärarperspektiv Svårigheter i undervisningen vid problemlösning**

**Av: Mikael Ekström och Linnea Persson**

Sektionen för lärande och miljö

**Författare/Author**

Mikael Ekström och Linnea Persson

**Titel/Title**

Problemlösning ur ett lärarperspektiv

**Handledare/Supervisor**

Thomas Dahl

**Examinator/Examiner**

Örjan Hansson

**Sammanfattning/Abstract**

Med denna studie vill vi undersöka vilka svårigheter lärare kan stöta på och vilka metoder och arbetssätt läraren arbetar med vid problemlösning. Vi har funnit att det är viktigt att lärarens mål med lektionen är tydliga och att de uppgifter som tas upp i undervisningen är kopplade till dessa mål. Elever använder olika problemlösningstrategier som lärare bör känna till för att underlätta sin undervisning. Forskningslitteraturen på området visar på hur viktigt det är att elever lär sig flera olika problemlösningstrategier för att bli en god problemlösare och för att få djupare förståelse för matematiken. Lärarens kontakt med elever är mycket viktig. Det är vid diskussioner av problemlösningssuppgifter som läraren ser om elever har förstått matematiken och läraren får reda på vilken nästa uppgift ska bli. Ett klassrumsklimat där elever vågar ställa frågor, redogöra för sina lösningar och misstag accepteras är en grund för att diskussioner ska bli givande.

**Ämnesord/Keywords**

Problemlösning, matematik, lärare, strategier, förståelse, diskussioner

## Innehållsförteckning

1. Inledning.....	5
2. Syfte .....	6
3. Kunskapsöversikt .....	7
3.1 Vad är ett matematiskt problem?.....	7
3.2 Vad lär eleven sig vid problemlösning?.....	8
3.2.1 Problemlösningens olika faser .....	9
3.2.2 Strategier .....	10
3.2.3 Transfer .....	13
3.3 Varför problemlösning? .....	14
3.4 Lärarens roll vid problemlösning .....	16
3.4.1 Engagemang .....	16
3.4.2 Val av uppgifter.....	17
3.5 Klassrumsklimat.....	19
3.6 Samtal och diskussioner .....	21
4. Litteratursammanfattning .....	23
5. Metod .....	24
5.1 Klassrumsobservation .....	25
5.2 Intervjuer .....	26
5.3 Etiska överväganden .....	27
5.4 Urval.....	27
5.4.1 Lärare 1 (L1) .....	27
5.4.2 Lärare 2 (L2) .....	28

5.4.3 Lärare 3 (L3) .....	28
5.4.4 Lärare 4 (L4) .....	28
6. Resultat.....	28
6.1 Lärare 1 .....	29
6.1.1 Observation .....	29
6.1.2 Intervju .....	30
6.2 Lärare 2 .....	32
6.2.1 Observation .....	32
6.2.2 Intervju .....	33
6.3 Lärare 3 .....	34
6.3.1 Observation .....	34
6.3.2 Intervju .....	36
6.4 Lärare 4 .....	37
6.4.1 Observation .....	37
6.4.2 Intervju .....	39
7. Analys.....	40
7.1 Lärare 1 (L1) .....	41
7.2 Lärare 2 (L2) .....	42
7.3 Lärare 3 (L3) .....	43
7.4 Lärare 4 (L4) .....	45
7.5 Sammanfattning .....	46
8. Slutsatser .....	47
9. Diskussion .....	49
9.1 Metoddiskussion.....	49

9.2 Resultatdiskussion .....	50
10. Avslutande reflektion .....	53
11. Referenser.....	55
12. Bilagor .....	58
12.1 Bilaga 1 .....	58
12.2 Bilaga 2 .....	59
12.3 Bilaga 3 .....	60
12.4 Bilaga 4 .....	61
12.5 Bilaga 5 .....	62
12.6 Bilaga 6 .....	63
12.7 Bilaga 7 .....	64

# 1. Inledning

Matematikämnet är något som engagerar många och alla har någon erfarenhet av matematiken. Många föräldrar som idag har barn i årskurs 4 - 6 har själva upplevt matematiken som ett ämne där läraren berättar hur man ska räkna och sedan utför man detta som elev genom repetition av liknande matematiska uppgifter och utan förståelse (Ulin, 1996). Detta är även något vi (Linnea Persson och Mikael Ekström) själva upplevt såväl under vår egen skolgång, som under våra VFU-perioder (Verksamhetsförlagd utbildning). På flera platser sker inte ett elev-engagerat lärande utan läraren står framme vid sin whiteboard som en guide som ska leda eleverna genom matematiken, men det finns ingen förståelse eller upplevelse för eleverna. Idag ska matematiken vara något annat och lärarna i dagens skola ska få eleverna att bli kreativa, nyfikna, problemlösare och skapa förståelse av innehållet i matematiken. Enligt Skolverket (2015) har skolan en viktig uppgift:

*En viktig uppgift för skolan är att ge överblick och sammanhang. Skolan ska stimulera elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende samt vilja till att pröva egna idéer och lösa problem. Eleverna ska få möjlighet att ta initiativ och ansvar samt utveckla sin förmåga att arbeta såväl självständigt som tillsammans med andra. Skolan ska därigenom bidra till att eleverna utvecklar ett förhållningssätt som främjar entreprenörskap.*

( s.9)

Problemlösning har en central del i läroplanen inom matematik, den finns med som en förmåga att utveckla, men även som centralt innehåll (Grevholm m.fl., 2012). I läroplanen (Skolverket, 2015) står det att lärare ska ge eleverna möjlighet att jobba med problemlösande aktiviteter och att lära sig formulera och lösa problem. Att eleverna får formulera egna problem är något nytt i läroplanen och viktigt att behandla i undervisningen.

## 2. Syfte

I kursplanen för matematik kan man läsa att eleverna ska lära sig att kunna formulera och lösa problem och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat (Skolverket, 2015). Genom problemlösning ska eleverna kunna tolka vardagliga och matematiska situationer, och med matematiska uttrycksformer kunna beskriva och formulera dessa, fortsätter Skolverket.

Syftet med vår undersökning är att vi ska få en ökad förståelse för hur lärarna arbetar med problemlösning i undervisningen. Många lärare har stor erfarenhet och har metoder eller arbetssätt som de har sett fungera på ett bra sätt i undervisningen. Vilka svårigheter eller utmaningar kan lärare stöta på i undervisningen vid problemlösning och hur kan man undvika detta? Under vår VFU har vi sett att matematikboken är det centrala i klassrummen och man använder sig då uteslutande av de problemuppgifter som finns i läromedlet. Vi ser det som ett bekymmer och menar att problemlösning får för lite utrymme i skolan. Vilket har lett till att vi vill få ökad kunskap om vilka arbetssätt, metoder och svårigheter som finns med problemlösning.

Både hos lärare och elever kan problem inom matematiken betyda olika saker, såsom de uppgifter som finns i matematikboken, öppna uppgifter eller utmaningar. Vi är inte lika överens om vad ett problem är som vi är om att en triangel är en triangel (Grevholm m.fl., 2012).

I inledningstexten för kursplanen i matematik kan man läsa att:

*Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till samhällliga, sociala och tekniska utvecklingen.*

(Skolverket 2015, s. 47)

Eftersom citatet står i inledningstexten tolkar vi problemlösning som en viktig del av matematiken och eleverna får fördjupad kunskap och förståelse genom problemlösning, som är viktigt för att följa med och kunna verka i samhället. Även Malmer (2002) tar upp att problemlösning är viktigt eftersom vardagslivet består av situationer där man måste göra beräkningar och överväganden i olika sammanhang. Problemlösning skrivs fram i litteraturen

och i läroplanen, därför ser vi att det är viktigt att undersöka hur lärare arbetar med problemlösning och vilka svårigheter som finns. Genom vår studie så vill vi belysa följande frågor:

- Vilka arbetssätt och metoder använder läraren i undervisningen vid problemlösning?
- Vilka svårigheter upplever läraren i undervisningen vid problemlösning?
- Hur kan man undvika dessa svårigheter?

### 3. Kunskapsöversikt

I vår kunskapsöversikt kommer vi börja med att undersöka vad ett matematiskt problem är, vad man lär sig och varför man ska använda sig av problemlösning. Vidare kommer vi att skriva om vilka olika faktorer som påverkar arbetet med problemlösning i klassrummet och även hur läraren organiserar undervisningen. Lärarens roll vid problemlösning och hur lärarens val påverkar lärande, intresse och engagemang kommer att beskrivas utifrån litteraturen.

#### 3.1 Vad är ett matematiskt problem?

För att kunna undervisa om problemlösning är det av stor vikt att ha rätt uppfattning om vad ett problem är och därför tänker vi definiera vad litteraturen anser att ett problem är inom matematiken.

I Reys, Lindquist, Lambdin och Smith (2012, s.107) uttrycks ett matematiskt problem på följande vis:

*A problem is something a person needs to figure out,*

*something where the solution is not immediately obvious.*

Reys m.fl. fortsätter med att personen eller gruppen inte enbart behöver lösa problemet utan det ska även finnas en vilja att lösa problemet och det ska krävas en ansträngning från personen eller gruppen. Denna definition av ett problem kan man även se i Grevholm m.fl. (2012) och Taflin (2007). Något som är av stor vikt att tänka på vid problemlösning och som även nämns i Grevholm m.fl. (2012) och Taflin (2007) är att en problemuppgift för en person



inte behöver vara en problemuppgift för en annan. Detta är helt individuellt och avgörs utifrån tidigare kunskaper och erfarenheter. Den eller de som löser uppgiften ska inte direkt kunna se svaret framför sig utan det ska krävas ett tänkande och en ansträngning för att komma fram till lösningen. Taflin (2007) och Grevholm m.fl. (2012) redogör att det finns olika uppgiftstyper som uppmärksammas i undervisningssammanhang och de är:

- Rutinuppgift eller standarduppgift, (uppgift där eleven vet lösningssätt eller uppgift som blir färdighetsträning).
- Problem, (rika problem<sup>1</sup> och övriga problem).

Sammanfattningsvis kan man säga att en uppgift är ett problem när en person eller en grupp vill eller har behov av att lösa uppgiften och förutsatt att det inte finns någon given metod att lösa problemet, samt att det krävs en ansträngning för att komma fram till en lösning.

### **3.2 Vad lär eleven sig vid problemlösning?**

Grevholm m.fl. (2012) skriver att vid problemlösning lär sig eleverna ett speciellt förhållningssätt till matematik, då det är fokus på eleven och deras sätt att lösa uppgiften. Läraren ska inte styra eleverna utan de ska få tänka och komma fram till svaren själva, bli utmanade och lära sig av varandra. Här är det viktigt att läraren ger eleverna tid för att fundera och diskutera.

Undervisning som sker genom problemlösning har de senaste 15 åren fått ökat intresse inom skolmatematiken och inom forskning. När man utvecklar nya kunskaper inom matematiken så bör problemlösning ses som ett hjälpmedel för ökad förståelse (Lester och Lambdin, 2006). Huvudsyftet med att undervisa genom problemlösning är att en djupare förståelse för begrepp och metoder inom matematiken utvecklats, och för att det ska ske krävs ett engagemang från elever och en ansträngning att skapa mening i de problemlösningssuppgifter de möter,

---

<sup>1</sup> Rika matematiska problem och vilka kriterier som behövs förklaras på s. 11.

fortsätter Lester och Lambdin. De uttrycker att problemlösning och förståelse är i matematikundervisning de primära målen och att problemlösning och förståelse på ett naturligt sätt hör ihop, eftersom förståelse på bästa sätt uppnås genom problemlösning. Med ökad förståelse blir elever motiverade, det hjälper minnet, underlättar överföring av kunskap mellan olika kontexter, påverkar attityder och föreställningar, gör att elever blir självständiga och skapar förutsättningar för ytterligare förståelse menar Lester och Lambdin.

### **3.2.1 Problemlösningens olika faser**

Vid problemlösning så brukar man nämna att det finns olika faser och de hjälper elever och lärare att få struktur på problemlösningsprocessen.

Pölya (1945) beskriver i sin bok problemlösningen i fyra olika faser och menar att det handlar om:

- Att förstå problemet.
- Att göra upp en plan.
- Att genomföra planen.
- Att se tillbaka och kontrollera resultatet.

Lester (1996) benämner faserna som tankeprocesser och i sin beskrivning har han fler faser när ett problem ska lösas:

- Förstå/formulera frågan i problemet/situationen.
- Förstå villkoren för och variablerna i problemet.
- Välja/finna data som behövs för att lösa problemet.
- Formulera delproblem och välja lämpliga lösningsstrategier.
- Använda lösningsstrategi korrekt och nå delmål.
- Ge svar i termer av de data som ges i problemet.
- Värdera rimligheten i svaret.
- Göra lämpliga generaliseringar.

Lester har sett att många lärare använder sig av dessa faser vid problemlösning och menar att de ger lärare och elever en struktur, som hjälper dem vidare i processen mot en lösning. Det är

lärarens uppgift att organisera undervisningen så att problemlösning blir en dynamisk och kreativ aktivitet. När eleverna arbetar med ett problem och går igenom faserna så behöver läraren vara aktiv och ställa rätt frågor för att hjälpa eleverna vidare i processen.

### 3.2.2 Strategier

Elever använder sig av olika strategier vid problemlösning och det är av stor vikt att läraren lär ut flera av dessa strategier för att kunna använda i olika sammanhang. På så sätt ger läraren eleverna verktyg att kunna analysera och vara kreativa när de löser problem i framtiden i verkliga livet. Problemlösning bör handla om att lärare genom matematiken lär elever lösningsstrategier som är användbara hela livet skriver Karlsson och Kilborn (2015). I litteraturen har vi funnit att en lösningsstrategi kan byggas upp av en eller flera operationer såsom att:

- rita bilder
- söka mönster
- arbeta baklänges
- göra en lista
- skriva upp en ekvation
- dramatisera situationen
- göra en tabell eller ett diagram
- använda modeller eller laborativt material
- gissa och pröva
- lösa ett enklare problem

Ahlström (1996), Grevholm m.fl. (2012), Taflin (2007), Reys m.fl. (2012) och Lester (1996).

Vid problemlösning lär läraren ofta ut regler eller checklistor, men gott omdöme från läraren behöver användas så att inte problemlösningen styrs av regler (algoritmer) utan istället är en process som är styrd av kreativitet (Karlsson och Kilborn, 2015). Eleverna behöver utveckla sin problemlösningsförmåga i lärandesituationer som skapas av läraren. Att elever lär sig

många olika lösningsstrategier är viktigt och det är kopplat till vår forskningsfråga om vilka metoder och arbetssätt som läraren använder i undervisningen.

Taflin (2007) uttrycker att rika matematiska problem ökar förståelsen, utvecklar viktiga matematiska begrepp och underlättar transfer<sup>2</sup>, vilket gör att eleverna kan koppla matematiska lösningsmetoder till varandra och gör att elever kan delta utifrån sina egna förutsättningar. Även Björkquist (2001) menar att förståelse, matematiska begrepp och transfer utvecklas när man löser rika matematiska problem. Om ett rikt problem ska leda till matematisk medvetenhet och kunskap som är specifik, så krävs det vissa kriterier enligt Taflin. Forskningen är inte överens om definitionen av rika problem, men Taflin har studerat problem som olika forskare har använt och har i sin avhandling kommit fram till att för att man ska kunna kalla ett problem rikt så ska följande kriterier finnas med.

- 1. Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer eller vissa lösningsstrategier.*
- 2. Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha möjlighet att arbeta med det.*
- 3. Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.*
- 4. Problemet ska kunna lösas på flera olika sätt, med olika strategier och representationer.*
- 5. Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar på olika strategier, representationer och matematiska idéer.*
- 6. Problemet ska kunna fungera som en brobyggare.*
- 7. Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.*

(Taflin 2007, s.56)

---

<sup>2</sup> Vad transfer innebär förklaras på s.13.

Öppna uppgifter är en form av problemlösningssuppgifter, och det som utmärker dessa är att de kan leda fram till många olika svar. Eleverna utgår ifrån vad de redan vet om det aktuella problemet, det gör att elever kan vara med utifrån sina egna förutsättningar och de är väldigt användbara när den matematiska kommunikationen i elevgruppen ska utvecklas, nämner Björkquist (2001). Diskussionerna synliggör strategier och metoder som hjälper eleverna att se alternativa lösningar och det underlättar när de ska lösa nya problem. Boaler (2011) skriver att elever behöver tänka logiskt och lösa problem för att kunna använda matematiska metoder i nya situationer. För att utveckla kommunikationen och synliggöra strategier och metoder behöver lärare ge eleverna många möjligheter och tid till att arbeta med öppna uppgifter.

Exempel på en öppen uppgift är:

Om ett inhägnat område har en omkrets på 30 m.

Vad skulle arean kunna vara? Vad skulle den största arean vara?

Med denna uppgift lär de sig t ex att ett inhägnat område kan ha olika former, några elever kommer att tänka på att det ska få plats ett djur, de kommer tänka på olika djur och några elever kommer göra former där det inte kommer få plats något djur. Denna öppna problemlösningssuppgift ger utrymme för diskussioner för elever på olika nivåer. Ett problem som hjälper eleverna att lära sig viktig matematik är värdefullt i undervisningen (Grevholm m.fl, 2012). De elever som får vara aktiva och kreativa med problembaserade uppgifter har möjlighet att se samband i matematiken och de får då en djupare förståelse och ser matematiken som meningsfull menar Malmer (2002).

Matematisk modellering är ett centralt begrepp vid problemlösning enligt Karlsson och Kilborn (2015), som förklarar begreppet med att det är en matematisk struktur eller teori som kvalitativt eller kvantitativt synliggör viktiga aspekter av verkligheten. Genom att utgå från en verklig problemsituation vill man förstå eller förklara viktiga matematiska modeller. Ett exempel som Grevholm m.fl. (2012) visar på matematisk modellering är frågan: Vad kostar det att måla detta plank? Genom att utgå från denna fråga måste eleven själv eller tillsammans med andra komma fram till vilka uppgifter som behövs för att lösa problemet och dessutom

vilken matematisk modell som kan användas (Grevholm m.fl., 2012). Så ser det ofta inte ut idag i skolorna när eleverna ska lösa problem, utan det är vanligt att det ser ut såhär:

*Ett plank är elva meter långt och två meter högt. Det ska målas på ena sidan med färg som kostar 40 kr per burk och varje burk räcker till 4 m<sup>2</sup>. Vad kostar färgen till planket?*

(Grevholm m.fl. 2012, s.221)

Eleverna behöver bara göra en kort beräkning eftersom alla uppgifter är medtagna vid sådana uppgifter, fortsätter Grevholm. Att utgå från en verklig händelse som vid matematisk modellering gör att eleverna förbereds för verkliga händelser i deras vardag, nu och i framtiden. Eleverna måste ta reda på vilka uppgifter som behövs för att lösa problemet. Att formulera rätt uppgift till den matematik som ska läras är något som är svårt för lärare och något som vi ser som relevant i vår undersökning om svårigheter vid problemlösning.

Unenge (1994) skriver att elevernas tankemodeller som de har till en uppgift överförs inte automatiskt till en annan. Därför behövs utmaningar och problemlösning till eleverna samt kreativt material skapat av läraren som är kopplat till elevernas vardag. Om problemet utgår från en verklig händelse så kan transfer från en given kontext till en annan underlättas och det kommer vi att beröra nu.

### **3.2.3 Transfer**

Med transfer menas att man överför kunskap från ett sammanhang till ett annat. Transfer innebär enligt Bentley (2011) att matematiska kunskaper överförs från en kontext och används i en ny kontext. Transfer är en viktig kunskap när eleverna ska lösa problem och även när de ska använda olika strategier (Schoenfeld, 1985). Schoenfeld genomförde och utvärderade en studie om elevers transferförmåga, där eleven skulle använda kunskap från ett känt sammanhang och överföra det till en ny kontext. Han kunde i denna undersökning se att de elever som hade fått undervisning i att välja och värdera olika strategier för olika tillfällen kunde överföra sin kunskap till en ny kontext jämfört med de elever som inte hade fått undervisning i att välja och värdera strategier.

*It's not just what you know; it's how, when, and whether you use it.*

(Schoenfeld, 1992, s. 355)

Som lärare behöver man därför utforma sin undervisning så att eleverna får tid och många möjligheter att arbeta med strategier så att transfer underlättas. Eleverna får ökad förståelse för matematiken och har möjlighet att se samband med hjälp av problemlösning (Ahlström, 1996). I vår undersökning kommer vi att observera lärarna och se hur undervisningen organiseras och vilka metoder som används för att eleverna ska få möjlighet att få ökad förståelse och se viktiga samband i matematiken.

### **3.3 Varför problemlösning?**

Problemlösning ska inte bara vara något som man gör i skolan utan eleverna ska få möjlighet att koppla kunskaper från en kontext till en annan och även koppla matematiken i skolan till verkligheten och barnens vardagsproblem.

*Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om matematik och matematikens användning i vardagen och inom olika ämnesområden.*

(Skolverket, 2015, s.47)

Bland eleverna finns det ett ökat behov av att veta bakgrund varför vi läser matematik i skolan, även att kunna sätta in matematiken i ett sammanhang som gör den mer verklig (Ahlström, 1996). All inläring sker inte inom skolans fyra väggar. Lärarens uppgift är att synliggöra matematiken i vardagen och visa var och när man har användning för det som behandlas i undervisningen. Eleverna får mer förståelse för matematiken när den blir kopplad till deras vardag och de blir mer motiverade när de vet hur de ska använda sina kunskaper. Matematiskt tänkande sker var som, när som och kan ske i sociala livssituationer på rasten eller runt matbordet hemma (Magne, 1998).

Lärare kan ha olika syn på vad problemlösning innebär och det gör att deras undervisning fokuserar på olika saker. Grevholm m.fl. (2012) påvisar att det finns två olika tillvägagångssätt i lärarnas undervisning, antingen ser läraren problemlösning som inläring

och en användning av en metod eller så anser läraren att problemlösning ska vara ett undersökande arbetssätt och en tankeprocess.

Som Grevholm m.fl. (2012) tar upp så hjälper problemlösning eleverna i framtiden, både i sitt yrke och i sitt vardagliga liv, men det hjälper även dem redan nu utanför skolan. Det matematiska tänkandet sker inte endast i skolan utan det sker i sociala livssituationer överallt (Magne, 1998). För att eleverna ska öka sin förståelse, inte bli lurade, få möjlighet till att kunna vara med och påverka i samhället behöver de behärska problemlösning (Ahlström, 1996). Ahlström fortsätter med att det utvecklar deras sätt att tänka, deras förmåga att komma på nya idéer, ökar deras självförtroende och deras analysförmåga, vilket varje individ behöver ute i samhället. Problemlösning kan ses som en brygga mellan verkligheten och den traditionella undervisningen som sker inom matematiken. Vi kan även koppla detta med vad som står i läroplanen där de skriver att lärare skapar förutsättningar för eleverna att fatta beslut och ökar deras möjligheterna att delta i beslut som sker i samhället (Skolverket, 2015).

Problemlösning eller utmaningar bör vara en naturlig del av undervisningen hos lärare för att skapa intresse hos eleverna menar Grevholm m.fl. (2012). En stor faktor i att flera elever har svårigheter med problemlösning ligger i att de får för lite undervisning hur de ska ta sig an de problem de stöter på, de får varken kvalitativ eller kvantitativ undervisning (Ahlström, 1996). Med kvalitativ undervisning menar vi att eleverna får en eller flera uppgifter där eleverna skapar sig förståelse för området i matematiken och kvantitativ undervisning menar vi att eleverna får arbeta med flera uppgifter utan att få förståelse för området utan det går mer ut på att gör så många uppgifter som möjligt. Därför är det viktigt att lärare jobbar för en kreativ och trygg miljö. Det behövs stöd från läraren, och mellan eleverna ska det vara en sådan trygghet så de vågar utbyta idéer och information. Matematik som sätts in i vardagliga sammanhang och där kopplingar till elevernas vardag är ett tydligt inslag, gör att eleverna vet hur de ska använda sina kunskaper och de får ökad förståelse. Hur läraren organiserar undervisningen är relevant här och vi kommer att undersöka detta vidare.



### **3.4 Lärarens roll vid problemlösning**

Läraren har en central roll inom matematikämnet för eleverna. Det är inte kursplanen eller läroboken som gör matematiken intressant och spännande, utan det är den skickliga lärarens uppgift (Boaler, 2011). Läraren är den enskilt största faktorn som påverkar eleverna. Genom sitt intresse och engagemang för ämnet, vilket arbetssätt som används och att visa positiv tilltro att alla elever kan lära sig matematik. Detta kommer vi att utveckla vidare här.

I Skolverket (2015) under övergripande mål och riktlinjer sammanfattar vi att läraren ska:

- Redovisa och diskutera skiljaktiga värderingar, uppfattningar och problem.
- Stärka elevernas vilja att lära och elevens tillit till den egna förmågan.
- Se till att eleverna upplever kunskap som meningsfull och att kunskapsutvecklingen går framåt.
- Möjliggöra att eleverna får pröva olika arbetssätt och arbetsformer.

I undervisningen måste läraren ha ett klart innehåll, arbetsform och mål för att eleverna lättare ska veta vart de ska (Skolverket, 2015). Matematiska kunskapsmål bör vara en utgångspunkt för planeringen och undervisningen så att läraren vet vad eleverna ska lära sig och vilken matematik som ska synliggöras (Smith & Stein, 2014). De belyser även att läraren behöver förutse vilka strategier eleverna kommer att använda, och det gör man bäst genom att själv lösa problemet på så många sätt som möjligt. Då behöver inte läraren improvisera i stunden på lektionen utan kan koncentrera sig på att lyssna och förstå elevernas strategier fortsätter Smith och Stein. Rundgren (2008) tar upp vikten av att synliggöra lärandemålen för eleverna så att de vet vilka lärandemål som gäller, för att de ska veta vilken kunskap de ska lära in och för att det ska ske ett visst lärande i klassrummet. Fokus bör ligga på vägen fram till svaret och inte själva svaret menar Rundgren. Inlärningsavsikt och motivation måste finnas hos eleverna och detta är något läraren ska hjälpa eleverna med (Magne, 1998).

#### **3.4.1 Engagemang**

Elever som vet att de har en lärare som är intresserad och engagerad i sitt ämne höjer den inre motivationen och det gör att även eleverna blir engagerade (Holden, 2001; Boaler, 2011).

”Skolans uppdrag är att främja lärande där individen stimuleras att inhämta och utveckla kunskaper och värden.” (Skolverket, 2015,s.9). Lilja (2013) tar upp att det är relationerna till varandra och till läraren som ger ökad motivation. Om läraren aktivt arbetar med att förändra elevernas synsätt på matematiken kan eleverna utveckla ett synsätt som fokuserar på matematisk förståelse. Relationen mellan elev-elev och elev-lärare är det som motiverar eleverna påpekar Lilja (2013). Ett exempel på ett agerande som upplevs positivt av eleverna enligt Liljas avhandling är lärarens förväntning på eleverna, den hjälp eleverna får av sin lärare och även lärarens omsorg till sina elever.

En klar struktur och tydliga instruktioner är viktigt i undervisningen för att eleverna ska förstå vad de ska arbeta med och hur de ska arbeta. Petersen (2012) beskriver att matematiken ska vara en berättelse där eleverna är medskapare och som ska utgå ifrån deras verklighet. När eleverna är integrerade i undervisningen får läraren en stor uppgift att hålla elevernas motivation uppe, få eleverna att förstå sambandet, sammanhanget och stärka deras självbild. Lärare behöver utmana sig själva vid problemlösning och genom eget sökande bibehålls entusiasm och engagemang för matematiken, och det ger nya idéer till undervisningen. För att bibehålla våra goda egenskaper som matematiklärare måste vi ständigt förnya våra kunskaper och därigenom få förnyad inlevelse i ämnet (Ulin, 1996). Upplevelse av matematiken ska inte endast ske en gång utan det ska ständigt ske för att kunna göra ämnet spännande och engagera eleverna, följderna av en lärare som inte upplever matematiken eller ens har upplevt matematiken någon gång blir att de lutar sig tillbaka på sin erfarenhet och rutin fortsätter Ulin. Om matematiken ska vara en upplevelse så behöver den vara kreativ och utmanande, så att det finns möjlighet att analysera och föra resonemang.

### **3.4.2 Val av uppgifter**

Läraren måste ha samspel med sitt kunnande om undervisningens innehåll i kombination med val av lämpliga arbetsformer som ger resultat för eleverna (Löwing, 2004). Uppgiften som väljs ut till lektionen måste vara tydligt kopplad till de mål man har för att eleverna ska lära sig det som är tänkt (Smith & Stein, 2014). En viktig förutsättning för att elever ska känna sig

motiverade och ta sig an en uppgift eller aktivitet är att eleverna upplever det som roligt eller intressant (Carlgren & Marton, 2001). Boaler (2011) menar att problembaserad eller utmanande matematik som eleverna kan relatera till skapar intresse och engagemang, vilket motiverar eleverna till att lösa uppgiften. Magne (1998) tar upp att det finns många olika delar i problemlösning, så som benämnda uppgifter, formella bevis och verkliga händelser. Han fortsätter med att skriva att den mest centrala och lärorika delen i problemlösning är de verkliga händelserna. Den ligger närmast eleverna och de har lättast att relatera till de uppgifterna. Olika sorters uppgifter kan ge olika möjligheter till lärande (Smith & Stein, 2014). Vid ett medvetet val av matematikuppgifter kan arbetssätt ändras och utvecklas (Ahlström, 1996). Ahlström fortsätter skriva att lärarna måste ha god kännedom om det matematiska innehållet och elevernas förutsättningar och hur det ska kombineras för att föra matematiken åt rätt håll. Det är lärarens stora uppgift att tolka och utmana sina elever för att de ska komma framåt (Skott, 2010). För att detta ska fungera så måste läraren själv lösa uppgiften på så många sätt som möjligt (Smith & Stein, 2014). Läraren väljer sina uppgifter efter vad den uppfattar vad problemlösning är, läraren organiserar undervisningen efter sin uppfattning om vad lärande är och hur det ska läras ut (Grevholm m.fl., 2012).

Berggren och Lindroth (2004) tar upp att laborativt material väcker intresse hos eleverna. Genom att arbeta med laborativt material får eleverna möjlighet att se viktiga matematiska samband skriver Malmer (2002). Hon menar vidare att laborativa övningar kan ge elever aha-upplevelser som de inte hade fått genom muntlig förklaring.

För att få möjlighet till anknytning av barns kunskaper, erfarenheter, nyfikenhet och för att kunna se matematikens värde, möjligheter och dess sociala sammanhang bör man söka matematiska aktiviteter utanför läromedel och stenciler (Ahlström, 1996). Vidare belyser hon att inom matematiken ska inte eleverna endast arbeta och träna på symboler, utan för att det ska ske en process där målet är insikt i abstrakta strukturer och relationer måste läraren låta eleverna tala matematik, få matematik som anknyter till verkligheten, arbeta med laborativt material, börja med det konkreta och lära sig tänka inom matematik. Matematik är något nytt

och det är svårt för eleverna att få förståelse för något som endast finns innanför skolans fyra väggar. Eleverna behöver få en känsla av att matematiken är formbar och kan kopplas till det verkliga livet (Boaler, 2011). Läraren har mer kontroll på problemlösningssuppgifter när de skapar dem själva, de vet vilket lärande som ska ske och vilken svårighetsgrad de har (Grevholm m.fl., 2012). Men att ha kontroll på uppgifterna är som Berggren och Lindroth (2004) uttrycker det inte samma sak som att ha alla lösningar till uppgiften.

Läraren har en central roll vid problemlösning och genom att vara väl förberedd med tydliga mål för lektionen och uppgifter som är kopplade till målen så kan läraren fokusera på lärande som sker i klassrummet. I vår vidare undersökning så kommer vi att studera hur lärare organiserar sin undervisning.

### **3.5 Klassrumsklimat**

I läroplanen för matematik (Skolverket, 2015, s.48) kan man läsa att eleverna ska: ”använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser”.

För att eleverna ska kunna bygga upp en språklig kompetens behövs ett klassrum där eleverna får möta det matematiska språket och det är lärarens uppgift att tala detta språk så att det blir en naturlig del av undervisningen (Löwing, 2006). Som lärare är det viktigt att skapa ett öppet klimat där elever känner sig trygga med att ställa frågor och vet att fel svar på en fråga kan vara starten på en fruktbar diskussion som gör att elever kommer fram till nya insikter (Holden, 2001; Malmer, 2002). Holden anser att ett öppet klassrum där eleverna vågar ställa frågor, och där misstag och fel svar välkomnas som en del av undervisningen, skapar ett klimat som höjer den inre motivationen hos eleverna. Eleverna känner då delaktighet och det är positivt för klassrumsmiljön. Läraren har en central roll i klassrummet menar Ahlström (1996), som ser stor vikt i att läraren håller sina elever engagerade och genom engagemang i klassrummet kommer alla elever lättare till tals eftersom de vet vad diskussionen i klassrummet handlar om. Men läraren ska inte endast hålla eleverna engagerade för att få ett

öppet klimat i klassrummet utan läraren ska även leda de matematiska samtalen som sker, för att se till att alla kommer till tals och samtalet styrs för att uppnå lektionens mål. Om väntetiden ökar vid frågor i samtal och diskussioner får man ett klassrumsklimat där fler elever kan vara delaktiga och detta är viktigt för att få djupare diskussioner och ökad förståelse (Hodgen & William, 2013).

För att kommunikationen i klassrummet ska fungera måste eleverna våga utbyta idéer och information med varandra. Ahlström (1996) skriver att läraren måste ta varje individ på allvar, eleverna måste bli uppbackade för att våga argumentera för sina idéer och även få respekt för att de gör en ansträngning och ett försök till att hitta en lösning. I klassrummet måste det vara en positiv anda, eleverna och de vuxna som finns i klassrummet måste vara stödjande, uppmuntrande, men även kunna granska varandras lösningar.

En viktig del i problemlösning är att man kan granska varandras förslag, både som elev och som lärare. För att detta ska bli enklare och mer tillåtet kan läraren dela in eleverna i mindre grupper där både klasskamrater och läraren lättare kan uppfatta hur eleven tänker, skapa sig förståelse för detta och granska utan att eleven känner det som något negativt menar Ahlström (1996). Genom att lärare och elever för samtal med varandra och fattar gruppslut påverkar de varandra och då sker inläringen anpassad efter den gruppen/klassen (Magne, 1998). Det sker ett elevinflytande inom utbildningen vilket finns med som en del i läroplanen (Skolverket, 2015), samtidigt som det skapar en positiv stämning i klassrummet som underlättar för läraren. Boaler (2011) menar att de högpresterande eleverna når en djupare förståelse när de förklarar för de lågpresterande eleverna, eftersom de upptäcker sina egna svagheter, kan åtgärda det och genom det så förstärker de sina kunskaper. Ett positivt klassrumsklimat är en viktig del i undervisningen eftersom vid ett positivt klassrumsklimat får lärare möjligheter till ett bättre lärande. För att kunna föra samtal och diskussioner där det sker lärande så är det av stor betydelse med positivt klassrumsklimat.

### 3.6 Samtal och diskussioner

Samtal och diskussioner påverkar lärandet och synliggör strategier och metoder för eleverna som används vid problemlösning, det bidrar även till att läraren har en större insikt hur eleverna uppfattar matematiken. Det matematiska språket, följdfrågornas betydelse och förståelse kommer att lyftas fram och på vilket sätt det påverkar lärandet.

Smith och Stein (2014) beskriver med sina fem undervisningspraktiker hur man som lärare kan arbeta för att få rika matematiska diskussioner i klassrummet. Tydliga lektionsmål och väl valda uppgifter som kopplar till målen är en förutsättning för detta menar dem. De fem undervisningspraktikerna är:

- *Förutse* hur eleverna kommer att lösa uppgiften och vilka olika strategier de kommer att använda.
- *Överblicka* noga hur eleverna löser uppgiften, vilka Lösningsstrategier de använder och vilket matematiskt tänkande man får syn på.
- *Välja ut* de lösningar som ska presenteras i klassen som visar på den matematik som var mål för lektionen att lära sig.
- *Ordna* elevlösningar genom medvetet val för att ge eleverna möjlighet att lära sig det som är målet med lektionen. Här kan man arbeta från konkreta lösningar t ex en bild till abstrakta lösningar t ex endast siffror, då har alla elever möjlighet att delta i diskussionen.
- *Koppla ihop* elevernas olika lösningar och gör kopplingar till de matematiska mål som finns för lektionen. Viktigt att elevernas presentationer bygger på varandra för att få djupare förståelse om de matematiska idéerna som var målet med lektionen.

Läraren får genom undervisningspraktikerna bättre kontroll över undervisningen, kan styra diskussioner och bestämma över vilken matematik som ska behandlas (Smith & Stein, 2014). De tar vidare upp att improvisation i ögonblicket minskas och läraren kan fokusera på elevernas förståelse och planering av kopplingar mellan olika lösningar för att eleverna ska få djupare förståelse.

Grevholm m.fl. (2012) och Ahlström (1996) tar upp vikten av samtalet och menar att utan ett matematiskt språk kan uppgifter innebära svårigheter som inte har med själva matematiken att göra utan blir ett språkligt problem och inte ett matematiskt problem. Här kan vi se exempel på svårighet som kan förekomma i undervisningen och något som vi kan koppla till vår vidare undersökning i problemlösning. Vi kan inte räkna med att eleverna kan det matematiska språket utan ett vuxenstöd, en person som förstår vad eleven försöker säga, hjälper eleven att tydliggöra sina tankar, ställer utmanande frågor och som kan finnas där som en guide som hjälper eleven att hitta matematiska ord som är relevanta i sammanhanget, den personen måste vara läraren. När eleverna får tala matematik samtidigt som de skriver matematik synliggör de hur de gör och tänker vid de olika uppgifterna.

*Prata matte gör så eleverna inte blir rädda för matte.*

(Rundgren, 2008, s. 21)

Något som får eleverna att tänka mer och håller diskussionerna vid liv är följdfrågor. Muntliga följdfrågor i gruppdiskussioner eller vid samtal i helklass gör att eleverna får utveckla sina tankar och då skapas djupare förståelse för matematiken. Det får även eleverna att se vad som händer vid uträkningar. Grevholm m.fl. (2012) skriver att eleven bör tänka på att uträkningen ska kunna utläsas och vara till hjälp när en elev som inte kommit lika långt i utvecklingen ska lösa problemet. Rundgren (2008) tar upp några centrala följdfrågor som är viktiga inom matematiken: “varför tänkte du så?”, “hur tänkte du nu?” och “vad har du räknat ut?”. Om läraren går runt i klassrummet under tiden eleverna arbetar med sitt problem skapar den sig en överblick hur eleverna löser uppgiften och hur de tänker. Den information läraren får in vid sin översikt kan sedan användas vid diskussionen i helklass om problemet (Smith & Stein, 2014). Läraren kan på det sättet lättare styra sina följdfrågor till eleverna som tar dem vidare inom matematiken.

Förståelse är viktigt inom matematik och problemlösning och som Petersen (2012) tar upp ger förståelse ökad motivation och detta kan inte alltid lösas med hjälp av olika förklaringsmodeller utan detta måste skapas för ämnet matematik i ett större sammanhang. Med förklaringsmodell menas att ett verkligt fenomen förklaras med hjälp av en matematisk struktur eller teori (Karlsson & Kilborn, 2015). Ahlström (1996) tar upp att

matematikundervisningen ska möta och utveckla elevernas uppfattningar om vad matematik är, på vilket sätt de kan ha användning för den och hur det kan läras. Därför behöver läraren ha undersökt hur eleverna tänker och lär, för att kunna utmana sina elever med frågor, uppmuntra dem att söka svar, samtala med dem om olika möjliga lösningar och på det sättet få dem att tala, få nya kunskaper och mer förståelse inom matematik utan att endast använda nya förklaringsmodeller, fortsätter Ahlström. Grevholm m.fl. (2012) menar att det är viktigt att anpassa problemet efter elevgruppen för att öka mängden olika lösningar, för de ska kunna ställas mot varandra. På det sättet kan eleverna se hur man kan lösa olika uppgifter och öppnar upp för fler diskussioner. Matematiska diskussioner utvecklar elevernas förståelse för ämnet och när elever förklarar eller får höra andras förklaringar så konstrueras tankar genom språket, och detta leder till djupare förståelse menar Boaler (2011).

I vår vidare undersökning så kommer vi att observera vilka metoder och arbetssätt lärare använder vid samtal och diskussioner i undervisningen. Vi kommer även undersöka vad lärare ser för svårigheter eller utmaningar med dessa diskussioner.

## **4. Litteratursammanfattning**

I litteraturen om problemlösning har det framkommit saker som har positiv effekt på elevers utveckling och förståelse av matematik, men även svårigheter och utmaningar har blivit synliga. Vi kommer att sammanfatta det i denna del av arbetet.

Det som har blivit synligt i litteraturen är att en grundförutsättning för problemlösning med givande matematiska diskussioner i undervisningen är att man har ett öppet klassrumsklimat där felaktiga svar eller lösningar accepteras. Som lärare är det viktigt att ge eleverna gott om tid till att fundera och diskutera. Eleverna ska komma fram till svaren själva, bli utmanade och lära sig av varandra. För att eleverna lättare ska komma fram till svaren själva, bli utmanade och lära sig av varandra kan läraren dela in dem i mindre grupper där alla får komma till tals.



Genom att välja eller göra egna problemlösningssuppgifter så skapar läraren olika möjligheter till lärande. Om läraren dessutom själv löser uppgiften på så många olika sätt som möjligt, eller funderar på vilka svårigheter som finns med uppgiften, så kan läraren vara förberedd på vilka utmaningar som väntar för eleverna. Läraren kan då fokusera på kommunikationen och de olika lösningarna under lektionen, vilket leder till mer givande diskussioner.

Lärarens engagemang, intresse och den egna förmågan är något som påverkar eleverna och som inverkar på deras motivation och engagemang till matematiken. Betydelsefullt är också att eleverna lär och utvecklar många olika strategier för att kunna analysera, vara kreativa och lösa problem idag, men även i framtiden. Problemlösningens olika faser är till hjälp och ger elever och lärare en struktur för att komma fram till en lösning. I litteraturen menar man även att det är betydelsefullt att använda sig av ledande frågor eller följdfrågor, för att hjälpa eleverna mot en lösning, eller styra dem till den matematik som var lektionens mål.

En utmaning för läraren är att hitta problem på rätt nivå kopplat till den elevgrupp man har, för att det ska bli problemlösning för alla. Här kan man använda sig av öppna problem, eller rika matematiska problem.

## **5. Metod**

Vi kommer här att beskriva hur vi kommer att gå till väga för att undersöka våra forskningsfrågor. Motiv om varför vi vill undersöka lärarnas arbete i undervisningen, vilka svårigheter det kan innebära och hur man kan undvika dessa svårigheter.

Vi har valt att göra en kvalitativ undersökning istället för kvantitativ, eftersom det passar vårt syfte. När vi endast observerar och intervjuar fyra lärare är det en kvalitativ undersökning vi gör. Våra resultat är inte mätbara utan vi vill få förståelse för undervisningspraktiken. Om vi hade gjort en kvantitativ undersökning hade vi riskerat att stöta på lärare som inte arbetar med problemlösning och då hade vi inte fått ut så mycket av våra frågor. Vi kommer att fokusera på hur de lärare som arbetar med problemlösning organiserar sitt arbete och vilka svårigheter eller utmaningar de upplever vid problemlösning. Vårt syfte är att inrikta oss på fyra

matematiklärares erfarenheter och synpunkter angående problemlösning. Vi kommer att jämföra hur de fyra lärarna arbetar för att kunna se likheter och skillnader i undervisningen utifrån vår litteraturstudie. Vilka möjligheter eller hinder finns i undervisningen vid problemlösning?

När vi valde att vi skulle inrikta oss på en kvalitativ undersökning blev valet en klassrumsobservation med en efterföljande intervju med varje lärare. Observationen för att vi ska kunna se med egna ögon vad som händer under lektionen och hur läraren agerar i klassrummet, vilket inte kan mätas med kvantitativa metoder (Barbosa da Silva & Wahlberg, 1994). Med den efterföljande intervjun får vi möjlighet att ställa frågor om problemlösning där vi inte sett eller vill få ökad förståelse utifrån vad vi skrivit tidigare om problemlösning. Anledningen till att vi har valt intervju istället för enkät är att vi kan vara flexibla och ställa följdfrågor till de intervjuade lärarna. En annan aspekt med intervjufrågor är att man kan förklara frågorna om det är något som är oklart. Negativt med intervju är att vi kan vinkla frågorna så vi får de svar vi önskar.

Under observationer och intervjuer har vi även använt oss av ljudinspelning för att inte missa något, och för att få så mycket information som möjligt om undervisningspraktiken. Dessa ljudinspelningar har vi transkriberat och analyserat för att synliggöra kunskap och förståelse om undervisningen vid problemlösning.

## **5.1 Klassrumsobservation**

Vi har använt oss av passiv deltagande observation i klassrummet (Larsen, 2009). När vi pratar om passiv deltagande observation så har det i vårt fall handlat om att vara närvarande i klassrummet och observera läraren på avstånd, för att vår närvaro inte ska påverka situationen. Vid de olika observationstillfällena har vi som forskare observerat vad som händer och lyssnat på vad som sägs i klassrummet, som Justesen och Mik-Meyer (2010) beskriver det. De menar vidare att en stor fördel med deltagande observation är att kunna se interaktionen när den utspelar sig. Möjligheterna är goda att analysera kontextens roll för

människans handlingar och attityder, vilket innebär att man kan få djupare kunskap om det fenomen som studeras, fortsätter författarna.

När vi har gjort våra observationer så har vi suttit i bakre delen av klassrummet och studerat vad som händer. I våra observationer har vi fokuserat på arbetssätt och metoder som läraren använder i klassrummet. Även kommunikationen i klassrummet har vi observerat. Vi har gjort fältanteckningar under tiden som vi har observerat och under lektionen har vi dessutom gjort ljudinspelning för att få med så mycket som möjligt av interaktionen i klassrummet.

## **5.2 Intervjuer**

Intervjun kan i detta fall ses som ett samtal mellan tre personer med gemensamt intresse (Kvale & Brinkmann, 2014), men med den skillnad att det är de som intervjuar som styr samtalet med sina frågor. Innan intervjuerna så skrev vi ett manus där vi kopplade våra forskningsfrågor till intervjufrågorna, som Kvale och Brinkmann beskriver i sin bok. Genom att använda oss av intervju så hoppas vi att vi kan ta del av lärarnas erfarenheter av undervisning med problemlösning. Widerberg (2002) menar att med hjälp av intervjuer skapar man förståelse, vilket är vad vi vill få ut av vår intervju. Vi vill inte endast observera och sedan gå hem med fler frågor utan de vill vi ha en chans att ställa till läraren för att vi ska få en ökad förståelse.

De intervjuer som vi genomförde skedde direkt efter observationen, vilket gör att man har observationen i färskt minne och kan ta med sig eventuella följdfrågor in i intervjun. Intervjun utfördes i ett rum i nära eller direkt anslutning till klassrummet. Närvarande vid intervjun var vi och den lärare som vi hade observerat. Vid intervjuerna har vi haft ett färdigt frågeformulär som samtliga lärare har svarat på. Vid varje intervju har det dessutom ställts följdfrågor där vi har ansetts att det behövs för att tydliggöra svaren. Den typ av intervju som vi har använt oss av nämns som semistrukturerade intervju (Justesen & Mik-Meyer, 2010), eller som halvstrukturerade intervjuer (Kvale & Brinkmann, 2014).

### **5.3 Etiska överväganden**

När vi gör ljudinspelning så måste vi vara medvetna om det etiska problemet så att ingen lärare är med utan att ha blivit tillfrågad först eller nämnd med sitt riktiga namn. Detta måste göras för att skydda individernas identitet. Vid intervjuer och observationer har vi använt oss av ljudinspelning för att få så mycket information och kunskap om praktiken i klassrummet som möjligt. De lärare som har varit inblandade vid de tillfällen som vi har observerat eller intervjuat har blivit informerade om hur materialet kommer att behandlas och att de inblandades identiteter är skyddade genom användning av fiktiva namn i arbetet. Inga personer ska bli utpekade och ingen information ska komma i orätta händer.

### **5.4 Urval**

Vi har valt ut fyra olika lärare på mellanstadiet som arbetar med problemlösning och som har deltagit i matematiklyftet. Kravet att de skulle deltagit i matematiklyftet ställde vi eftersom de lärarna har en samsyn på vad problemlösning är. Dessa lärare arbetar kontinuerligt med problemlösning i sina respektive klasser. Lärarna som vi har observerat och intervjuat har olika förutsättningar att arbeta med problemlösning i sina klasser.

#### **5.4.1 Lärare 1 (L1)**

Har varit aktiv som lärare sedan 2004, 12 år. L1 arbetar med två klasser i årskurs 5. Vi observerade endast den ena.

Hon har möjligheten att göra samma uppgift i båda klasserna och se vilka svårigheter som uppstår. Under den lektionen vi var där och observerade henne följde hon en kapitelbok som heter mattespanarna där man läser ett kapitel och i slutet av detta kapitel kommer det en problemlösningssuppgift. När eleverna var klara med den uppgiften fick de en extra uppgift där de får en varsin lapp som de inte får visa för varandra. De ska med hjälp av diskussion lösa uppgiften.

### **5.4.2 Lärare 2 (L2)**

Har arbetat som lärare sedan 2000, 16 år. L2 arbetar med årskurs 5, en klass där det endast är elever som läser svenska som andraspråk. Under lektionen som vi observerade kom det in en stödperson och hjälpte till på slutet av matematiklektionen. Hon arbetade med två olika problemlösningssuppgifter, med lite text. Eleverna fick först tänka själva, sedan två och två, för att sedan diskutera det i helklass enligt metoden EPA. EPA står för enskilt, par, alla. Det innebär att eleverna först får tänka själv eller skriva något, sedan ska de diskutera de tankar som uppstått med en kompis, för att till sist lyfta tankarna i helklass genom samtal och diskussion (Holmegaard & Wikström, 2004).

### **5.4.3 Lärare 3 (L3)**

Har arbetat som lärare i 16 år och arbetar med en årskurs 6. L3 arbetar med problemlösning varje torsdag då de tagit den extra timmen som lagts på matematiken hösten 2016 till endast problemlösning. Under lektionen som vi observerade så arbetade eleverna med tre olika uppgifter för att öva på att använda olika strategier till olika uppgifter, men i vanliga fall arbetar de med problemlösningssuppgifter som är kopplat till det arbetsområdet som de arbetar med inom matematiken. Lärare 3 lät eleverna arbeta med problemet enskilt för att sedan ta upp det i helklass.

### **5.4.4 Lärare 4 (L4)**

Har arbetat som lärare i 7 år och matematik i 4 år, och arbetar med en årskurs 6. L4 arbetar med problemlösning utifrån det arbetsområdet de jobbar med i matematikundervisningen. Under lektionen så arbetar läraren med laborativt material. Eleverna fick först arbeta i smågrupper för att sedan gå ihop i större grupper och diskutera problemet.

## **6. Resultat**

I denna del av arbetet kommer vi att presentera de observationer och intervjuer som vi har utfört med de fyra lärarna. Vi kommer att beskriva undervisningssituationer i klassrummet och presentera information som lärarna delade med sig under intervjuerna.

## 6.1 Lärare 1

### 6.1.1 Observation

Eftersom L1 läser en kapitelbok repeterar de vad som hänt i föregående kapitel. Elev och lärare hjälps åt att fylla i allt det centrala i föregående kapitel.

Läraren börjar läsa det nya kapitlet och påminner om vilka karaktärerna är. Hon förklarar även ett svårt ord, palindrom, som kommer vara viktigt i själva problemlösningsuppgiften, se bilaga 2. När hon läst klart kapitlet frågar hon eleverna vad som var själva uppgiften, ett uppdrag. Hon förklarar än en gång ordet palindrom och repeterar problemlösningsuppgiften.

L1 ber eleverna sätta sig i de grupper de brukar ha, det är grupper med elever med två, tre eller fyra i. Läraren delar ut ett extra hjälpmedel där de får hjälp att se om talet kan läsas både fram och bak, en spegel.

Läraren diskuterar med en grupp och ställer frågor så som; "blir talet samma framlänges som baklänges?". L1 går fram till en annan grupp för att se hur det går. Denna grupp tycker uppgiften är omöjlig. Läraren pushar dem och säger att den inte är omöjlig och att det går att lösa uppgiften.

Det finns en grupp med tre elever i som sitter på rad, denna grupp går läraren fram till och vill ändra så de sitter mot varandra för att alla ska se varandra och för att det ska bli lättare att diskutera med varandra.

Det är en annan grupp med fyra elever i som har problem att veta hur de kom fram till. Eleverna svarar L1 att de har gissat sig fram till svaret, detta godkänner inte L1 som en redovisning. L1 står vid dem och ställer ledande frågor. De har fastnat vid ordet testamente och läraren får förklara vad ordet betyder för att de ska kunna gå vidare med uppgiften.

De flesta grupper i klassen är klara. För att få extrauppgiften (se bilaga 3) måste de redovisa för L1 hur de har kommit fram till svaret i första uppgiften. Gruppen får sedan en extrauppgift där eleverna får en varsin lapp, och får inte visa lappen de andra. Genom diskussioner ska de komma fram till svaret.

Gruppen med fyra elever är de enda som inte är klara när lektionen börjar närma sig sitt slut. L1 ställer sig där och lyssnar. Hon ställer fler ledande frågor och guidar dem med hjälp av frågorna till den matematiska diskussion som var tänkt.

När alla grupper klarat första uppgiften, ca 10 min innan lektionen är slut, ställer L1 följande frågor till eleverna. Olika elever får svara på frågorna:

*Vilket årtal var mormorn född?*

*Hur kom ni fram till det årtalet?*

L1 och klassen diskuterar rimlighet i talet och att det ska se likadant ut i spegeln. Läraren fortsätter att ställa frågor som eleverna svarar på:

*Varför gick det inte att räkna ut hur gammal Otto var?*

*Finns det fler siffror som ser likadana ut i en spegel än 1 och 8?*

*Varför är inte 1111 rimligt?*

Innan eleverna ska gå ut på rast får de använda sig av sina tummar: tummen ner, tummen åt sidan och tummen rakt upp för att se hur de tyckte svårighetsgraden var på uppgiften.

### **6.1.2 Intervju**

L1 beskriver att den största förberedelsen som krävs vid arbete med problemlösning är att ha veta var eleverna ligger, vilken nivå de är på och hon menar även att detta är den största utmaning du har som lärare. När L1 ska leta efter problemlösningssuppgifter till sina elever måste hon först och främst veta vilken nivå de ligger på. När hon väl har hittat problemlösningssuppgifter till eleverna förklarar L1 att hon måste anpassa dem efter elevernas nivåer. Hon tittar även på uppgiften för att se vilka svårigheter som kan dyka upp.

En annan stor utmaning som L1 har upptäckt är att många elever ger upp väldigt lätt eftersom de är vana vid att svaret ska komma snabbt och inte genom diskussioner. Hon anser att sättet

att komma runt denna utmaning är att tvinga eleverna att diskutera och övertyga dem att det ska ta tid vid problemlösning.

L1 nämner även en tredje utmaning som hon stöter på och det är att eleverna kan diskutera sig fram till svaren, men inte redovisa det senare hur de kom fram till svaret. Genom att guida eleverna och ställa ledande frågor kan eleverna få syn på hur de kommit fram till sitt svar och redovisa det genom lärarens hjälp.

L1 nämner även andra utmaningar inom problemlösning såsom att få eleverna att se rimligheten i svaret jämfört med uppgiften, få dem att tänka logiskt och få eleverna att föra diskussionen framåt.

Fokus på L1 lektioner ligger på gruppdiskussioner för att sedan lyfta det i helklass. Detta för att få igång diskussionerna mer och för att se varandras tankesätt vid problemlösning. L1 låter eleverna även få arbeta efter metoden EPA (enskilt, par, alla), vilket innebär att eleverna först får tänka själva, sedan diskuterar i par och till sist en diskussion i helklass. L1 vill att eleverna ska få en chans att hinna tänka själva innan de går in i en diskussion. Det enskilda tänkandet beskriver L1 att det är lätt att tappa vid endast gruppdiskussion. Grupperna är nivåanpassade, endast starka i grupp, endast svaga i grupp och/eller svaga och starka blandat i grupp. Hon gör indelningen svaga och starka tillsammans för att de starka eleverna lär sig av att förklara för de svaga och samtidigt lär sig de svaga strategier av de starka, men nackdelen med denna gruppindelning menar L1 är att de starka kan ta överhand och inte låta de svaga komma in i diskussionerna. För- och nackdel med att endast placera svaga tillsammans i en grupp är att de kan få väldigt bra diskussioner om problemuppgifter de blivit tilldelad och försöker diskutera sig fram till lösningen eller kan det bli att de inte vet hur de ska angripa problemet och har ingen strategi, då blir det inga diskussioner.

L1 kan även använda metoden att räkna in dem i grupper eftersom hon anser att alla elever i klassen ska kunna arbeta med alla. Men hon delar aldrig in dem socialt eftersom det kan skapa mer diskussioner om vad som händer på fritiden än på själva problemuppgiften.



## 6.2 Lärare 2

### 6.2.1 Observation

L2 börjar med att berätta för eleverna att de ska arbeta med två olika problem under lektionen. Det första är en som L2 kallar "mattebubbel" och som visas på kanonen, se bilaga 4. Det finns ett tal i mitten, 25% och runt detta tal finns fyra tecknade karaktärer med påståenden som är rätt eller fel, flera svar kan vara rätt. L2 säger till eleverna att de ska ta reda på om påståendena är rätt eller fel och förklara varför. Eleverna arbetar med denna uppgift två och två tillsammans med sin bänkkamrat. Under diskussionen går L2 runt till paren och ställer frågor för att hjälpa dem vidare. Efter en stund säger läraren: "Ni får hjälpas åt, den som vet hur man kan lösa problemet får hjälpa den andra att förstå".

Efter eleverna diskuterat med varandra en stund avbryter L2 diskussionerna och frågar eleverna vad de har kommit fram till. Eleverna får redovisa sina lösningar i helklass. L2 påpekar för eleverna att det är viktigt att lyssna på den som talar för att veta om de håller med om att lösningen är rätt eller fel, för att därefter kommentera svaret. De elever som var säkra på uppgiften har svårt att lyssna på andra, och det blir lite oroligt.

Nästa problemuppgift presenteras (se bilaga 5), och ett papper delas ut till var och en som de får läsa enskilt. Därefter läses uppgiften upp av en elev inför klassen. L2 frågar eleverna varför hon har skrivit *kan* i uppgiften. En elev svarar att det kan finnas olika svar. L2 betonar för eleverna att det kan finnas flera olika lösningar. L2 undrar sedan vilka metoder man kan använda för att lösa uppgiften. Svaren från eleverna är: bråk, division och rita. L2 säger till eleverna att i uppgiften ska det vara hälften äpplen, en tredjedel ska vara bananer och resten ska vara apelsiner. Sedan berättar L2 att eleverna får bestämma hur många av varje frukt. L2 säger till eleverna att de ska göra två olika lösningar på uppgiften. Under denna problemuppgift arbetar eleverna enligt EPA, först tänker de enskilt, sedan diskuterar de i par, och slutligen så diskuteras uppgiften i helklass.

L2 går runt i klassrummet när de arbetar enskilt och ställer frågor för att hjälpa eleverna vidare. Efter en stund med enskilt arbete så avbryter L2 och säger att hon har sett att det är

många som inte har förstått uppgiften. L2 säger till eleverna att det inte finns ett visst antal i denna uppgiften, hon säger att eleverna nämnde olika metoder innan, men här kan de använda sig av gissa och prova. Det finns många olika svar och man får prova med ett tal och se om det funkar. Det gäller att tänka och prova sig fram, om det inte stämmer med ett tal får man prova något annat. L2 frågar en elev: "om du har 16 frukter, hur många är äpplen då"?

Det är nu många elever med händerna i luften som kräver uppmärksamhet från L2, och då informerar hon eleverna att de får diskutera i par med sin bänkkamrat. Fortsätt att prova er fram och rita gärna, föreslår L2. L2 fortsätter att gå runt i klassrummet och ställa frågor till eleverna. Exempel på frågor:

*Är hälften av  $45=20$ ?*

*Vad är en tredjedel av 40?*

*En tredjedel, hur många är det?*

L2 avslutar med en diskussion i helklass, där olika elever får berätta hur de har löst problemet. Eleverna tyckte det var ett svårt problem, eftersom man inte visste hur många frukter som fanns. Eleverna ger förslag på talen 18, 30, 12, 36 och 24. L2 frågar eleverna vad man kan säga om dessa tal. En elev svarar att de finns med i treans tabell. "Vad måste mer gå"?, undrar L2. En annan elev säger att det måste vara ett jämnt tal för att vi ska kunna ta hälften. L2 frågar eleverna vilka andra tal i treans tabell som man kan ha med i uppgiften, och det blir en diskussion om detta.

L2 avslutar lektionen med att säga till eleverna att man måste kämpa och får inte ge upp när man löser problem.

### **6.2.2 Intervju**

L2 uttrycker att förberedelser inom problemlösning är att hitta bra problemuppgifter, problemuppgifter som är på elevernas nivå. Uppgifter som har lite text eller ett väldigt enkelt språk så att eleverna inte hakar upp sig på språket. L2s förberedelse vid problemlösning är även att se vad som kan tänkas bli en utmaning för eleverna i uppgiften, vad som behövs förklaras och förtydligas. Hon förhindrar dessa hinder genom att se till så alla elever har ett

papper framför sig med uppgiften, och gå igenom vilka utmaningar hon tror kan komma på tavlan med eleverna.

De utmaningar L2 anser sig stöta på i sitt klassrum är att eleverna kan ha svårt med ord och begrepp. Få eleverna att skapa sig en förståelse för uppgiften, vad de ska göra och som lärare skapa en förståelse hur de ska lösa uppgiften utan att avslöja för mycket. En annan utmaning som L2 upplever är att få eleverna att förklara hur de tänker när de ska lösa uppgiften, att de inte vågar prova eller att de inte inte vet hur de ska ta sig an uppgiften. Då finns hon där som stöd för de eleverna som behöver det och hjälper dem framåt inom matematiken. I hennes klassrum är det även svårt att få eleverna att hitta flera lösningar efter de hört någon annan redovisat sin lösning. Denna situationen brukar L2 lösa genom att inte låta någon stark elev redovisa sin lösning först, genom att träna dem på att våga ge sin lösning och genom att ställa ledande frågor till eleverna som hjälper dem framåt. För att de starka eleverna ska få mer utmaning ställer hon högre krav på dem vid redovisning och när de visar sin lösning.

L2 går alltid igenom uppgiften med eleverna i helklass först och går igenom punkter som hon tror kan bli utmaningar för eleverna. Efter det går hon över till EPA eller par direkt om det är uppgifter där det finns svarsalternativ i bubblor som de ska diskutera. L2 går efter EPA eftersom hon anser att eleverna ska få en chans att tänka enskilt först, även för att alla får möjlighet att redovisa sitt svar för någon när de är i par på det sättet får alla chans att prata matematik. De som inte deltar i helklass får en chans att delta på sin nivå. Nackdelen som L2 ser med denna metod är att hon hinner inte gå runt och lyssna på alla. Hon anser att det går att komma undan från att delta i problemlösningen och att det kan bli stökigt eftersom eleverna tar olika lång tid på sig.

## **6.3 Lärare 3**

### **6.3.1 Observation**

L3 berättar för eleverna att de ska arbeta med tre olika uppgifter (se bilaga 6) under lektionen och att det finns minst tre olika strategier att använda till dessa uppgifter. L3 klargör för eleverna att problemlösningen inte har någon koppling till det tema de arbetar med inom

matematiken utan att de ska öva på att använda olika strategier. L3 ber eleverna att plocka fram sina problemlösning böcker.

L3 läser upp första uppgiften för klassen och delar sedan ut den i pappersform till varje elev. Eleverna arbetar under lektionen enskilt med varje uppgift. Läraren sitter framme vid tavlan under tiden som eleverna arbetar med uppgiften. När eleverna börjar bli klara så frågar L3 om det är någon som har en lösning och flera elever svarar med talet sju. L3 undrar då vilken strategi de har använt sig av, och eleverna svarar att de har räknat bakifrån. En elev får redovisa inför klassen. Eleven får visa sin lösning på tavlan. När eleven har redovisat sin lösning så frågar läraren varför eleven har använt sig av division, när det står i uppgiften att man ska multiplicera. Eleven svarar att eftersom man arbetar bakifrån så dividerar man istället för multiplicera. En elev har försökt med gissa och pröva, men L3 säger att räkna bakifrån är en bättre strategi på denna uppgift. L3 frågar eleverna vad som är viktigt att tänka på när man räknar bakifrån. En elev svarar med att multiplikation blir division och addition blir subtraktion.

L3 delar ut nästa uppgift i pappersform och läser upp högt för klassen. De diskuterar uppgiften så att eleverna förstår vad de ska göra. Eleverna arbetar enskilt. Efter en stund går läraren runt bland eleverna och ser att det är många som har kommit fram till talet 25, och ber eleverna att läsa igenom uppgiften och räkna en gång till. L3 avbryter och frågar om det är någon som har kommit fram till ett svar, och får då förslag på 25, 29 och 30 från eleverna. L3 frågar hur de elever som kommit fram till svaret 25 har tänkt. En elev svarar fem multiplicerat med fem. L3 säger att då ligger det bara fem huvud på marken, det skulle ligga sex. "Vad händer om vi hugger av ett huvud till?" undrar L3. En elev svarar att det växer ut fem huvud till och att det då blir 29 huvud tillsammans. De elever som hade svaret 30 och räknat sex multiplicerat med fem, förstår då att de har glömt att räkna bort ett huvud. En elev får redovisa på tavlan och har använt sig av strategin rita.

L3 delar ut tredje uppgiften i pappersform och läser den sedan högt för eleverna. Eleverna arbetar enskilt, och L3 sitter vid tavlan när eleverna arbetar. L3 frågar om det är någon som har en lösning, och några elever svarar talet två. L3 undrar om det finns något annat svar, men

det finns det inte. L3 vill veta vilka strategier eleverna har använt. Eleverna svarar att de har använt rita och gissa och pröva. L3 frågar eleverna vad det är de ska få syn på med uppgiften, och efter en stund säger en elev att de ska få syn på ett mönster. En elev visar sin lösning på tavlan och berättar att det är strategin rita som använts. En annan elev visar sin lösning och har också använt strategin rita. L3 avslutar lektionen.

### **6.3.2 Intervju**

L3 berättar att förberedelsen som krävs vid arbetet med problemlösning är att veta vilken förmåga som ska tränas och vilka strategier som ska övas. L3 menar att det är viktigt att öva på alla strategier, men vid olika tillfällen. En annan förberedelse som han gör, men inte på den lektionen vi var och observerade, är att ta fram problemuppgifter som hör ihop med området de arbetar med. Han tillägger att han kopplar problemlösningen till området de arbetar med för att eleverna ska få en ökad förståelse. Att ta fram problemuppgifter som är relevanta till området de arbetar med ser även L3 som en utmaning.

L3 säger att han låter eleverna lösa uppgifterna enskilt för att sedan gå upp och redovisa det framme vid tavlan inför helklass. Framme vid tavlan redovisas både felaktiga svar och korrekta svar, vilket bidrar till klassrumsdiskussioner om uppgiften. Han vill skapa en trygg grupp där det är okej när det blir fel. Han arbetar även efter EPA. Eleverna behöver inte flytta på sig i klassrummet när de arbetar enligt EPA eftersom de redan sitter nivåanpassat. L3 förklarar att bänkgrannen ska fungera att arbeta med i alla ämnen.

De enda nackdelen som L3 ser med problemlösning är att det tar tid och att det kan bli mycket läsning för de svaga läsarna. Han har deltagit i matematiklyftet och ser genom det fler fördelar med problemlösning och att de får en djupare förståelse inom matematik.

För att se vilka utmaningar som väntar för eleverna, säger L3 att han löser uppgifterna först själv. Utmaningar som L3 stöter på är att eleverna ger upp lätt, de vill se svaret direkt. Eleverna vill inte prova sig fram eller så provar de endast en strategi för att lösa uppgiften. Genom att L3 har enskilda samtal med eleverna om vad som krävs av dem, förklarar att det får ta tid och att ger dem stöd när det blivit fel motiverar han eleverna att fortsätta. L3 ser

även en utmaning i att se om eleverna har påbörjat uppgiften, detta undviker han genom att se till att alla elever börjar på uppgiften. Att hitta uppgifter på elevernas nivå ses även det som en utmaning av L3. Detta undviker han genom att ta reda på vilken nivå eleverna ligger på.

L3 valde uppgifterna till lektionen vi var och observerade för att vi som studenter skulle få se eleverna använda olika lösningar och olika strategier. Han ville få dem att använda fler strategier än endast strategien rita, för att komma fram till en lösning. Den största utmaningen som L3 upplevde med uppgiften var att få dem att använda flera olika strategier. L3 väljer uppgifter utifrån det område de arbetar med på de andra matematiklektionerna och utifrån vilka strategier han tycker de behöver arbeta mer med.

För att kunna bedöma eleverna samlar L3 in böckerna där de har klistrat in uppgifterna på sidan där de löser uppgiften, han ska kunna följa deras uträkningar. Han använder sig av matriser där eleverna får fylla i vilken nivå de ligger på. Han bedömer dem även när de redovisar sina svar och deltagandet i klassrummet vid diskussioner.

L3 ger eleverna som behöver utmaning extrauppgifter eller ber dem göra en liknande uppgift som den de precis löst. Till de svaga ger han uppgifter mer anpassat efter deras nivå. De kan även få uppgifterna upplästa och läraren ser till att de har förstått uppgiften innan de börjar på den.

## **6.4 Lärare 4**

### **6.4.1 Observation**

L4 läser upp problemlösningssuppgiften och förklarar för eleverna hur ska utföra uppgiften, se bilaga 7. L4 ber en elev berätta vad det är de ska göra. L4 delar in eleverna i par, några elever får vara tre tillsammans. Eleverna ska slå två tärningar och multiplicera talen med varandra. Varje par ska bestämma vilka tre nummer mellan 2 och 36 de tror det oftast kommer bli, och förklara varför de valt just de numren. De två par som sedan spelar tillsammans får inte välja samma nummer. Eleverna får i par diskutera vilka nummer de ska välja, och L4 säger att det är viktigt att ni förklarar varför ni väljer de nummer ni väljer. Läraren går runt i klassrummet och ställer frågor.

*Varför väljer ni det talet? Ni måste förklara varför.*

*Hur stor är sannolikheten att ni får en sexa eller en tvåa?*

Två par ska sedan tillsammans slå tärningarna 100 gånger, för att se vilket nummer som kommer oftast. Varje gång som det blir den summan som är samma nummer som paret har valt tidigare, får de en poäng. L4 skriver på tavlan:

*Varför nummer ?*

L4 är aktiv och går hela tiden runt i grupperna och ställer frågor. Det är intresse och engagemang hos eleverna. Läraren frågar:

*Vilket nummer blir det oftast? varför?*

*Stämmer det med sannolikheten?*

L4 ritar en multiplikationstabell med 1-6 lodrätt och 1-6 vågrätt på tavla och säger till eleverna att det kan vara till hjälp.

L4 avbryter när eleverna har fått fram ett resultat. Nu ska vi tänka utifrån sannolikhet.

L4: "Hur många olika sätt eller resultat kan det bli?" "Vilket svar är det störst sannolikhet att det blir?"

L4 skriver två frågor på tavlan som paren ska fundera på. Vilka borde det bli flest gånger? Vilka kan det inte bli? Eleverna diskuterar i par. L4 går runt och ställer frågor.

*Tror ni att ni kan ha hjälp av att göra en tabell som på tavlan?*

*Hur många gånger kan man få tolv?*

L4 säger till eleverna att man kan få sex multiplicerat med två, men man kan också få två multiplicerat med sex. L4 visar detta med tärningarna.

*På hur många olika sätt kan det bli sex?*

*Om vi tänker på tärningarna, kan man få sju då?*

L4 frågar eleverna om de behöver mer tid, och eleverna svarar ja. Då fortsätter vi så får ni redovisa era lösningar imorgon, fortsätter L4.

Läraren frågar eleverna vilket tal som är vanligast och hur stor sannolikhet det är att det blir det talet. Eleverna arbetar vidare en stund, sedan avbryter L4 och säger att det är dags att plocka ihop och att eleverna får fortsätta imorgon.

### **6.4.2 Intervju**

L4 säger att förberedelser som krävs för att skapa förutsättningar för undervisning i problemlösning är veta vilken nivå eleverna är på och utifrån det anpassa uppgiften. Detta för att det ska bli problemlösning för så många som möjligt. L4 löser inte alltid uppgifterna själv, men funderar på möjliga vägar eleverna kan välja till en lösning. Då kan L4 på ett bättre sätt ge ledtrådar för att styra eleverna dit det är tänkt att de ska komma med uppgiften. För att kunna veta vilka utmaningar som väntar så gäller det att känna sina elever och veta hur de tänker, menar L4. Lösningar som man själv inte har tänkt på kommer alltid att dyka upp, det är för att man är matematiklärare och att man har det matematiska tänket, fortsätter L4. L4 menar att alla elever har inte det och då kan det finnas lösningar som man inte har tänkt på, men det innebär inte att det är sämre lösningar utan ett annat sätt att tänka bara och ser det som en fördel för diskussionerna i undervisningen.

L4 försöker att variera arbetssätt och metoder, men har alltid med inslag som innebär att eleverna diskuterar med varandra. Ibland jobbar eleverna enskilt och ibland arbetar de i grupp. L4 uttrycker att diskussionerna är viktiga i matematiken för att tankarna blir synliga och man får förklara hur man tänker. Fördelar med diskussioner är att eleverna tvingas att vara delaktiga, jämfört med om man undervisar framme vid tavlan. L4 upplever att eleverna tycker att det är roligt när det inte är givet hur man ska göra, utan att man får fundera och hitta egna vägar fram till en lösning. Största nackdelen menar L4 är osäkerhet kring om man täcker in alla delar som man ska ha i undervisningen, följer man en bok så vet man att man täcker in de olika delarna i matematiken. Vid problemlösning är det inte alltid att eleverna arbetar med det som var tänkt, utan de hittar andra vägar fram till lösningen, och då kan vissa elever missa det innehåll som var tänkt. Det är en utmaning eller svårighet menar L4.



När L4 delar in eleverna i grupper så varierar han. Ibland är det slumpmässigt och andra gånger kan det vara två starka elever, för att de ska kunna diskutera och få djupare förståelse för att utvecklas. Att dela in eleverna socialt funkar i denna klass, men kan vara en svårighet i andra.

Vid problemlösning så upplever L4 att det finns elever som har svårt att komma igång, och att eleverna inte vet hur de ska angripa problemet. Som lärare behöver man vara förberedd på det så att man kan hjälpa eleverna med ledtrådar eller metoder för att komma igång med arbetet. Viktigt är att man inte avslöjar för mycket, för då försvinner momentet med problemlösning. Genom träning, att vänja eleverna vid arbetssättet och att få eleverna att förstå att det inte finns någon rätt eller fel lösning utan bara olika lösningar, så kan man få bort en osäkerhet från eleverna att göra fel, vilket kan hålla dem tillbaka.

L4 väljer uppgifter som kopplar till det tema som de arbetar med i matematiken. Att motivera sina svar matematiskt var en utmaning vid observationstillfället enligt L4. Det var svårt för eleverna tänka på sannolikhet, utan de gick mer på känsla.

L4 uttrycker att lektioner aldrig riktigt blir som man har tänkt sig, och trodde att det skulle bli mer tankar på sannolikhet. Eftersom det inte blev så, ville L4 att eleverna skulle använda sig av en multiplikationstabell för att få igång diskussioner om sannolikhet.

Anpassningar till starka och svaga elever kan göras med öppna uppgifter, där det inte finns något givet svar, menar L4. Framförallt är det sättet att redovisa på som skiljer, och de starkare eleverna förväntas ha en lösning med mer korrekt matematiskt språk. Samma uppgift, men redovisning på olika nivå kan vara en anpassning, menar L4.

## **7. Analys**

I detta avsnitt kommer en analys av det empiriska arbetet att redovisas med koppling till litteraturoversikten och våra forskningsfrågor. Vi kommer att analysera en lärare i taget, för att synliggöra vad vi har uppmärksammat hos varje enskild lärare.

## 7.1 Lärare 1 (L1)

L1 förklarar i intervjun att den största förberedelsen som krävs vid problemlösning är att veta vilken nivå eleverna ligger på för att sedan kunna anpassa problemlösningssuppgifterna efter deras nivå, precis som Löwing (2004) skriver om att läraren måste ha ett samspel med sitt kunnande om undervisningens innehåll i kombination med val av lämpliga arbetsformer för att det ska ge resultat för eleverna, detta är även något Ahlström (1996) tar upp. Nivåanpassning av själva uppgiften är inget vi ser under observationen, alla elever blir tilldelade samma uppgift utifrån en kapitelbok. Istället har hon gjort anpassningar genom att stötta extra där det behövs genom ledande frågor och vuxenstöd. Följdfrågor gör att eleverna får tänka över själva processen i uträkningen och får fundera över om uträkningen kan utläsas och vara till hjälp av någon annan (Grevholm m.fl., 2012).

En av de stora utmaningarna som L1 pratade om i intervjun är att få eleverna att förstå att problemlösning tar tid, det enda sättet hon anser att man kommer runt det är genom att tvinga eleverna att diskutera och att övertyga dem att det får ta tid. Här ser man att hon försöker lära eleverna att ha ett speciellt förhållningssätt till matematik. Det ska vara fokus på eleven och eleven ska komma fram till svaret själva, de ska bli utmanade och lära sig av varandra (Grevholm m.fl., 2012).

Genom att läraren skapar ett engagemang under lektionen håller man engagemanget i diskussionerna uppe och fler elever visar intresse (Ahlström, 1996), detta var något man såg under observationen när eleverna och L1 hjälps åt att fylla i det centrala i det föregående kapitlet de läst. Det syns även på slutet av lektionen när L1 ställer frågor till eleverna och olika elever får svara, även om det var en följdfråga. Detta skapar ett öppet klassrum som Holden (2001) och Malmer (2002) menar är viktigt, eftersom det skapar fler diskussioner och ett större engagemang. L1 visar även att hon har ett öppet klassrum genom att hon leder eleverna med hjälp av att ställa ledande frågor och förklarar för dem, så de kommer in på rätt väg till lösningen vilket Ahlström också menar.

Under observationen såg man och under intervjun pratade vi om vikten av att ha grupper. L1 fokuserar mycket på mindre grupper för att sedan diskutera det i helklass. I mindre grupper

kan elever och lärare skapa sig mer förståelse för hur eleverna tänker (Ahlström, 1996). Petersen (2012) skriver om ökad förståelse inom matematik ger ökad motivation hos eleverna. Den informationen L1 fick in vid gruppdiskussionerna använde hon sig av vid diskussionen i helklass vilket Smith och Stein (2014) skriver att det ska användas till.

## **7.2 Lärare 2 (L2)**

L2 menar att bra förberedelser inför problemlösning är att hitta bra problemuppgifter som är anpassade till rätt nivå för eleverna, och enligt Scott (2010) är det lärarens uppgift att tolka och utmana eleverna för att eleverna ska utvecklas. Ahlström (1996) menar också att det behövs god kunskap om elevernas förutsättningar för att föra matematiken på rätt håll. L2 har uppgifter med lite text och ett enkelt språk något som också är viktigt i klassen. Som Ahlström (1996) och Grevholm (2012) skriver så är det ibland orden som är problemet och inte matematiken och då blir det inte en problemuppgift. Att som lärare fundera på vad som kan bli en utmaning för eleverna och vad som behövs förklaras eller förtydligas är en del av förberedelsen för L2. Att vara förberedd och att kunna förutse strategier som eleverna kommer att använda gör att läraren kan fokusera på uppgiften och lyssna på eleverna, istället för att improvisera i stunden (Smith & Stein, 2014). För att undvika svårigheterna har eleverna uppgiften framför sig när de går igenom uppgiften i helklass.

Svårighet med ord och begrepp och hjälpa elever att förstå uppgiften utan att avslöja för mycket, för då blir det inget problem ser L2 som en utmaning. Få elever att förklara hur de tänker är också en utmaning för L2, det gäller att få eleverna att tänka på att göra uträkningar som ska kunna utläsas av andra och vara en hjälp till de svagare eleverna (Grevholm m.fl., 2012). En annan utmaning är att eleverna inte vågar prova, eller inte vet hur de ska angripa uppgiften. L2 anser att det är hennes uppgift att vara stöd och hjälpa eleverna våga eller angripa uppgiften. Läraren måste backa upp eleverna så att de vågar argumentera för sina idéer, och respekt för att de gör en ansträngning och försök att hitta lösning (Ahlström, 1996). Hitta andra lösningar när någon elev har redovisat lösning är också en utmaning som L2 har löst genom att den elev som anses ha de rätta svaren inte får redovisa först, men även träna eleverna på att dela med sig av sina lösningar, matematiska diskussioner skapar ökad

förståelse och djupare förståelse skapas när eleverna förklarar eller hör andra förklara (Boaler, 2011). Här är det viktigt med ett öppet klassrumsklimat som Holden (2001) och Malmer (2002) tar upp, så att alla elever känner sig trygga med att dela med sig av sina lösningar och ställa frågor. L2 stöttar genom att ställa ledande frågor som hjälper eleverna mot en lösning.

För att undvika svårigheter går L2 igenom uppgiften i helklass och klargör sådant som hon tror kan vara en utmaning för eleverna, och när L2 väljer uppgifter gör hon det utifrån det område som behandlas inom matematiken för att eleverna ska få djupare förståelse. För att eleverna ska lära det som är tänkt, måste uppgiften vara kopplad till de mål som finns för lektionen (Smith & Stein, 2014). Vid gruppindelning undviker L2 att dela in eleverna socialt, eftersom eleverna då hellre pratar om något annat än matematiken. EPA är det arbetsätt som används övervägande i undervisningen. L2 vill att eleverna ska tänka enskilt först och sedan diskutera i par, så att alla får en chans att prata matematik. Det skapas mer förståelse när de arbetar i små grupper genom att de får mer tid på sig att tänka (Ahlström, 1996). Sedan lyfter L2 redovisningar i helklass, och under observationen såg vi att anledningen är att synliggöra olika lösningar och strategier. L2 är aktiv under lektionen och går hela tiden runt bland de olika grupperna för att se olika lösningar eller hjälpa eleverna vidare med följdfrågor. När läraren går runt i klassrummet så skapas en överblick av olika lösningar och strategier som kan användas vid diskussion i helklass (Smith & Stein, 2014).

### **7.3 Lärare 3 (L3)**

L3 pratade om vikten om att veta vilka strategier som ska övas under lektionen, vilket vi såg under observationen. Eleverna fick ta del av tre olika uppgifter där möjligheten fanns att använda olika strategier och han förklarar även för eleverna att det finns minst tre olika strategier att använda för att lösa uppgifterna. Eleverna behöver lära sig flera strategier i skolan för att senare kunna använda sig av dem i livet (Karlsson & Kilborn, 2015). Smith och Stein (2014) tar upp att olika sorters uppgifter kan ge olika möjligheter till lärande.

L3 förklarar under intervjun att han använder problemlösning precis som Lester och Lambdin (2006) skriver, för att eleverna ska få ökad förståelse till matematiken. Detta kan man tydligt se under andra uppgiften som L3 låter eleverna arbeta med, där eleverna ska lösa en uppgift

som går ut på att desto fler huvud du hugger av desto fler kommer det upp. L3 går runt bland eleverna för att se vilket svar de fått och samlar då på sig information som han senare använder vid diskussion i helklass (Smith & Stein, 2014).

Eleverna fick först lösa uppgifterna enskilt för att sedan redovisa det framme vid tavlan, men under intervjun berättar L3 att han även låter eleverna arbeta efter metoden EPA. Detta gör att eleverna får tid på sig att tänka först själv innan de diskuterar med någon annan, när eleverna har tid på sig att tänka skapas mer förståelse (Ahlström, 1996). När L3 väljer uppgifter gör han det utifrån det område som behandlas i matematiken för att eleverna ska få djupare förståelse.

Med intervjun och observationen fick vi syn på att L3 arbetar efter Smith och Stein (2014) fem undervisningspraktiker, genom att han löser uppgiften själv först och kan han då använda sig av punkten *förutse*. Han väljer även då de matematiska problemen med medvetenhet och på det sättet kan arbetssättet ändras och utvecklas (Ahlström, 1996). Punkten *överblick* kunde vi delvis se under vår observation, eftersom L3 mestadels satt framme vid sin dator, men gick runt hos eleverna mer på slutet. När eleverna fick redovisa svaren valde han elev genom att fråga vilket svar de kommit fram till och kunde då använda sig av punkten *välja ut*. Han använder punkten *ordna* genom att han låter eleverna redovisa sina svar med hjälp av tavlan och då kan eleverna få svaren mer konkret framför sig. Eleverna får samtidigt öva på att uträkningarna ska vara så tydliga att de ska kunna utläsas av klasskamraterna (Grevholm m.fl., 2012). Punkten *koppla ihop* används även den vid elevernas redovisningar framme vid tavlan. Där ser eleverna varandras olika lösningar. När eleverna får redovisa i helklass sker en djupare förståelse av problemet menar Boaler (2011). Eftersom både rätt och fel svar redovisas framme vid tavlan skapas diskussioner som bidrar till ett öppet klassrumsklimat (Holden, 2001; Malmer, 2002).

I intervjun pratade L3 om att en utmaning inom problemlösning är att få eleverna att förstå att det ska ta tid. För att eleverna ska få mer förståelse om vad som krävs av dem inom problemlösning har han enskilda samtal. Här ser man att han försöker lära eleverna att ha ett

speciellt förhållningssätt till matematik. Fokus ska ligga på eleven och eleverna ska komma fram till svaret själva, de ska bli utmanade och lära sig av varandra (Grevholm m.fl, 2012).

## **7.4 Lärare 4 (L4)**

Att veta vilken nivå eleverna ligger på och anpassa uppgiften efter det är en förberedelse som är viktig för L4, för att det ska bli problemlösning för så många som möjligt. Skott (2010) ser det som viktigt att lärare kan tolka och utmana sina elever för att de ska utvecklas och Grevholm m.fl. (2012) menar att det är viktigt att anpassa problemet till elevgruppen. Genom att fundera på hur eleverna kan tänkas lösa uppgiften så kan L4 vara förberedd och ge eleverna ledtrådar för att styra eleverna in i den matematik som var tänkt med lektionen. Det gäller att känna sina elever och veta hur de tänker för att veta vilka utmaningar som väntar, menar L4. Att vara förberedd och att kunna förutse strategier som eleverna kommer att använda gör att läraren kan fokusera på uppgiften och lyssna på eleverna, istället för att improvisera i stunden (Stein & Smith, 2014).

Vid observationen så var L4 tydlig med sina instruktioner för att alla skulle förstå uppgiften. L4 gick även runt i klassrummet och ställde frågor för att hjälpa eleverna vidare. Följdfrågor som hjälper eleverna är viktiga enligt Grevholm (2012) och Rundgren (2008) för de hjälper eleverna vidare mot en lösning. Enligt L4 dyker det alltid upp lösningar som man inte kan förutse, eftersom alla elever inte har det matematiska tänket som läraren och många elever har. Det leder till bredare diskussioner och olika sätt att tänka. Med många olika lösningar som ställs mot varandra så kan eleverna se hur man kan lösa en uppgift på olika sätt och det kan leda till djupare diskussioner (Grevholm m.fl., 2012).

L4 varierar arbetssätt och metoder, men poängterar vikten av diskussionen med andra, för elevens tankar blir synliga när man förklarar för andra. Diskussioner innebär att alla tvingas vara delaktiga säger L4. L4 upplever att eleverna tycker det är roligt och är engagerade när det inte finns någon given lösning, utan får fundera sig fram till en egen lösning. Holden (2001) och Carlgren och Marton (2001) uttrycker att för eleverna ska ta sig an en uppgift är det viktigt att de har roligt och känner engagemang.

En nackdel med problemlösning är att eleverna ibland hittar lösningar som inte är kopplat till den matematik som var tänkt och då kan de missa viktigt innehåll i matematiken, och det är en utmaning för L4. L4 har tydliga mål, vet vad eleverna ska lära sig och vilken matematik som ska synliggöras, vilket också Stein och Smith (2014) ser som viktigt i undervisningen.

Vid problemlösning finns det elever som har svårt att komma igång och vet inte hur de ska angripa problemet och genom att vara förberedd kan man ge ledtrådar eller metoder för att få igång eleverna. Viktigt att inte avslöja för mycket, då blir det inte problemlösning. Elevers känsla av att göra fel kan hålla dem tillbaka och det kan man undvika genom träning, och att berätta för eleverna att det inte finns något rätt eller fel utan endast olika lösningar, menar L4. I ett öppet klassrum där misstag välkomnas och man vågar ställa frågor kan eleverna känna sig trygga (Holden, 2001; Malmer, 2002). När L4 väljer uppgifter så ska de vara tydligt kopplade till det aktuella tema inom matematiken för att eleverna ska få djupare förståelse. Smith och Stein (2014) påstår att uppgiften måste vara tydligt kopplad till målen för lektionen så att eleverna lär sig det som är tänkt. L4 använder sig av öppna uppgifter för att anpassa till starka och svaga elever, eftersom det inte finns något givet svar kan eleverna arbeta utifrån sina egna förutsättningar.

## **7.5 Sammanfattning**

De fyra lärare som vi har observerat och intervjuat har tydliga instruktioner till eleverna innan man börjar på uppgiften, för att klargöra begrepp och svåra ord så att inte det är en svårighet för eleverna. Lärarna anser att det är viktigt att veta på vilken nivå eleverna ligger på och därefter anpassa uppgifterna. Att Problemlösning tar tid är något som de fyra lärarna upplever svårt för eleverna att förstå och det är en utmaning. Samtliga lärare har ett förhållningssätt som bygger på att eleven själv ska komma fram till en lösning, de ska bli utmanade och hjälpa varandra. De fyra lärarna menar att det är viktigt med ett öppet klassrum där alla elever känner sig trygga, för att synliggöra olika lösningar och strategier. De använder sig av EPA, för att alla elever ska ha en möjlighet att tänka. Diskussioner är också en viktig del i klassrummet, och dessutom låter lärarna eleverna redovisa i helklass så att strategier och metoder blir synliga för alla elever. Att aktivt arbeta med olika strategier är något som alla

lärarna gör för att elever ska kunna angripa problem på olika sätt. Samtliga fyra lärare ställer ledande frågor och följdfrågor för att hjälpa eleverna vidare i diskussioner mot en lösning av problemen.

## 8. Slutsatser

Här kommer vi dra slutsatser utifrån analysen av de fyra olika lärare vi intervjuat och observerat. Slutsatser om likheter och olikheter mellan de fyra olika lärarna kommer att göras.

En stor utmaning för lärarna som synliggjordes i undersökningen var att veta vilken nivå eleverna ligger på och hitta rätt nivå på problemlösningssuppgifter till eleverna. För att nivåanpassa till eleverna gick alla fyra lärare igenom problemlösningssuppgiften i helklass och var noga med att se till att alla elever i klassen förstod problemet, de förklarade alla svåra begrepp och ord för eleverna. Ord och begrepp får inte vara ett problem i uppgiften, det ska vara själva matematiken som är problemet (Ahlström, 1996; Grevholm, 2012).

En annan stor utmaning som alla fyra lärarna diskuterade i intervjun var att få eleverna att förstå att problemlösning inom matematik ska ta lång tid, det är inte hur många uppgifter du gör utan hur mycket du har utvecklats inom matematiken som är fokuset i problemlösning (Skolverket, 2015). Lärarna hade olika sätt att angripa detta problemet; L1 hade metoden att tvinga dem till diskussion och få dem att förstå att det ska ta lång tid med problemlösning, L2 arbetar mer efter att finnas där som ett vuxenstöd för att de ska våga argumentera för sina tankar, L3 metod var att ha enskilda samtal med eleverna för att diskutera med eleverna vad som krävs av dem, L4 ger sina elever ledtrådar och metoder för att de ska komma igång, han förklara även för sina elever att det inte finns något rätt eller fel utan bara olika lösningar. Alla fyra lärare försöker lära sina elever att ha ett speciellt förhållningssätt till problemlösning, fokus ska ligga på eleven och eleverna ska komma fram till svaret själva, de ska bli utmanade och lära sig av varandra (Grevholm m.fl, 2012). Lärarna ska endast finnas där som vuxenstöd och stötta eleverna att argumentera för sina lösningar (Ahlström, 1996).



Det öppna klassrumsklimatet är något alla fyra lärarna arbetar med i sina klassrum. De arbetar på att misstag ska byggas på och en öppenhet i klassrummet där alla elever vågar ställa frågor och känner sig trygga (Holden, 2001; Malmer, 2002).

Att arbeta med strategier är något som alla fyra lärarna är överens om, med flera olika strategier har eleverna möjlighet att angripa problemen på flera sätt. Problemlösning bör handla om att elever genom matematiken lär sig lösningsstrategier som är användbara hela livet, menar Karlsson och Kilborn (2015).

Samtliga lärare arbetar enligt EPA och menar att det är viktigt att eleverna får tänka själva innan de diskuterar, så att alla har något med sig in i diskussionen med sin klasskamrat. När eleverna är i mindre grupp skapas mer förståelse (Ahlström, 1996) och ökad förståelse ger ökad motivation (Petersen, 2012). Alla lärarna i undersökningen uttrycker också att det är viktigt med redovisning och diskussioner i helklass för att synliggöra strategier och metoder. Lärarna samlade information till helklassdiskussioner när de gick runt i klassrummet och lyssnade på de mindre grupperna vilket Smith och Stein (2014) skriver att lärare ska göra.

Något som de fyra lärarna också använder sig av är att ställa ledande frågor och följdfrågor när de gick runt i klassrummet, för att hjälpa eleverna mot en lösning eller i riktning mot den matematik som var tänkt med uppgiften. Smith (2011) uttrycker att om läraren går runt i klassrummet fås en överblick av lösningar och tankar som sedan är användbara i helklassdiskussion. Då kan följdfrågorna styras så att de hjälper eleverna vidare inom matematiken.

En utmaning alla lärare uttryckte, var de elever som hade svårt att angripa problemet eller som helt enkelt ger upp. För att undvika detta i möjligaste mån så gäller det att känna sina elever, kunna ge ledtrådar/ställa frågor eller ge förslag på användbara strategier till eleverna.

L1 och L4 är de enda lärare som under observationen använder sig av laborativt material. L1 tar hjälp av en spegel och L4 av tärningar, och det skapar ett större intresse och engagemang hos eleverna. En viktig förutsättning för att elever ska känna sig motiverade och ta sig an en uppgift eller aktivitet är att eleverna upplever det som roligt eller intressant (Carlgren &

Marton, 2001). I dessa klasser blev det mer spontana samtal och diskussioner och eleverna var mer aktiva, upplevde vi.

## **9. Diskussion**

Genom att göra en litteraturoversikt över det område som vi skulle undersöka så fick vi god kunskap om området. Det var till stor nytta när vi gjorde våra observationer och intervjuer. Vid observationerna visste vi vad vi skulle fokusera på, eftersom vi hade våra forskningsfrågor som hjälp, och vid intervjuerna kunde vi ställa följdfrågor när det var lämpligt för att vi hade satt oss in i ämnet. Vi kommer nu att diskutera våra resultat och slutsatser och koppla det till litteraturen, samt syfte och frågeställningar. Därefter ges förslag på hur man vidare kan undersöka området.

### **9.1 Metoddiskussion**

I vår undersökning har vi använt oss av kvalitativa metoder och det huvudsakliga målet med kvalitativ forskning är att få förståelse och kunskap om ett fenomen som rör personer och olika situationer i deras vardagliga sociala verklighet (Dalen, 2007). Vi vet att det inte går att generalisera något eftersom vi endast observerar och intervjuar fyra lärare. Det vi kan se är vad de fyra lärarna har gemensamt. Vi menar att validiteten i våra metoder är däremot god, eftersom vi samlar in information som är relevant för våra forskningsfrågor (Larsen, 2009). Reliabiliteten ser vi som låg, när det gäller att andra forskare skulle göra samma undersökning och komma fram till samma slutsatser. Däremot genom att skilja noggrant på vad vi sett vid olika tillfällen och vem som sagt vad så är reliabiliteten god (Larsen, 2009). Vid observationen kan vi se med egna ögon vad som sker i undervisningen och vid intervjun kan vi ställa följdfrågor så att vi får svar på det som vi ser som angeläget för vår undersökning. Intervju kan användas som huvudmetod vid insamling av kunskap, men kan också användas som ett komplement till någon annan forskningsmetod (Dalen, 2007).

Vi påbörjade vår första intervju med ett färdigt frågeformulär som vi gick igenom. Men under den första intervjun märkte vi att vid en del svar från läraren behövdes det ställas följdfrågor

för att klargöra vad hon egentligen menade. Vissa svar kan tolkas på olika sätt och för att minska risken för feltolkningar så behövs det ibland ställas följdfrågor. Lärarnas svar på våra frågor blir en tolkning från vår sida, så det kommer man aldrig helt ifrån.

När vi observerade lärarna så valde vi att inta en passiv roll för att inte påverka undervisningen eller det som hände under lektionen. I de klassrum som vi besökte så var eleverna vana vid att ha besök, så vår närvaro kändes naturlig. Eleverna fokuserade på de uppgifter som de blev tilldelade, men enstaka elever visade intresse för oss. Det som kan vara negativt i den passiva rollen är att man inte kan vara delaktig i de diskussioner som äger rum i undervisningen och kunna höra eller se vad läraren gör hela tiden.

Vårt perspektiv utgår ifrån att vi observerar hur läraren arbetar och vilka svårigheter eller utmaningar som lärarna upplever vid arbete med problemlösning.

## **9.2 Resultatdiskussion**

De resultat som vi har kommit fram till menar vi att man inte kan generalisera. Detta eftersom vi endast har observerat och intervjuat fyra lärare. Det vi kan se är en svag tendens av vad de fyra lärarna har gemensamt i sin undervisning.

Under våra observationer såg vi inte någon nivåanpassning på själva uppgifterna till enskilda elever utan alla elever fick samma uppgift och den var anpassad till elevgruppen. Alla fyra lärare gjorde ett medvetet val av uppgiften vilket enligt Ahlström (1996) kan göra att arbetssättet ändras och utvecklas framåt. Nivåanpassning gjordes av lärarna genom att läsa uppgifterna högt, förklara svåra ord och se till att alla elever förstod innan uppgiften påbörjades. Genom att göra detta kan man undvika svårigheten att eleverna får problem med svåra ord och begrepp istället för matematiken. Som lärare skulle man ju kunna använda sig av öppna uppgifter eller rika matematiska problem, där eleverna kan medverka utifrån sina egna förutsättningar. Lärarna gjorde även nivåanpassning av uppgiften när den var påbörjad genom att gå runt till eleverna och ställa ledande frågor för att eleverna skulle komma vidare. Den enda av de fyra lärarna som inte gjorde det under hela lektionspasset var L3 som satt vid

sin dator till stor del av lektionen, vilket kan ha bidragit till att han såg en utmaning att se om alla eleverna hade påbörjat uppgiften. Detta gör även att L3 inte har all sin fokus på eleverna, vilket gör att eleverna inte kom fram till svaret själva innan läraren bytte fokus från sin dator till eleverna.

Läraren själv ska lösa uppgiften på så många sätt som möjligt (Smith och Stein, 2014), detta gjorde L3 för att veta vilka svårigheter som kunde dyka upp vid problemlösninguppgiften. De andra tre lärarna förklarade att de tittade på uppgiften för att se vilka svårigheter som kunde dyka upp. Alla tre lärarna var väl förberedda på vilka svårigheter som skulle kunna dyka upp under lektionen därigenom. Det var endast den lektion som L4 hade som inte blev som han tänkt sig, han gjorde en extra uppgift som styrde in eleverna på området sannolikhetslära igen som var hans mål. Han hade ett tydligt mål kopplat till lektionen vilket gör att eleverna lär sig det som är tänkt (Smith och Stein, 2014).

Om eleverna kan koppla sin matematik till verkligheten får de en större förståelse för varför de ska lära sig matematik och arbeta med problemlösning i skolan. Matematik är inget som endast sker i skolan utan det sker överallt, vilket är viktigt för lärarna att visa eleverna. Det gör de genom att låta eleverna arbeta med uppgifter som är kopplade till verkligheten och då skapas även större engagemang och ett större intresse (Boaler, 2011). Uppgifter som är kopplade till verkligheten är något som alla fyra lärarna som vi intervjuat arbetar med, men L3 har även en med drakar (se bilaga 5) som eleverna arbetar med som inte är kopplad till verkligheten. Men där skapar L3 engagemang genom att få igång diskussionerna i klassrummet och eleverna blir nyfikna på vilken uträkning de ska använda sig av för att de ska komma fram till rätt svar. Detta är mycket intressant att se, eftersom det är inte endast kopplingen till verkligheten som läraren skapar som gör att elever blir engagerade utan det är även när läraren skapar nyfikenhet och glädje i matematiken som skapar engagemang och intresse. För att läraren ska kunna skapa nyfikenhet, intresse och engagemang hos eleverna måste läraren hela tiden själv vara nyfiken och, intresserad och ha ett engagemang för matematiken och kunna föra över det till eleverna (Holden, 2001; Boaler, 2011). De fyra lärarna visar sin egen nyfikenhet, intresse och engagemang när de undervisar och blir

intervjuade. De lägger ner tid på att hitta uppgifter och engagerar sig i att hitta svårigheter i uppgifterna som de behöver förklara för eleverna.

Under observationen såg vi även mer glädje och livliga diskussioner hos de eleverna som L1 och L4, detta tror vi är kopplat till det laborativa materialet de använde vilket skapar mer intresse enligt Berggren och Lindroth (2004).

Det öppna klassrummet där alla ska känna sig trygga (Holden, 2001; Malmer, 2002) är något alla fyra lärare arbetar mot, men L2 har inte kommit lika långt i sin process. Det kan man se genom att svaga elever inte vågar redovisa sina svar efter att en stark elev har redovisat sitt svar. Eleverna känner sig inte tillräckligt trygga i sitt klassrum ännu, men vi kan även se att det är en process som är på väg framåt genom att L2 försöker få de svaga eleverna att redovisa sina svar först och kan på det sättet visa att deras uträkning inte är fel utan är endast gjord på ett annat sätt. På detta vis försöker L2 hålla alla elever engagerade, vilket resulterar i att eleverna är med mer i diskussionerna i klassrummet (Ahlström, 1996). Hon gör inte eleverna engagerade endast på detta vis utan hon leder de matematiska diskussionerna som sker i klassrummet, så att alla kommer till tals och kan uppfylla målen. Det är inte endast L2 som leder de matematiska diskussionerna i klassrummet utan det gör även de andra tre lärarna. Även om L3 låter eleverna redovisa ser man under observationen att han är med och styr samtalet i klassrummet för att alla elever ska få komma till tals. Något som alla fyra lärare behöver arbeta mer på är att förlänga betänketiden för eleverna vid klassrumsdiskussioner så att fler elever kan bli delaktiga, vilket är viktigt i det öppna klassrummet för då skapas djupare diskussioner och eleverna får ökad förståelse (Hodgen & William, 2013).

Något som har uppmärksammats de senaste 15 åren är problemlösning genom matematiken. I vår undersökning är det ingen som nämner detta, utan lärarna ser problemlösning som något extra utöver matematikundervisningen för att skapa djupare förståelse inom ett område.

## 10. Avslutande reflektion

Vi vill här göra en sammanfattning av vad vi kommit fram till i vårt arbete utifrån våra frågeställningar.

Med denna undersökning har vi fått syn på att det kan vara svårt att göra nivåanpassade uppgifter när eleverna ska diskutera i grupp, det mest optimala sättet som dessa lärare har visat oss är att nivåanpassa den redan befintliga uppgiften med hjälp av eget vuxenstöd och utmana eleverna genom att ställa högre krav på dem. En utmaning som också uppmärksammats är att det finns elever som har svårighet att komma igång med problemlösning, eller helt enkelt ger upp. Här har vi sett att lärare använder sig av ledtrådar, förslag på strategier eller ledande frågor för att eleverna ska ta sig an uppgiften. Ledande frågor och följdfrågor arbetar lärarna aktivt med för att eleverna själva ska tänka och komma fram till en lösning på problemet.

Lärarna i undersökningen använder sig huvudsakligen av ett arbetssätt där eleven själv först får tänka, sedan diskutera i par och till sist diskutera i helklass (EPA). Enskilt arbete förekommer också vid problemlösning, men då handlar det om att öva på olika strategier. Lärarna använder sig av ett arbetssätt som innebär att eleverna ska få möjlighet att lära sig så många strategier som möjligt. Något vi också uppmärksammade under den lektion där det användes laborativt material, var att eleverna var engagerade och hade roligt.

Lärarna menade också att elever många gånger kan få problem med svåra ord och begrepp, och det kan man undvika genom att förklara och tydliggöra det som man tror kan vara svårt för eleverna innan de börjar med uppgiften.

Att elever har svårt för att komma igång med en uppgift eller lätt ger upp är något som vi inte har uppmärksammat i litteraturen, och som kanske kan vara något att göra en fortsatt studie om. Vad beror det på? Är det för eleverna är vana vid att komma fram till ett snabbt rätt svar? Eller saknar eleverna kanske strategier för att lösa uppgiften? Använda laborativt material? Eller får dem helt enkelt för lite undervisning i problemlösning?

En annan fortsatt studie man kan göra är hur man kan nivåanpassa uppgifter till elever, eftersom lärarna i vår undersökning använde samma uppgifter till alla. Kan man kanske använda rika matematiska problem, där varje elev kan vara delaktig utifrån sina förutsättningar? Eller öppna uppgifter, där det finns många olika svar.

Något som man också skulle kunna göra en studie på är hur det ser ut med undervisning genom problemlösning. Hur vanligt är det?

## 11. Referenser

- Ahlström, R, Bergius, B, Emanuelsson, G, Emanuelsson, L, Holmquist, M, Rystedt, E och Wallby, K. (1996). *Matematik - ett kommunikationsämne*. 1. uppl. Nämnaren: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs Universitet, Mölndal.
- Barbosa da silva, A & Wahlberg, V (1994). Vetenskapsteoretisk grund för kvalitativ metod. I Starrin, B. & Svensson, P. (red.) *Kvalitativ metod och vetenskapsteori*. Lund: Studentlitteratur.
- Bentley, P.O. & Bentley, C. (2011). *Det beror på hur man räknar - matematikdidaktik för lärare*. Liber: Stockholm.
- Berggren, P & Lindroth, M. (2004). *Positiv matematik: lustfyllt lärande för alla*. Solna: Ekelund
- Björkquist, O. (2001). Matematisk problemlösning. I Grevholm, B. (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.
- Boaler, J. (2011). *Elefanten i klassrummet - att lära elever till ett lustfyllt lärande i matematik*. Liber AB: Stockholm.
- Carlgren, I & Marton, F. (2001). *Lärare av i morgon*. Stockholm: Lärarförbundets förlag.
- Dalen, M. (2007). *Intervju som metod*. Malmö: Gleerups utbildning AB
- Grevholm, B (red.). (2012). *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6*. Nordstedt: Stockholm.
- Hodgen, J & Wiliam, D. (2013). *Mathematics inside the black box: bedömning för lärande i matematikklassrummet*. 2. uppl. Stockholm: Liber
- Holden, I. M. (2001). Matematik blir roligt. I Grevholm, B. (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.
- Holmegaard, M & Wikström, I. (2004). Språkutvecklande ämnesundervisning i *Svenska som andraspråk - i forskning, undervisning och samhälle*. Hyltenstam, K. & Lindberg, I. (Red.), Lund: Studentlitteratur.



- Justesen, L. & Mik-Meyer, N. (2010). *Kvalitativa metoder - Från vetenskap till praktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Kvale, Steinar & Brinkmann, Svend (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Larsen, A-K. (2009), *Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. Malmö: Gleerup.
- Lester, F. K. (1996). Problemlösningens natur. I R. Ahlström m.fl. (red), *Matematik – ett kommunikationsämne* (NämnamnTEMA). NCM, Göteborgs universitet, s.85-91.
- Lester, F. K. & Lambdin D. V. (2006) Undervisa genom problemlösning i Boesen, Jesper (red.) *Lära och undervisa matematik - internationella perspektiv*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.
- Lilja, A. (2013). *Förtroendefulla relationer mellan lärare och elev*. Diss. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemman - Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Diss. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Pehkonen, E. (2001). Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I Grevholm, B. (Red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.
- Petersen, A. (2012), Matematik behöver också en berättelse: ett pedagogiskt ledarskap med fokus på elevens motivation. *Acta Didactica Norge - tidsskrift for fagdidaktisk forsknings- og utviklingsarbeid i Norge*, vol. 6, nr. 1, s. 1.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve it*. Second Edition. Princeton: Princeton University Press.

- Reys, R.E., Lindquist, M.M., Lambdin, D.V. & Smith, N.L. (2012). *Helping children learn mathematics*, 10<sup>th</sup>. Hoboken, NJ: John Wiley & sons.
- Rundgren, H. (2008). *Matematikundervisning som fungerar - i verkligheten*. 1. utg. Stockholm: Natur & kultur.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in mathematics i D. Grouws (red.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company, s. 334-370.
- Skolverket (2015), *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2015*. Stockholm: Skolverket.
- Smith, M.S. & Stein, M.K. (2014), *5 undervisningspraktiker i matematik: för att planera och leda rika matematiska diskussioner: med handledning för fortbildning*, 1. utg. edn, Natur & kultur: Stockholm.
- Taflin, E. (2007). *Matematiska problem i skolan - för att skapa tillfällen till lärande*. Umeå: Umeå universitet, Institutionen för matematik och matematisk statistik. Doktorsavhandling. Umeå universitet.
- Ulin, B. (1996). *Engagerande matematik genom spänning, fantasi och skönhet*. Solna: Ekelund.
- Unenge, J, Sandahl, A & Wyndhamn, J. (1994). *Lära matematik: om grundskolans matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.
- Widerberg, K. (2002). *Kvalitativ forskning i praktiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Wyndhamn J, Riesback E, & Schoultz J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Linköpings universitet.

## 12. Bilagor

### 12.1 Bilaga 1

#### Intervjufrågor

1. Vilka förberedelser krävs för att skapa bästa förutsättningar för undervisningen i problemlösning?
2. Vet du vilka utmaningar som väntar lärare och elever? hur vet du det?
3. Hur organiseras arbetet i klassrummet vid problemlösning?
4. Varför organiseras det på det sättet?
5. Vilka för och nackdelar finns det med dessa arbetsätt och metoder?
6. Hur tänker du vid gruppindelning (starka eller svaga elever, socialt, nivå)?
7. Vilka svårigheter upplever du vid problemlösning generellt?
8. Hur kan man undvika dessa svårigheter?
9. Varför valde du denna problemuppgift?
10. Vilka utmaningar för lärare/elev kan du se med uppgiften?
11. Blev lektionen som du tänkt dig? Om inte, varför?
12. Vilka anpassningar kan man göra till starka respektive svaga elever vid problemlösning?

## 12.2 Bilaga 2

Lärare 1 uppgift ett.



### Uppdrag 3 · 5A

Otto har presenterat lösenordet till sin dator som en knepig gåta:

*Lösenordet:*

*är en palindrom,  
blir det samma om det läses i en spegel,  
är ett fyrsiffrigt tal,  
är min mormors födelseår.*

Mattespanarna tar reda på att en palindrom är ett tal eller ord som blir det samma om man läser det framlänges och baklänges.

Vilket är lösenordet?

## 12.3 Bilaga 3

Lärare 1 uppgift två.

### Hur lång är boaormen?

Ni kan vara 1-6 personer för att lösa mysteriet. Klipp ut korten med ledtrådarna och läs upp dem en i taget.

På Zoo i Silvervik finns en glasögonorm, en snok och en boaorm. Med hjälp av informationen på korten kan ni ta reda på hur lång boaormen är.

Snoken är 1,29 m kortare än den längsta ormen.

Snoken är den näst kortaste ormen.

Den kortaste och den längsta ormen är sammanlagt 6,85 m.

Glasögonormen är 1,87 m.

Boaormen är längst.

Glasögonormen och snoken är sammanlagt 5,56 m långa.

## 12.4 Bilaga 4

Lärare 2 uppgift ett.

### Mattebubbel 4:5 procent, decimal, bråk



Vad tror Du?

## 12.5 Bilaga 5

Lärare 2 uppgift två.

### Problemlösning 21/11 2016

På ett fat i klassrummet finns det äpplen, bananer och apelsiner.

Av frukterna är

- hälften äpplen
- en tredjedel bananer, och
- resten apelsiner



a) Hur många äpplen, bananer och apelsiner kan det finnas på bordet?

b) Ge ett förslag till.

## 12.6 Bilaga 6

### Lärare 3 uppgifter

- 1 Vi har ett tal. Vi multiplicerar det med sig självt, lägger till 1, multiplicerar resultatet med 8, lägger till 3 och multiplicerar resultatet med 5. Då har vi 2015.  
Vilket tal hade vi från början?

- 2 Om man hugger av ett huvud på en drake växer det omedelbart ut fem nya. En riddare försökte döda en drake med fem huvuden. Han högg av huvuden, ett efter ett. När sex avhuggna drakhuvuden låg på marken tog riddaren till flykten.  
Hur många huvuden hade draken då?


- 3 På vänster sida av rummet ligger Bea och Pia med huvudet på kudden och på sidan så att de kan se varandra. På höger sida ligger Maryam och Naomi med huvudet på kudden och med ryggar mot varandra. Hur många av flickorna ligger med höger öra på kudden?





## 12.7 Bilaga 7

### Lärare 4 uppgift



# Satsa rätt

## Ett spel för 4–5 deltagare

Här gäller det att satsa på rätt nummer. Två tärningar ska kastas och tärningarnas "ögon" ska multipliceras. Blir det en "trea" och en "femma" får den som satsat på nummer 15 ett poäng.

### Material


Två tärningar och spelmarkörer.

### Spela så här

- Var och en i gruppen ska satsa på tre olika nummer. En i taget markerar ett nummer på spelplanen. Upprepa detta två gånger. Det är inte tillåtet att byta nummer under spelets gång. Tänk efter noga innan du gör dina satsningar!
- Slå båda tärningarna. Den som har markerat det nummer som blir resultatet får ett poäng. Varje deltagare bokför sina poäng. Upprepa detta 100 gånger.
- Den som får flest poäng vinner.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

- Vem vann?
- Förklara för varandra hur ni tänkte när ni gjorde era satsningar.
- Ger vissa nummer poäng oftare än andra? Vilka nummer är det som aldrig ger poäng? Förklara varför.
- Hur hade resultatet blivit om ni hade kastat 1000 gånger? Varför?

nämnares/NCMncm.gu.se/stravornasidan får kopieras