



Högskolan
Kristianstad

Högskolan Kristianstad
291 88 Kristianstad
044-250 30 00
www.hkr.se

Självständigt arbete, 15 hp, för
Speciallärarexamen specialisering matematikutveckling
VT 2022
Fakulteten för Lärarutbildning

Bråkundervisning åk 7

En intervjustudie om hur speciallärare i matematik undervisar åk 7-elever om bråk

Markus Hedin & Cecilia Rose

Titel

Bråkundervisning åk 7 – En intervjustudie om hur speciallärare i matematik undervisar åk 7-elever i bråk.

Engelsk titel

Fractional teaching year 7- An interview study; Special Mathematics Teachers about how to teach fractions in year 7

Handledare

Catarina Wästerlid

Bedömande lärare

Cecilia Segerby

Examinator

Daniel Östlund

Sammanfattning

Bråk och rationella tal är en viktig del av aritmetiken men upplevs av många elever som ett svårt område, deras kunskaper är ej åldersadekvata inom bråkräkning och detta påverkar elevers möjligheter att utveckla grundläggande färdigheter inom talluppfattning. Syftet med denna studie är att bidra med kunskap om hur speciallärare i matematik undervisar åk 7 – elever i bråk, hur de beskriver förutsättningar, utmaningar och möjligheter i arbetet med eleverna. Inom aritmetikundervisningen är bråk och rationella tal en viktig del då elevers konceptuella och procedurella kunskaper om bråk påverkar deras fortsatta studier i matematik. Metoden i studien är kvalitativa intervjuer med speciallärare i matematik. Resultatet från intervjuerna har sammanställts och analyserats med utgångspunkt i Vygotskijs sociokulturella perspektiv och Bruners undervisningsteori. Studiens resultat visar att elever med matematiksvårigheter, Mathematical Difficulties (MD), kan storleksordna stambråk och har viss förståelse för olika representationsformer, men saknar förståelse för del - helhetsbegreppet, multiplikationstabellerna, sambandet mellan multiplikation - division vilket gör det dels svårare att förstå bråkformen, dels förståelsen för att olika bråkuttryck kan representera samma tal. Många elever har svårigheter med att placera bråk på tallinjen. Speciallärarna beskriver hur de med ett varierat arbetssätt skapar en

explicit undervisning där eleverna möter ett nyanserat och rikt språk. Med fysiska verktyg i form av exempelvis bråkmodeller, spel och cuisenairestavar, och medierande verktyg som språket och symboler skräddarsyr speciallärarna undervisningen med didaktiska ställningstaganden som kan kopplas till aktuell forskning, samt ger eleverna möjlighet att gradvis utveckla och fördjupa förståelsen för bråkuttryck. De beskrivna insatserna, som till stor del styrs av organisation och tid, sker i klassrummet med den ordinarie läraren men främst med mindre elevgrupper, där scaffolding var en viktig del av undervisningen.

Ämnesord

Bråk, tallinjen, explicit undervisning, konceptuella kunskaper, procedurella kunskaper, representationsformer, artefakter

Author

Markus Hedin & Cecilia Rose

Title

Fractional teaching year 7- An interview study; Special Mathematics Teachers about how to teach fractions in year 7.

Supervisor

Catarina Wästerlid

Assessment teacher

Cecilia Segerby

Examiner

Daniel Östlund

Abstract

Fractions and rational numbers are an important part of arithmetic but are experienced by many students as a difficult area and incomplete knowledge of fractions affects students' opportunities to develop basic number skills. The purpose of this study is to contribute knowledge about how special mathematics teachers teach year 7 - students with mathematical difficulties, how they describe the conditions, challenges, and opportunities in working with the students. Within the teaching of arithmetic, fractions and rational numbers are an important part as students' conceptual and procedural knowledge of fractions affects their further studies in mathematics. The method in the study is qualitative interviews with special mathematics teachers. The results from the interviews have been compiled and analyzed based on Vygotsky's socio-cultural perspective and Bruner's teaching theory. The results of the study show that students with mathematics difficulties, MD, can order fractions by size and have some understanding of different forms of representation, but lack understanding of the part - whole concept, the multiplication tables, the connection between multiplication - division, which makes it difficult to understand the form of fractions and that different fraction expressions can represent same number. Many students have difficulty placing fractions on the number line. The special teachers describe how, with a varied

working method, they create an explicit teaching where the students encounter a nuanced and rich language. With physical tools such as fractional models, card-games and Cuisenaire rods, and mediating tools such as symbols and mathematical terms, the special teachers tailor the teaching with didactic positions that can be linked to current research, the students are given the opportunity to gradually develop and deepen their understanding of fractional expressions. The activities described, which are largely governed by organization and time, take place in the classroom with the regular teacher but mainly with smaller groups of students, where scaffolding was an important part of the teaching.

Keywords

Fraction, number line, explicit teaching, conceptual knowledge, procedural knowledge, forms of representation, artifacts

Förord

Vi vill först och främst tacka våra familjer för tålamod och stöttning under utbildningen samt vår handledare Catarina Wästerlid som på ett föredömligt sätt hjälpt och väglett oss genom detta examensarbete.

Det har tagit mycket tid i anspråk att skriva examensarbetet, pandemin och Covid-19 har påverkat vårt arbetssätt på både ett positivt och negativt sätt då möjlighet till fysiska möten och distansundervisning på Hkr har bidragit till att vi som författare till detta arbete endast träffats IRL (ansikte mot ansikte) vid ett tillfälle. Med digitala möten och delade dokument har vi trots detta kunnat detta kunnat samarbeta och gemensamt planera, genomföra och dokumentera vårt arbete för att sedan gemensamt sammanställa resultatet. Studiens upplägg planerades inledningsvis och därefter skapades en intervjuguide, intervjuerna delade vi upp och genomförde var och en för sig och transkriberade dem, alla dokument delades digitalt och otaliga mobilsamtal hjälpte oss att reflektera och analysera under arbetets gång. Speciallärarna som ställde upp på intervjuer var mycket hjälpsamma och engagerade under intervjuerna vilket bidrog till vår empiris omfattning. Vi sammanställde empirin vid vårt enda fysiska möte och skrev sedan vårt arbete med hjälp av möten i Meet. De olika delarna i vårt arbete delades upp inledningsvis, där Markus ansvarade för tidigare forskning och Cecilia resterande delar förutom våra resultat- och diskussions-delar, men bearbetning har till stor del skett gemensamt.

Vi har under processen utvecklat våra kunskaper inom de specialpedagogiska och matematikdidaktiska områdena samt utvecklats i vår roll som samtalsledare, viktiga färdigheter i rollen som speciallärare där vi ska förebygga samt undanröja hinder och svårigheter samt utveckla lärmiljöer.

Skåne, våren 2022

Cecilia Rose och Markus Hedin

Innehållsförteckning

1 Inledning	9
1.1 Syfte och frågeställningar	10
1.2 Centrala begrepp	10
2 Tidigare forskning	12
2.1 Matematiksvårigheter.....	12
2.2 Språkliga svårigheter.....	13
2.3 Bråk.....	14
2.3.1 Konceptuellt och procedurellt kunnande	15
2.3.2 Del-helhet.....	15
2.3.3 Förhållande.....	16
2.3.4 Bråk som mått	16
2.3.5 Kvot eller division	17
2.3.6 Operatörer	18
2.3.7 Svårigheter och trösklar med bråk.....	18
2.4 Undervisning	21
2.4.1 Explícita instruktioner.....	21
2.4.2 Undervisning i bråk	23
3 Teori	27
3.1 Sociokulturellt perspektiv på lärande.....	27
3.2 Bruners undervisningsteori	28
4 Metod	30
4.1 Val av metod	30
4.2 Urval av deltagare	30
4.3 Genomförande av intervjuer och databearbetning	31
4.4 Sammanställning av empiri och analysmetod.....	31
4.5 Kvalitet.....	33
4.6 Etiska aspekter	33
5 Resultat och analys	35
5.1 Elevernas styrkor och utvecklingsbehov.....	36
5.2 Undervisningens genomförande.....	37
5.3 Didaktiska ställningstaganden.....	41
5.3.1 Bråk-avsnittet; begrepp och verktyg	41

5.3.2 Digitala verktyg och fysiska spel	45
5.3.3 Sammanfattning av didaktiska ställningstaganden.....	46
5.4 Analys utifrån det sociokulturella perspektivet och Bruners undervisningsteori	46
5.4.1 Artefakter och mediering	46
5.4.2 Proximala utvecklingszonen, scaffolding, interaktion och kommunikation	48
5.4.3 Bruners undervisningsteori.....	49
5.5 Slutsatser	49
6 Diskussion	51
6.1 Metoddiskussion	51
6.2 Resultatdiskussion.....	52
6.3 Avslutande reflektion	56
6.4 Vidare forskning.....	56
Referenslista:	57
Bilaga 1 Intervjuguide	65
Bilaga 2 Missivbrev	67
Bilaga 3 Samtyckesblankett	69

1 Inledning

Utifrån examensmålen för vår speciallärarexamen (SFS 2017:1111) och vårt uppdrag att bidra med att undanröja hinder och svårigheter i lärmiljön och individanpassa arbetssättet för elever i behov av särskilt stöd, har vi haft tankar kring elevers svårigheter med taluppfattning och aritmetik. Hur kan man som speciallärare i matematik bidra till en högre måluppfyllelse? Vi har valt att fokusera på undervisning om bråk, som många elever vi möter upplever som särskilt svårt, och hur speciallärare i matematik organiserar och genomför undervisning i åk 7. Vid studieövergången från mellanstadiet läggs ofta mycket undervisningstid på detta område.

Elevers kunskaper om bråk har visat sig vara faktorer av stor betydelse för elevers möjligheter att generellt tillgodogöra sig fortsatta studier i matematik och i synnerhet området algebra (Dowker, 2019; Fuchs m.fl., 2013; Jordan m.fl., 2013). Bristande kunskaper om bråk har visat sig vara en större faktor när det handlar om huruvida eleverna ska klara matematiken än exempelvis IQ, socioekonomisk status och generella matematikkunskaper (Jayanthi m.fl., 2021).

Studier visar ett samband mellan outvecklade bråkkunskaper och elever som hamnar i matematiksvårigheter, Mathematical Difficulties (MD, (Kaufmann m.fl. 2013; Namkung & Fuchs, 2019 Shin & Bryant, 2015; Siegler & Pyke, 2013).

I USA har flera studier visat att den ordinarie bråkundervisningen inte gynnat de lågpresterande eleverna då dessa visar på liknande svårigheter inom området under hela grundskolan (Namkung & Fuchs, 2019), men även att kunskaperna om bråk inte ökat nämnvärt på de senaste decennierna, varken i Sverige (Nagy, 2017) eller i USA (Tian & Siegler, 2017). På gymnasiet anser lärarna att bristfälliga bråkkunskaper är en av de största orsakerna till att eleverna inte når målen på matematikkurserna (Siegler & Pyke, 2013).

Karlsson och Kilborn (2020) menar att eleverna skulle dra fördel av mer tid för kvalitativ undervisning om tal i bråkform, men att tendensen är den motsatta och då till förmån för decimalformen, som anses lättare (Tian & Siegler, 2017) och även

används mer konsekvent i vardagen. Detta kan då få förödande konsekvenser för elever som har svårt med matematiken och kan bidra till att fler elever hamnar i matematiksvårigheter, (MD).

Vi vill med denna studie utifrån forskning undersöka hur utbildade speciallärare i matematik undervisar åk 7-elever om bråk, hur de beskriver förutsättningar, utmaningar och möjligheter i arbetet med att stödja elevernas kunskapsutveckling. Vi vill bidra med en ökad förståelse för och kunskap om explicit bråkundervisning för elever med matematiksvårigheter, (MD).

1.1 Syfte och frågeställningar

Syftet med denna studie är att undersöka hur undervisningen om bråk i åk 7 organiseras och genomförs av speciallärare i matematik.

Studiens frågeställningar:

- ❖ Vilka styrkor och vilka utvecklingsbehov beträffande bråk har åk 7-elever enligt speciallärarna?
- ❖ Hur undervisar speciallärare i matematik elever gällande tal i bråkform?
- ❖ Vilka didaktiska ställningstaganden gör speciallärare när de undervisar elever med matematiksvårigheter om bråk?

1.2 Centrala begrepp

Här presenteras viktiga begrepp som används i arbetets forskningsavsnitt.

- *Artefakter* är medierande verktyg eller redskap som vi människor använder för att kommunicera tänkandet, vilka kan vara fysiska såsom bråkmodeller eller kortspel, eller intellektuella såsom språket.
- *Explicit undervisning* är en tydlig, målinriktad och strukturerad undervisning där innehållet görs tillgängligt för alla elever.
- *MD* är en förkortning av Mathematical Difficulties, d.v.s. för matematiksvårigheter.
- *Mediering* är ett sätt att benämna samverkan mellan människor och artefakter.

- *Proximala utvecklingszonen*, begrepp som beskriver den nivå som skiljer mellan inläring på egen hand och inläring med vägledning av en vuxen eller kunnig kamrat.
- *Representationsformer* är olika sätt att uttrycka matematiska objekt eller begrepp för att kunna kommunicera matematik. Representationer kan vara ikoniska i form av skisser, bilder och mönster, symboliska representationer utgör siffror, olika matematiska tecken eller bokstäver.
- *Scaffolding* innebär vägledning i undervisningssituationer av en vuxen eller kunnig kamrat.

2 Tidigare forskning

I detta avsnitt redovisas vetenskapligt granskade artiklar och litteratur som är relevanta för vår studie kopplat till studiens syfte och forskningsfrågor.

2.1 Matematiksvårigheter

Matematiksvårigheter, *Mathematical Difficulties* (MD), är ett vanligt förekommande paraplybegrepp för samtliga elever som har svårt för matematik och det refereras i studier till mellan 15–35% av eleverna (Hacker, m.fl., 2019). En mindre andel av dessa elever, fyra till sju procent (i någon studie upp till 14% (Mazzocco & Devlin, 2008)), anses ha större specifika svårigheter (Hacker m.fl., 2019) och benämns med begreppet dyskalkyli, *Developmental Dyscalculia* (DD) som oftast likställs med matematiska inlärningssvårigheter, *Mathematical Learning Disabilities* (MLD) (Karagiannakis m.fl., 2016). De övriga eleverna i MD beskrivs i forskningen exempelvis som lågpresterande, *Low Achievers* (LA). Dock finns ingen konsensus i forskningen som avgränsar dessa begrepp, hur de används och inte heller några generella tester som används internationellt (Karagiannakis m.fl., 2016; Lundberg & Sterner, 2009).

Karagiannakis m.fl., (2016) menar att elever i MLD har skilda kognitiva styrkor och brister, som kan nyttjas eller behöver kompenseras på olika sätt, vilket även gäller för LA. De menar, precis som Lundberg och Sterner (2009), att det är viktigare att utreda orsakerna till att elever hamnar i MD än att kategorisera eleverna i MLD och LA. Dock visar Mazzocco m.fl. (2013) i sin longitudinella studie med 122 elever i åk 4- 8, att elevresultat under tionde percentilen, bland de 10% lägst observerade antal resultat, på ett standardiserat matematiktest har svårare att utveckla vissa bråkkunskaper även under grundskolans senare del, medan LA utvecklar denna kunskap mer samstämmigt med normalpresterande, om än långsammare. De menar därför att det finns en undervisningsmässig fördel att identifiera dessa elever. Vi använder huvudsakligen begreppet *Mathematical Difficulties* (MD) i vår studie då det enda vi vet är att eleverna som respondenterna undervisade var i någon form av MD.

Det gemensamma för elever med matematiska MLD är att de har stora svårigheter med taluppfattning utifrån kognitiva störningar som är bestående över tid. Det kan innebära att de har svårt, eller delvis svårt, att förstå, estimeras och representera tal och mängder. Detta leder till problem med den grundläggande räkningen i högre grad än de mer abstrakta matematiska förmågorna (Lundberg & Sterner, 2009) och påvisas ofta i kombination med andra generella kognitiva svårigheter som språkliga svårigheter, arbetsminnes- och uppmärksamhetsstörningar. (Hacker m.fl., 2019; Lundberg & Sterner, 2009).

Det finns även andra orsaker till att elever har svårigheter i matematik, som exempelvis generella kognitiva svårigheter, matematikängslan, språkstörningar, för lite eller undermålig undervisning (Lundberg & Sterner, 2009)

Brister i de exekutiva funktionerna som arbetsminne, uppmärksamhet och organisationsförmåga kopplas samman med MD. Exempelvis elever som lätt blir distraherade, har svårt att hålla uppgifter i minnet och samtidigt bearbeta dem får svårt att lösa en hel del matematikuppgifter (Karlsson, 2019; Lundberg & Sterner, 2009).

Matematik är ett ämne som är känslomässigt engagerande hos många elever och en rädsla för att misslyckas i kombination med svårigheter att utveckla matematiska kunskaper kan leda till en ängslan för matematiken och mentala låsningar. Matematikängslan kan beskrivas som en oro inför och/eller under arbetet med matematik på en matematiklektion eller ett matematikprov. Matematikängslan kan leda till MD då den skapar hinder för inläring genom att oro påverkar de exekutiva funktionerna negativt, vilket kan leda till svårigheter att plocka fram kunskaper samt att sämre självförtroende resulterar i sämre prestationer i ämnet. (Karlsson, 2019; Lundberg & Sterner, 2009).

2.2 Språkliga svårigheter

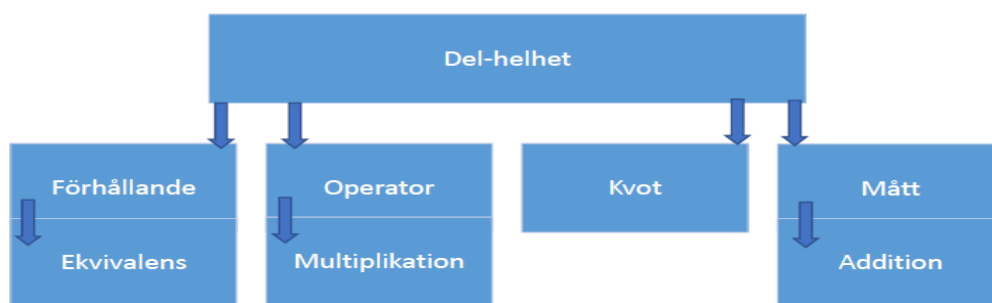
Matematiksvårigheter har kopplingar till verbala svårigheter då kommunikation och resonemang utgör viktiga redskap i inlärningsprocessen (Hacker m.fl., 2019) Den tidiga räkneförmågan kopplas också till språkliga svårigheter då

antalsförståelsen behöver relateras till räkneorden för att bygga upp symbolspråk och en inre tallinje (Dowker, 2019; Lundberg & Sterner, 2009; Woods m.fl., 2018). Språkliga svårigheter kan påverka förmågan att minnas, tyda och förstå matematiska ord och symboler, samt att tolka andras, samt kommunicera sina egna tankegångar och lösningar (Hacker m.fl., 2019).

2.3 Bråk

Det har i matematikdidaktisk forskning gjorts flera olika beskrivningar i kring bråks komplexa och mångfacetterade karaktär. Med symboler och areamodeller av olika slag beskriver Gabriel m.fl. (2012) hur yngre elever kan upptäcka olika representationer och få en lustfylld och naturlig inkörsport till bråk. Tunç-Pekkan (2015) ger exempel på klassrumsaktiviteter där elever fick använda rektanglar, cirklar och tallinjen för att skapa sig en bild av bråk men lyfter fram missuppfattningar som kan uppstå när bildstöd används, exempelvis kan otydliga figurer leda till missuppfattningar.

Bråkets många ansikten kan förklaras utifrån dess olika innebörder, del-helhet, mätning, kvot, operator och förhållande (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Kilpatrick m.fl., 2001). Modellen nedan (figur 1) illustrerar hur förståelsen för del-helhet anses övergripande för de övriga innebörderna och hur dessa i sin tur är länkade till bråkräkning och ekvivalens. Elever behöver förstå varje enskild innebörd, men även erfara relationerna och skillnaderna dem emellan (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007).



Figur 1. Illustrativ bild över de olika innebörderna av bråk, dess länkningar till aritmetiken, ekvivalens och med del-helhet som övergripande innebörd (Modifierad från Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi. D., 2007. s. 296.).

Ett annat sätt att synliggöra bråkets komplexa struktur är att eleverna behöver överbrygga kunskaper mellan konceptuella respektive procedurella förmågor. (Gabriel m.fl., 2012).

2.3.1 Konceptuellt och procedurellt kunnande

Konceptuell kunskap behövs för att tillämpa bråkkunskaperna i olika situationer genom att förstå bråkets representationer (Gabriel m.fl., 2012), bestämma likvärdiga bråk samt kunna jämföra och bestämma bråkmagnituder, d.v.s. storleken på bråk (Misquitta, 2011). Det procedurella kunnandet innefattar bråkberäkningar med de fyra räknesätten för att lösa olika problemuppgifter (Misquitta, 2011).

Det procedurella kunnandet gynnas av explicita instruktioner och adekvata träningsmöjligheter för att eleverna ska ges möjlighet att behärska olika moment (Doabler m.fl., 2018). Enligt Siegler och Pyke (2013) ingår i det konceptuella kunnandet bland annat att förstå vad bråk är, att det beskriver de rationella talen, att det mellan två bråktal finns oändligt många andra bråktal, att bråkets storlek bestäms av det multiplikativa förhållandet mellan täljare-nämnare, att ett bråks storlek ökar när täljarens värde ökar samt när nämnarens värde minskar och att ett bråk representerar ett värde på en tallinje. Flera studier pekar på att kunna jämföra, storleksordna, uppskatta och bestämma storlek på bråk är speciellt viktiga konceptuella förmågor för att utveckla generella bråkkunskaper (Dyson m.fl., 2020; Tian & Siegler, 2017). Hecht och Vagi (2010) kom i sina longitudinella studier med 181 elever fram till att konceptuell kunskap om bråk i högre grad bidrar till elevers beräkning- och problemlösningsförmåga om bråk än tvärtom, men att det finns en växelverkan i kunskapsutvecklingen.

2.3.2 Del-helhet

Innebörden *del-helhet* kan relatera till en eller flera delar av en sammanhängande helhet såsom en kontinuerlig mängd, exempelvis 2 delar av 3 lika stora delar av en tårta, men även till en diskret mängd, där helheten representeras av ett antal objekt, som 2 tårtor av 3 tårtor (Clarke m.fl., 2008; Fuchs m.fl., 2017). Del-helhet illustreras och representeras oftast med en area- eller antals modell (Fuchs m.fl., 2017; Morano m.fl., 2019), som en pizza eller ett antal kulor, men ibland även med

en linjär- eller volymmodell, exempelvis en linjal, tallinje eller literskanna (Clarke m.fl., 2008).

Täljaren och nämnarens betydelser är fundamental i del-helhetsförståelsen och är även bärande i förståelsen för de andra tolkningarna av bråkets innebörder. Som exempel kan ges bråket $\frac{2}{3}$ där 3 (nämnaren) beskriver att 3 lika stora enheter ($\frac{1}{3}$) utgör det hela och att 2 (täljaren) beskriver antalet enheter $2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Det är inte bara nämnaren som beskriver bråkdelenas storlek utan även helhetens storlek d.v.s. $\frac{2}{3}$ av en stor tårta är större än $\frac{2}{3}$ av en liten tårta eller $\frac{2}{3}$ av 12 kulor är en mindre mängd än $\frac{2}{3}$ av 24 kulor (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Clarke m.fl., 2008).

2.3.3 Förhållande

Bråk som förhållande kan användas för att jämföra två mängder eller mått (Clarke m.fl., 2008), som vid skalor, proportioner, funktioner, med mera (Karlsson & Kilborn, 2020). En viktig kunskap för eleven vid jämförelser av mängder med samma enhet är att när den ena mängden (eller måttet) ändras, förändras den andra också, dessutom med samma faktor så att förhållandet förblir oförändrat (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Exempelvis kan förhållanden med samma enhet representeras av en karta där 2 cm på kartan motsvarar 1000 cm i verkligheten (2:1000). Det innebär det att 4 cm (2·2cm) på kartan motsvara 2000 cm (2·1000 cm) i verkligheten eller att 1 cm (2cm/2) på kartan blir 500 cm (1000cm/2) i verkligheten. Att förstå innebörden förhållande är fundamentalt för att utveckla förståelsen för ekvivalenta bråk, förlängning och förkortning (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007), dock ska tilläggas att elevers förmåga att förlänga och förkorta bråk inte nödvändigtvis visar på erövrandet av den konceptuella förståelsen för likvärdiga bråk (Nagy, 2017; Siegler & Pyke, 2013).

2.3.4 Bråk som mått

För att beskriva innebörden av bråket som ett mått används oftast en tallinje (Morano m.fl., 2019) där bråket kan placeras som en punkt med ett visst avstånd från 0, d.v.s. det tolkas som ett tal som visar fraktionernas storlek samt som ett mått på ett intervall (Gabriel m.fl., 2013). Exempelvis kan då $\frac{2}{3}$ motsvaras av sträckan

av 2 st. $\frac{1}{3}$ intervall på tallinjen samt den punkt som befinner sig vid slutet av dessa intervall från 0, som då motsvarar ett specifikt tal (Clarke m.fl., 2008). Vid denna innebörd kan helheten delas i olika storlekar (Clarke m.fl., 2008) och mätningstolkningen ger då sammantaget möjligheten att jämföra och storleksordna bråk (Jordan m.fl., 2013), det vill säga att $\frac{2}{3}$ kommer alltid vara större än $\frac{1}{2}$, då de inbördes inte påverkas av helhetens storlek, som vid del-helhetsinbörden där exempelvis tårtorna kunde vara olika stora.

2.3.5 Kvot eller division

Bråk som kvot skiljer sig från del-helhetsbegreppet genom att täljare och nämnare kan ha olika enheter. I del-helhetsperspektivet beskrivs bråket som två tårtbitar av tre lika stora tårtbitar av en hel tårta, medan bråket i innebörd som kvot kan synliggöra 2 tårtor delat på tre personer (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Som kvot kan bråket även beskriva det exakta svaret på en division med oändliga decimaler (Kilpatrick m.fl., 2001) och visa på likheterna mellan division och bråk, exempelvis kan $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ (Clarke m.fl., 2008).

För att eleverna ska förstå bråk som division behöver de förstå att bråk kan ses som både delningsdivision och innehållsdivision (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Karlsson och Kilborn (2020) poängterar vikten av att yngre elever inte enbart visas multiplikation som upprepad addition vid heltalsoperationer, begreppsförståelsen kring multiplikation och division är viktig för att utveckla förståelse för bråk. Som delningsdivision kan förståelsen ligga, utifrån ovanstående tårtexempel, i insikten att tårtorna är delade i tre lika delar och varje person får två delar av dessa, d.v.s. i hur mycket tårta de får. Innehållsdivision kan i stället beskrivas så som att det finns två tårtor som delas i tredjedelar, till hur många personer tårtorna räcker ($2 / \frac{1}{3} = 6$). Här behöver eleverna förstå att det syftar till hur många lika delar som kan ges av en viss kvantitet (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Vid division med bråk kan täljaren vara större än nämnaren, vilket skiljer också innebörden kvot från del-helhet (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007).

2.3.6 Operatörer

Vid multiplikation kan bråket både öka och minska ett värde, precis som vid division, vilket skiljer sig från heltalsoperationer. Exempelvis ger $\frac{2}{3} \cdot 12$ en mindre produkt än 12 och $\frac{5}{3} \cdot 12$ ger en större produkt (Kilpatrick m.fl., 2001). För att visuellt representera detta kan $\frac{2}{3} \cdot 12$ ses som diskreta mängder, exempelvis kulor, som minskar i antal eller på en tallinje där varje hel, krymps till $\frac{2}{3}$ eller $\frac{2}{3}$ av sträckan 12. Eleven behöver utveckla förståelsen för att multiplikationen kan tolkas som en multiplikation med $\frac{2}{3}$ eller som en multiplikation med 2 och division med 3 (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Karlsson & Kilborn, 2020).

2.3.7 Svårigheter och trösklar med bråk

Matematiska områden där det tar emot, men som eleven behöver behärska för att kunna utvecklas vidare i matematik och inte riskera hamna i MD, kan kallas trösklar (Wästerlid, 2022). I analyser av elevers resultat på olika nationella test har det rapporterats att många elever i både USA (Hwang & Riccomini, 2021; Hwang m.fl., 2019) och Sverige har bristande begrepps- och procedurförmågor inom området bråk (Nagy, 2017). Bråkområdet har visat sig vara ett område som är specifikt utmanande för elever i MD (Hwang m.fl., 2019; Namkung & Fuchs, 2019; Shin & Bryant, 2015) och ett område där kunskapsgapet mot de övriga eleverna växer och blir betydande under grundskolans senare år (Hwang & Riccomini, 2021; Kaufmann m.fl., 2013; Mazzocco m.fl., 2013).

Bristande exekutiva och kognitiva förmågor verkar ha större påverkan på erfandet av tal i bråkform än i andra delar av aritmetiken (Dowker, 2019; Jordan m.fl., 2013). Några av orsakerna är att fokus krävs dels på både täljare och nämnare samtidigt, dels att kunna förstå likheter och skillnader mellan heltals- och bråktalsfunktioner (Dowker, 2019; Siegler & Pyke, 2013). Dessutom finns olika innebörder av bråk, för vilka det ofta används olika representationer, som areamodell till del-helhet och tallinje för mått (Morano m.fl., 2019). För att bygga upp en konceptuell förståelse för bråkets olika innebörder behöver eleven visualisera bråket med de olika representationerna och kunna relatera dessa till varandra (Kilpatrick m.fl., 2001,

Rau & Matthews, 2017), vilket är en stor utmaning för elever i MD (Morano m.fl., 2019).

Del-helhetsaspekten har visat sig vara den innebörden av bråket som är enklast för elever inom grundskolan. Det är en aspekt de har upplevt redan innan skolstarten (Zhang m.fl., 2016). Studier har visat att det ter sig lättare för elever att dela upp kvantiteter i stambråk, jämfört med bråk där täljaren är större än 1. Då är det inte tillräckligt att dela kvantiteten i lika delar, utan eleven behöver även tolka delarna och sammanföra dessa till en ny mängd. Det visade sig exempelvis i Löwings (2016) undersökande studie med 3150 åk 4 elever och 1920 åk 5 elever att 60% av eleverna i åk 5 kunde skugga exempelvis $\frac{1}{5}$ av 10 ringar, medan bara 40% av eleverna klarade att skugga $\frac{2}{5}$ av 10 ringar. Löwing (2016) finner liknande samband för elever i åk 4 som fick i uppgift att beskriva hur stor del av en figur som var skuggad och där $\frac{2}{5}$ hade lägre lösningsfrekvens än $\frac{1}{4}$.

I studien synliggörs även att eleverna generellt hade goda kunskaper om del av helhet, där delarna var uppdelade i lika stora delar som nämnaren beskriver (ca 80%), däremot betydligt sämre i de fall delarna var olika stora (ca 35%). Om eleverna inte lyckats generalisera likadelningsbegreppet, som kan antas vara orsaken ovan (Löwing, 2016), kan missuppfattningar gällande del-helhetsinnebörden följa med elever i MD genom hela grundskolan (Mazzocco m.fl., 2013).

Morano och Riccominis (2020) undersökningsstudie med 69 elever i MD som gick i åk 6–8, visade att eleverna oftast använde cirkeln som visuell representation och tallinjen i minst omfattning, men att rektangelmodellen var den representation som i störst omfattning gav korrekta beskrivningar av del-helheten. De menar att eleverna har svårt för att överföra bråken mellan olika representationer samt välja lämpligast representation för olika bråk. Tunk-Pekkan (2015) visade i sin studie med 656 åk 4 och åk 5 elever, att tallinjerepresentationen var generellt svårast för eleverna, men när uppgifterna däremot krävde mer bråkförståelse ökade felen oavsett vilken representation eleverna använde.

Det är vanligt att elever överför kunskaper från heltalsstrategier till rationella tal. Vanliga missuppfattningar blir exempelvis att $\frac{1}{3}$ tolkas som större än $\frac{1}{2}$, då tre är större än två (Gabriel m.fl., 2013; Siegler & Pyke, 2013). Exempel på andra felaktiga tolkningar när heltalsstrategier används är att 0,24 tros vara större än 0,3 eftersom 24 är mer än 3 (Resnick m.fl., 2019) eller att det inte finns några tal mellan $\frac{1}{4}$ och $\frac{2}{4}$ då det inte finns några heltal mellan 1 och 2 (Siegler & Pyke, 2013).

Elevers missuppfattningar vad gäller innebörden förhållande och ekvivalenta bråk beror ofta på att eleverna inte kan visualisera (Karlsson & Kilborn, 2020) eller inte har förståelse för det multiplikativa sambandet, nämligen att det är förhållandet mellan täljare och nämnare som avgör bråkets storlek (Dyson m.fl., 2020). Då kan de lätt tro att $6:9$ ($\frac{6}{9}$) är 3 gånger så stort som $2:3$ ($\frac{2}{3}$), vilket också kan indikera på användning av heltalsstrategier (Löwing, 2016). Studier har också visat att elever som har svårt att förstå och få ett bra flyt med multiplikationstabellen har svårare att se ekvivalenta bråk och resonera om bråk på tallinjen (Jordan m.fl., 2017).

Att erövra begreppsförståelsen för innebörden mått är den svåraste konceptuella aspekten för eleverna (Shin & Bryant, 2015) och ställer stora kognitiva krav (Jordan m.fl., 2013). En viktig aspekt av innebörden är att eleverna kan placera ett bråk eller tal rätt på tallinjen och där utifrån en punkt inse vilket bråktal punkten motsvarar. Några vanliga missuppfattningar är exempelvis att $\frac{1}{3} = 1,3$ eller $\frac{1}{5} = 0,5$ (Charambolous & Pitta-Pantazi, 2007).

Mazzocco och Devlins (2008) undersökande longitudinella studie med 147 elever i åk 6–8 visade att samtliga elever med MD hade svårt för att jämföra och storleksordna bråk- och decimaltal, men att enbart elever med MLD fann det svårt att para ihop ekvivalenta par ($0,50 > 0,05$ och $0,50 = 0,5$) samt att namnge tal i decimalform korrekt. Andra missuppfattningar som kan härledas till måttinnebörden är att elever ser till antalet streck på tallinjen istället för antalet intervaller helheten är delad i (Charambolous & Pitta-Pantazi, 2007) eller att de delar upp tallinjen som en linjal, i exempelvis centimeter, utan att ta hänsyn till nämnaren (Zhang m.fl., 2016).

I Siegler och Pykes (2013) studie med 120 elever i åk 6 och 8 visas en vanlig missuppfattning vid addition av bråk för elever i MD, där de använder strategier för heltal upp i åk 8, exempelvis $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{3}{10}$. Gabriel m.fl. (2013) visar i sin studie att elever som kunde förlänga bråken till samma nämnare och lösa additionen rätt inte motsvarade andelen elever som hade konceptuell förståelse för likvärdiga bråk. De hade lärt sig en fungerande strategi utan att förstå dess bakgrund, varför bråken förlängs. Denna tes förstärks av Siegler och Pyke (2013) som visar att när elever i MD lärt sig strategin för "samma nämnare" vid addition och subtraktion har det visat sig finnas stor risk att de överför strategin även vid multiplikation av bråk. Exempelvis kan eleverna då $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}$ ge svaret $\frac{6}{5}$ eller börja med att förlänga $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}$ till $\frac{14}{21} \cdot \frac{3}{21}$, vilket ger en betydligt svårare beräkning.

2.4 Undervisning

För att eleven ska erövra kunskaper inom ett matematikområde beskriver Kilpatrick m.fl. (2001) hur undervisningen bör organiseras så att de fem kompetenssträngarna kan utvecklas och flätas samman.

1. att kunna föra logiska resonemang,
2. utveckla strategisk kompetens,
3. utveckla begreppsförståelse,
4. utvecklar procedurkunskaper/räknefärdigheter samt
5. få positiva erfarenheter/ha en positiv inställning

Dessa strängar behöver i undervisningen sammanflätas med och tolkas utifrån bråkets fem innebörder, som tidigare beskrivits, för att en helhetsförståelse inom området bråk ska utvecklas.

I följande del presenteras didaktisk forskning som beskriver implikationer för undervisning, kopplat till området bråk, som gynnar elever i MD.

2.4.1 Explicita instruktioner

Kiru m.fl. (2018) drar slutsatsen att explicita instruktioner är ett bra arbetssätt för att göra lärmiljön i matematikämnet tillgänglig för elever i svårigheter, och Doabler

m.fl. (2018) menar att just detta är en nödvändighet för framgångsrika interventioner med dessa elever. Doabler m.fl. (2018) påpekar också att elever i MD kan gynnas av enskilda explicita instruktioner.

De flesta undervisningsinterventioner gällande bråk begreppet för elever i MD, som gjorts det senaste decenniet bygger på explicita instruktioner. Både Fuchs m.fl. (2017) (longitudinella i 5 delar) och Jayanthi m.fl. (2021) interventionsstudier pekar på att explicita instruktioner är gynnsamma för att elever i MD ska erövra såväl konceptuella som procedurella förmågor om bråk.

Enligt Dowker (2019) och Kiru m.fl. (2018) kan betydelsen av explicita instruktioner skilja sig åt i olika studier, men enligt Doabler och Fien (2013) bygger explicita instruktioner på tre grundläggande delar, som på ett systematiskt sätt implementeras för eleven.

1. *Lärarmodellering* där eleverna visas direkt hur de ska göra genom tydligt strukturerade demonstrationer och förklaringar där läraren uttrycker sina tankar högt med ett konsekvent språk. Processen delas med fördel upp i mindre steg för elever i MD. Läraren ska lyssna och känna av när eleverna är säkra på processen för det tilltänkta lär objektet och avgöra när de kan övergå till guidad övning (Doabler & Fien, 2013).
2. *Guidad övning* innebär att läraren inleder med att preparerar eleverna med nödvändiga förkunskaper innan de övergår till att använda processen som är modellerad genom noga utvalda uppgifter för att eleverna ska utforska sitt tänkande. Lärarens uppgift är att utifrån flera former av representationer, exempelvis med sekvensen *Konkret - Representation – Abstrakt (KRA)*, initiera eleverna i resonemang om processen där eleverna får verbalisera sin kunskap, exempelvis genom att ställa utforskande frågor (Doabler & Fien, 2013). Diskussionerna kan ske med läraren eller tillsammans med kamrater i syfte att befästa och fördjupa förståelsen. Under denna del är det av stor vikt att eleverna ges tillräckligt med övningsuppgifter för att befästa kunskapen (Doabler m.fl., 2018).

3. Den tredje ingående delen är att eleverna metodiskt får *professionell feedback*, där läraren uppmärksammar och ger snabb återkoppling om elevernas missuppfattningar och vägleder dem rätt samt belyser att eleven är på rätt väg (Doabler & Fien, 2013).

Metoden utgår ifrån att stödet successivt ska minska, samt att man ofta repeterar, granskar och värderar tidigare lärda begrepp och procedurer (Doabler m.fl., 2018).

2.4.2 Undervisning i bråk

Den första forskningsöversikten som gäller elever i MD och bråkundervisning gjorde Misquitta (2011). På senare år har forskningen på området intensifierats att gälla specifikt för elever i någon form av MD (Dyson m.fl., 2020; Fuchs m.fl., 2013, 2017; Hacker m.fl., 2019).

För att elever ska ha förutsättningar att utveckla kunskaper i matematik, känna att de har en möjlighet att lyckas och få positiva upplevelser av matematiken är det viktigt att utgå från elevens förkunskaper (Kilpatrick m.fl., 2001). Nagy (2017) påvisar i sin aktionsstudie med fem lärare under tre terminer att en djupgående analys av elevernas förkunskaper, av hur de förstår bråk i jämförelse med att bara kartlägga vad de inte kan, var den viktigaste faktorn för att läraren skulle utveckla sina didaktiska strategier. Vanliga förändringar som gjordes var att använda språket på ett mer ändamålsenligt sätt och att använda fler representationer för bråket (Nagy, 2017). Även Hwang och Riccomini (2021) diskuterade undervisningsimplikationer från sin kvalitativa studie med 755 elever, som undersökte elevers felmönster vid bråkberäkningar. De menade att en noggrann analys av elevers lösningsstrategier och kunskap om deras exakta missuppfattningar kan ge läraren verktyg för en effektivare undervisning för elever i MD. De pekade på att eleven då kan undervisas om precis de moment de ännu inte befäst i stället för att använda sin tid till det de redan behärskar.

Att undervisa i sekvensen *Konkret-Representation-Abstrakt* (KRA) är enligt flera studier effektivt för elever i MD, vilket exempelvis Flores m.fl. (2020) visade i sin kvasiexperimentella icke-ekvivalenta studie med 31 MD-elever. De visade också att dessa elever gynnas av fler övningar med olika representationer för att utveckla

kunskaper inom området bråk. Vikten av att låta eleverna möta och träna på att teckna och översätta mellan flera olika visuella representationer för att erövra det komplexa bråkkonceptet beskriver Rau och Matthews (2017) i sin forskningssammanställning, men poängterar att eleverna explicit måste undervisas om de enskilda representationerna såväl som i korrelationen mellan dem.

Forskare har under det senaste decenniet pekat på att didaktik som fokuserar mer på att bestämma, uppskatta och jämföra bråks storlek på tallinjen, måttinnebörden, är mest effektiv för att elever i MD ska utveckla konceptuella kunskaper inom bråkområdet (Dyson m.fl., 2020; Fuchs m.fl., 2013; Jayanthi m.fl., 2021). Det har gjorts flera randomiserade experimentella interventionsstudier med elever i MD, för att undersöka hur ett större fokus på måttinnebörden och tallinjen som representation, jämfört med ordinarie undervisning gynnar elever i MD. I Fuchs m.fl. (2013) longitudinella studie med 259 elever i åk 4 drogs slutsatsen att genom att rikta undervisning mer mot måttinnebörden på tallinjen gav eleverna signifikant bättre resultat. Inte bara vad beträffar måttinnebörden utan även delhelhetsinnebörden och i viss mån även procedurförmågan, vilket indikerar att denna konceptuella förmåga generaliseras till förståelsen för andra bråkkunskaper. Fuchs m.fl. (2013) uppmärksammade också att interventionsgruppens kunskapskillnad till de normalpresterande eleverna drastiskt minskat, medan denna skillnad var konstant för kontrollgruppens elever. Resultatet samstämmer med liknande studier gällande kunskaper om bråk som Dyson m.fl. (2020) med 52 MD-elever i åk 6 och Jayanthi m.fl. (2021) med 205 MD-elever. I Jayanthi m.fl. (2021) studie dras även slutsatsen att fokus på en liten uppsättning linjära representationer som cuisenairestavar och tallinjen vid bråkundervisning kan fungera väl för elever i MD. Att eleverna konsekvent fick resonera om kvaliteten på sina lösningar och representationer med stöd och feedback samt hjälp med att utveckla ett lämpligt ordförråd gav enligt forskarna betydande effekt på elevernas kunskapsutveckling och resonemangsförmåga (Jayanthi m.fl., 2021).

Att ordna och uppskatta storleken på bråk är en stor utmaning för elever i MD, (Jordan m.fl., 2013). Flera studier har påvisat effektiva strategier för att utveckla denna förmåga. Fuchs m.fl. (2014), fortsättning på ovan nämnda longitudinella

studie (Fuchs m.fl., 2013), och Jayanthi m.fl. (2021) studie visade att träning i användandet av referenspunkter på tallinjen, som exempelvis 1 och $\frac{1}{2}$, för att jämföra och estimerar bråk var effektivt för de flesta elever i MD.

Även om ovannämnda studier antyder att undervisningen gynnas av utökat fokus på bråkstorlekar och jämförelser av bråk med tallinjen som representation, är visuella areamodeller, såsom cirkelmodeller, och diskreta mängder, exempelvis ett antal kulor, utgör viktiga artefakter för att bygga upp den grundläggande begreppsförståelsen, del-helhetsinnehåll och som medierande verktyg till tallinjen (Hwang m.fl., 2019). Exempelvis kan en rektangulär areamodell eller ett antal kulor, som motsvarar helheten, läggas ovanpå tallinjen (0–1) för att underlätta förståelsen för bråk på denna. Mazzocco m.fl. (2013) drar slutsatsen utifrån sin undersökande studie att areamodeller är ett viktigt komplement till tallinjemodeller för elever i MD, genom hela grundskolan, men även att det är av största vikt att eleverna får utveckla ett symbolspråk för att abstrahera sina förmågor för en bredare användbarhet.

Att sätta in en bråkuppgift i en verklig kontext har Dyson m.fl. (2020) i sin studie och Shin och Bryant (2015) i sin forskningsöversikt på 17 studier om bråkundervisning för elever i MD, funnit till viss del kunna underlätta inläringen. I en experimentell longitudinell studie av Herold m.fl. (2020) med 38 elever drogs dock slutsatsen att lärarna behöver vara uppmärksamma på om utökade förklaringsmodeller, till exempelvis att sätta en bråkuppgift i en verklig kontext, gynnar elevens förståelse och möjlighet att lösa uppgiften. Studien indikerade att det då kunde försvåras för elever i MD, på grund av kognitiv överbelastning.

Elever i MD behöver ofta intensifierade instruktioner och övningar på olika bråkavsnitt vilket Shin och Bryants (2015) forskningsöversikt visar. De menar att lärare kan skapa ett funktionellt komplement till elever som behöver mer träning med exempelvis explicita videobaserade instruktioner om bråk.

Avslutningsvis vill vi nämna några detaljer från två forskningssammanfattningar som inte framkommit; Namkung och Fuchs (2019) menar att särskilda insatser om bråk med fördel kan ske i mindre grupper med elever i MD. Shin och Bryant (2015)

poängterar att metakognitiva och självreglerande inslag i bråkundervisningen kan gynna dessa elever. I övrigt samstämmer studierna med det som tidigare tagits upp.

3 Teori

Denna del beskriver de teoretiska ramar och utgångspunkter som vår studie kan relateras till vid bearbetning, tolkning och analys av våra intervjuer. Vi har valt två teorier nämligen det sociokulturella perspektivet på lärande och Bruners undervisningsteori. Den första teorin belyser vikten av språket, det sociala samspelet och scaffolding i undervisningen samt vilken betydelse de har för lärandet men även fysiska och medierande verktyg som artefakter vilket är vanligt förekommande i bråkundervisningen. Bruners undervisningsteori belyser den kognitiva utvecklingen i undervisningen och de olika representationsformerna i matematik. Först den konkreta modellen av bråk som eleverna möter därpå den andra modellen som är den bildliga och sist den symbolisk där bråk representeras av siffror.

3.1 Sociokulturellt perspektiv på lärande

Det sociokulturella perspektivet på lärande och utveckling grundar sig på Vygotskijs pedagogiska tankar där han beskriver språket som vårt redskap för att forma våra tankar och handlingar, (Phillips & Soltis, 2014; Säljö, 2022), Vygotskij (1896–1934) var en betydelsefull rysk psykolog inom utvecklingspsykologin, som var intresserad av barns inlärningspotential under ledning av kamrater eller vuxna. Begreppet ”den proximala utvecklingszonen” användes av Vygotskij och syftar på inlärningspotentialen hos en individ som får rätt stöd och vägledning av en lärare, s.k. scaffolding (Säljö, 2022). Den mer kompetenta personen (läraren) ger barnet fysiskt och intellektuellt stöd i form av scaffolding under tiden som en viss färdighet utvecklas. I takt med att inläringen fortgår tas stödet stegvis bort och så småningom har barnet lärt sig att utföra färdigheten på egen hand (Säljö, 2022). Vygotskijs teori berör begreppsutvecklingen och hur begrepp kan hjälpa till att systematisera och hålla ordning på en ämnesstruktur. Det sociokulturella perspektivet på lärande genomsyrar lärarutbildningen i Sverige. Tillsammans med det relationella perspektivet på lärande handlar det om social interaktion som innebär att alla elever ska kunna bli sedda och få hjälp att interagera med andra individer i klassrummet (Aspelin, 2018; Säljö, 2022). Förmågan att härma, iaktta och imitera, så kallad modellering, var också central för Vygotskij. Med språket

skapas förutsättningar för problemlösning och många olika typer av färdigheter (Säljö, 2022). Med verktygen, så kallade artefakter, som människan skapat i form av siffror, tecken, symboler, begrepp och logik öppnas möjligheter för barn att systematisera och kommunicera lärandet. Barn lär sig uttrycka sig och skapa minnesbilder av det inlärd (Säljö, 2022). Verktyg för lärande kan även vara fysiska och tillsammans med språket kan de benämnas som förmedlande redskap som förlänger både våra fysiska och intellektuella förmågor. I verktygen eller artefakterna vi använder finns tidigare generationers insikter och kunskaper lagrade som fysiska egenskaper hos artefakter i vår miljö. De ger oss möjlighet att använda genvägar och spara tankekraft. Det sociokulturella perspektivet på lärande lägger tonvikt på vad man lär sig, inte om man lär sig något. Människor är aldrig enskilda individer utan individer i grupp eller i sociala sammanhang (Säljö, 2022). I klassrummet utvecklas kunskap genom interaktion mellan människor, den centrala utgångspunkten är individens förmåga att med språket som redskap fysiskt, intellektuellt och socialt samverka med andra individer (Serder & Jobér m.fl., 2021). Säljö (2022) beskriver hur centralt lärande genom deltagande är för kunskapsutveckling och hur kunskaper och färdigheter förvärvade i skolan får fäste genom interaktion med andra. Läraren har en central roll som länk mellan elevernas erfarenheter och mer abstrakta begrepp i form av scaffolding. Kontexten i undervisningen bör konstrueras så att alla elever kan delta utifrån sina individuella förutsättningar för att sedan kunna relatera till en vardagsnära förståelse (Serder & Jobér m.fl., 2021). Sjöblom (2022) beskriver hur matematikelever i en undervisningsgrupp på gymnasiet har olika möjligheter att delta i diskussioner kopplat till matematiken. På samma sätt kan högstadiundervisning kategoriseras; lärare behöver planera undervisningen så att likvärdighet främjas vid matematisk dialog. Med det sociokulturella perspektivet på lärande som teoretisk utgångspunkt blir begreppet språklig sårbarhet ännu viktigare när lärare och elever samspelar kring att göra undervisningen tillgänglig (Serder & Jobér m.fl., 2021).

3.2 Bruners undervisningsteori

Den amerikanska psykologen Jerome Bruner (1915–2016) lanserade i slutet av 1950-talet begreppet ämnesstruktur. Nyckeln till lärande ligger i förståelse av

läroämnets struktur (Phillips & Soltis, 2014). I sin undervisningsteori definierar Bruner regler och tillvägagångssätt för att förvärva kunskaper och färdigheter. Undervisningen ska utformas och planeras så att elever lär sig hur olika moment och kunskapsområden kan kopplas till varandra. Undervisning med mekaniska metoder där eleverna saknar förståelse motverkar tydliga begrepps bilder och försvårar för elever att relatera till tidigare kunskaper. Språket som används i undervisningen ska anpassas till elevernas kunskapsmässiga mognad. Den tidigare inläringen och nivån hos eleverna är starkt kopplad till hur ny kunskap förenas med tidigare moment (Bruner, 1966). Utvecklingen av matematiska begrepp och representationsformer kan ses som en stor del av kunskapsinhämtningen. Olika erfarenheter av begrepp knyts samman där grundprinciperna är viktiga, såsom taluppfattning och grundläggande aritmetik. Bruner (1990) beskriver tre faser vid utvecklandet av representationsformer: 1) den första är elevers upplevelser av ämnet med hjälp av konkreta modeller; 2) den andra är bildmässig, verkliga händelser representeras med bilder eller bildstöd; 3) i den sista fasen visas symboler som bygger på erfarenheter från de tidigare faserna. De olika representationsformerna belyser tillvägagångssättet i bråkundervisningen och hur eleverna erövrar och utvecklar kunskap. De fysiska artefakterna kan delas upp enligt Bruners tre faser och Bruners teori blir på så sätt ett komplement till den sociokulturella.

4 Metod

I detta avsnitt redovisas valet av metod, urvalet av deltagare, hur studien genomfördes samt vilka etiska aspekter som tagits hänsyn till innan, under och efter genomförandet.

4.1 Val av metod

Syftet med studien är att undersöka hur speciallärare i matematik organiserar och genomför undervisningen om bråk i åk 7. Utifrån studiens syfte, att undersöka hur undervisningen av bråk i åk 7 organiseras och genomförs av speciallärare i matematik, valde vi att göra en kvalitativ forskningsansats med intervjuer som metod. En kvalitativ metod passade bra då fokus under intervjuerna var respondenternas ståndpunkter angående undervisningen om bråk.

Studiens frågeställningar:

- ❖ Vilka styrkor och vilka utvecklingsbehov beträffande bråk har åk 7 - elever enligt speciallärarna?
- ❖ Hur undervisar speciallärare i matematik elever gällande tal i bråkform?
- ❖ Vilka didaktiska ställningstagen gör speciallärare när de undervisar elever med matematiksvårigheter om bråk?

4.2 Urval av deltagare

Speciallärare med specialisering matematikutveckling kontaktades. Speciallärarna som kontaktade valdes ut med hjälp av kollegor eller specialpedagoger på våra arbetsplatser. De skulle uppfylla tre kriterier; speciallärarna skulle ha en speciallärarexamen med specialisering matematikutveckling eller motsvarande kompetens, ha erfarenhet av undervisning av elever på högstadienivå samt ha erfarenhet av att jobba med specialpedagogisk verksamhet. Förfrågan om deltagande mejlades ut till olika skolor i Skåne, vi fick kontakt med sex speciallärare i matematik som uppfyllde alla kriterier och ville delta i vår studie.

4.3 Genomförande av intervjuer och databearbetning

Bryman (2018) beskriver att man, om möjligt, bör göra pilotintervjuer för att säkerställa kvaliteten på frågor och genomförande. Deltagarna och genomförandet bör i möjligaste mån stämma med de tilltänkta intervjuerna (Patel & Davidson, 2019). Vi genomförde fyra pilotintervjuer, två pilotintervjuer var, med lärare som hade liknande erfarenhet av att undervisa i matematik på högstadiet som de tilltänkta respondenterna, ett sätt att kontrollera frågeställningarna och hur lång tid intervjuerna kunde tänkas ta. Vi reviderade intervjufrågorna efter varsin genomförd pilotintervju och märkte då att några av frågorna var för detaljerade. Därefter utfördes ytterligare varsin intervju för att säkerställa likvärdigheten i kommande intervjuer. Ett missivbrev konstruerades. Intervjuerna genomfördes ansikte mot ansikte eller digitalt med videosamtal och dokumenterades med ljudinspelning eller filmning. Missivbrev (bilaga 2) och intervjuguide (bilaga 1) mejlades ut innan intervjuerna genomfördes. Samtalen var semistrukturerade, dvs frågorna var öppna och det fanns möjlighet till utvecklingar.

Under intervjuerna utgick vi från frågeställningarna i intervjuguiden, men respondenterna fick utrymme att styra samtalet och lyfta fram det de tyckte var relevant. Ibland ställdes följdfrågor som inte ingick i intervjuguiden och speciallärarna gavs gott om utrymme att tänka högt och stor frihet att svara på frågorna i valfri ordning (Bryman, 2018; Kvale & Brinkmann, 2017). Intervjuerna varade i 25–60 minuter. (Några respondenter var väldigt pratsamma). Inspelningar gjordes och även skriftliga stödanteckningar. Efter intervjuerna påbörjades transkriberingen ordagrant direkt till skriftspråk. Tiden för transkribering uppgick till två å tre timmar per intervju. Inledningen i intervjuerna handlade om respondenternas yrkesbakgrund och utbildning, vilket inte transkriberades lika noggrant. Intervjuerna lyssnades igenom flera gånger för att upptäcka detaljer i deltagarnas berättelser och säkerställa kvaliteten på transkriberingarna.

4.4 Sammanställning av empiri och analysmetod

Utifrån empirin gjordes sammanställning i tabellform där det kortfattat beskrevs hur verksamhet ser ut på skolorna där respondenterna undervisat/undervisar, vilken

typ av elever som skolan hade, elevernas förkunskaper och i korta drag hur de didaktiskt gjorde med bråkavsnittet. Utvalda delar av intervjuerna togs fram för att få en överblick av vår empiri. Transkriberingarna skrevs sedan ut för att underlätta bearbetningen. Vi upplevde att det blev lättare att överblicka intervjuerna samt göra markeringar och understrykningar. Utgångspunkten var Bryman (2018) och en kvalitativ innehållsanalys av vår empiri gjordes tillsammans med sökningar efter teman möjliga att kopplas till: *elevernas styrkor och utvecklingsbehov, hur undervisningen genomförs och didaktiska ställningstaganden*.

Vid analysen utgick vi från våra frågeställningar:

- ❖ Vilka styrkor och vilka utvecklingsbehov beträffande bråk har åk 7 - elever enligt speciallärarna?
- ❖ Hur undervisar speciallärare elever gällande tal i bråkform?
- ❖ Vilka didaktiska ställningstagen gör speciallärare när de undervisar elever med matematiksvårigheter om bråk?

Vid genomläsning kunde man urskilja elevernas förkunskaper och hur undervisningen genomfördes relativt snabbt. Respondenternas svarsmönster blev tydliga och en mättnad uppnåddes. Vid upprepade omläsningar av empirin kunde inte nya svar urskiljas. Den tredje frågeställningen var svårare och mer komplex att tematisera men man kunde urskilja ett mönster i hur våra respondenter *inledde bråkavsnittet, vilka begrepp och verktyg de använde*. Empirin innehöll återkommande kommentarer som handlade om *digitala verktyg och fysiska spel, lektionsupplägg, kamratlärande och representationsformer*. När nya teman inte kunde urskiljas efter upprepade omläsningar började vi systematisera det empiriska resultatet med rubriker kopplade till våra kategorier. Med hjälp av valda teorier, sociokulturellt perspektiv och Bruners teori, tolkades och analyserades resultaten utifrån följande begrepp: artefakter, mediering, proximala utvecklingszonen, scaffolding, interaktion, kommunikation, och representationsformer. Artefakter, både fysiska och intellektuella, finns med i båda teorierna, men fysiska artefakter och bråks olika representationsformer kopplas till Bruners teori.

4.5 Kvalitet

En kvalitativ intervju kan sägas ha hög kvalitet om den metod som används undersöker det som är relevant för studien. Validiteten i vår studie anser vi vara hög tack vare utformningen av vår intervjuguide och de pilotintervjuer vi genomfört för att säkerställa utformningen av intervjuguiden. Vår metod är anpassad till vårt syfte och frågeställningar (Bryman, 2018). Syftet med studien är att undersöka hur speciallärare undervisar om bråk och hur de beskriver förutsättningar, utmaningar och möjligheter i arbetet med eleverna. Tillförlitligheten eller reliabiliteten är en svag punkt när man använder intervjuer som datainsamlingsmetod (Kvale & Brinkmann, 2017; Säljö, 2022). Det finns alltid en risk att de intervjuades svar beror på kontexten och sinnesstämningen de befinner sig i (Kvale & Brinkmann, 2017). Det finns en risk att vi som intervjuar omedvetet påverkar hur frågorna uppfattas och på så sätt omedvetet förstärker hur respondenterna svarar utifrån sina faktiska tankar och reflektioner. Några av intervjuerna genomfördes IRL (ansikte mot ansikte) medan andra skedde via videosamtal. Respondenterna fick själva välja hur de ville att intervjuerna skulle genomföras. Mycket av vårt kroppsspråk försvinner när vi möts online vilket kan påverka resultaten. Om vi hade haft möjlighet att inkludera observationer i vår studie hade detta ökat reliabiliteten, Bryman (2018) menar att när man kombinerar olika insamlingsmetoder, s.k. triangulering, kan dessa konfirmera varandras giltighet och öka reliabiliteten.

4.6 Etiska aspekter

Vetenskapsrådets (2017) skrift om god forskningssed gav en god vägledning och översikt. Integritet och kvalitet var viktigt under genomförandet av intervjuerna. Vi gjorde etiska överväganden och reflekterade över våra roller vid intervjuerna. Resultaten redovisas noggrant med tematiseringar av de transkriberade intervjuerna. Utgångspunkten för genomförandet av intervjuerna var de fyra forskningsetiska principerna:

1. Samtycke; personerna som deltog hade gett sitt samtycke till att delta genom att skriftligt svara på mailet vi skickade vid förfrågan.

2. Informationskrav; de intervjuade var införstådda med syftet med samtalen, att de skulle ingå i vår studie och att resultatanalysen publiceras. De hade gett sitt medgivande och blivit informerade via mail och missivbrev.
3. Nyttjandekravet; transkriberingar och ljudfiler får inte spridas eller på annat sätt delas, materialet används endast i studien.
4. Konfidentialitetskravet; uppgifter om personerna som deltog i intervjuerna eller saker som säs under samtalen behandlas konfidentiellt och ska ej spridas vidare. All information om intervjudeltagarna är i studien avidentifierad.

(Bryman, 2018; Kvale & Brinkmann, 2017; Vetenskapsrådet, 2002).

5 Resultat och analys

I följande avsnitt redovisas först studiens resultat. Studiens frågeställningar ligger till grund för hur vi delar in resultaten i tre olika teman: *elevernas styrkor och utvecklingsbehov, hur undervisningen genomförs* och *didaktiska ställningstaganden*. Resultaten analyseras därefter utifrån de teoretiska perspektiven: sociokulturellt perspektiv och Bruners undervisningsteori.

Nedan följer en kort presentation av de intervjuade speciallärarna som undervisar eller har undervisat i åk 7. De betecknas med R1 - R6:

1. R1: Grundskollärare, har arbetat 30 år som lärare varav 7 år som speciallärare. Speciallärarexamen 2016. Arbetar med undervisning av elever i åk 6 – 9 i små grupper.
2. R2: Ma/NO -lärare, arbetat 20 år som lärare varav 5 år som speciallärare i matematik på högstadiet. Formellt behörig som speciallärare enligt nuvarande förordning. Arbetar med kartläggning, schemaläggare, undervisar i särskild undervisningsgrupp för elever med NPF och/eller grav språkstörning, jobbar med hemmasittare.
3. R3: Ma/NO-lärare med speciallärarexamen matematikutveckling, speciallärare sedan 2016. Arbetade tidigare 100 % med undervisning, nu 20% undervisning och 80 % skolledare, arbetar med handledning av lärare.
4. R4: Ämneslärare med speciallärarexamen matematikutveckling 2017, arbetat som lärare i 28 år, de senaste 4 åren åk 7 - 9 för elever med NPF och/eller språkstörning, arbetar i små elevgrupper med hög bemanning med elevassistenter.
5. R5: Ämneslärare - undervisat 35 år på högstadiet och gymnasiet, arbetat 12 år som speciallärare i matematik, har formell behörighet enligt tidigare förordning. Arbetar på yrkesgymnasium som speciallärare på IM och

Nationella program, undervisar i små grupper eller integrerat med Ma - lärare i vanliga undervisningsgrupper.

6. R6: Grundskollärare åk 6 - 9, arbetat som lärare i 20 år varav 4 år som speciallärare på grundskola åk 4 - 9, speciallärarexamen matematikutveckling 2021. Arbetar med handledning av lärarkollegor, undervisar i små grupper eller enskilda elever samt integrerat med Ma - lärare i vanliga undervisningsgrupper.

5.1 Elevernas styrkor och utvecklingsbehov

För att ta reda på elevernas styrkor och svagheter använde majoriteten av respondenterna någon form av skriftliga diagnos, som *Att förstå och använda tal* (McIntosh, 2020) eller *Medveten matematik* (Lucassi, 2015). Samtliga lärare utvärderar mer djupgående elevernas kunskaper och missuppfattningar under lektionerna, via intervjuer, diskussioner om bråk-uppgifter i syfte att anpassa undervisning och uppgifter för eleverna.

Respondenterna anser att de flesta elever behärskar grundläggande procentbegrepp såsom $50\% = 0,5 = \frac{1}{2}$, $25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$ och $75\% = 0,75 = \frac{3}{4}$, vidare framkom att många elever har en god förståelse för de enkla stambråken ($\frac{1}{5}$) och de kan i vissa fall storleksordna dem och koppla dem till area-modeller (del av helhet).

“Dåliga kunskaper om multiplikationstabellen, dess struktur och sambandet mellan multiplikation och division, ger svårigheter för eleverna att utveckla kunskaper om likvärdiga bråk”. (R1)

“Eleverna har ofta inte alls eller inte tillräckligt arbetat med bråk på tallinjen och de representationer och modeller de erhållit är inte progressionsmässiga när det exempelvis handlar om förlängning och förkortning eller strategier för att uppskatta bråkets storlek.” (R5)

R6 menar att bristerna ligger att eleverna har svårt att relatera delar till rätt helhet, d.v.s. att svårigheterna ligger i del-helhetsbegreppet.

Respondenterna gav en samstämmig bild av de svårigheter som elever har med positionssystemet samt taluppfattning gällande tal i bråkform. De menar att ett vanligt fel är att eleverna tror att $\frac{1}{6} = 1,6$ vilket alla våra respondenter vittnar om. Samtliga påtalar vidare det kan saknas förståelse för begreppen täljare och nämnare, samt svårigheter med division.

Alla respondenterna beskrev elevernas svårigheter med att gå från konkret till abstrakt. Hur tallinjen och bråk kan kopplas samman är komplicerat för många matematik svaga elever, det saknas förståelse för att det finns oändligt många tal på tallinjen och att små tal kan hamna till vänster om nollan på tallinjen.

“Språket och hur vi benämner bråktal som “en sjättedel” och “en sjundedel” är inget man som lärare kan ta för givet att eleverna behärskar, att läsa upp ett tal “0 hela 2 tiondelar 5 hundraedelar” och uppmana eleverna att skriva ner talet med siffror är även det något är väldigt svårt för många elever.”
(R3)

Samtliga respondenter gav likvärdiga beskrivningar av elevernas språkliga svårigheter vad beträffar förmågan att tolka och utläsa bråk med nämnare större än fem, $\frac{1}{10}$ blir ”ett delat med tio”.

5.2 Undervisningens genomförande

Alla respondenterna betonar vikten av att utgå från elevernas kunskaper och förståelse och med tidigare nämnda skriftliga diagnoser och/eller djupgående diskussioner försöker hitta rätt nivå för sina insatser.

Respondenterna organiserar stödet i mindre grupper eller integrerat med den ordinarie läraren i klassrummet.

“Det varierar om jag arbetar inne i klassrummet med den ordinarie läraren, ibland tar jag ut några elever till en mindre undervisningsgrupp, kan också vara enskilt stöd. Viktigaste är att jag utgår från enskilda elevers förkunskaper, lyssnar av eleverna när vi diskuterar och att jag ställer frågor för att hitta rätt nivå.” (R2)

“Klasser kan få stödinsatser av mig minst en lektion i veckan och då sker det mesta dels på gruppnivå. Tycker inte att det blir så bra dynamik när man jobbar enskilt med elever, ser helst att jag träffar två till fyra elever vid stödinsatser.” (R5)

Övriga respondenter, förutom R4 som alltid jobbar i små undervisningsgrupper, beskriver att omfattningen av stödet är flexibelt och styrs av elevernas behov och hur mycket resurser i form av tid som kan läggas på enskilda grupper eller klasser.

“Jag tycker att det är väldigt viktigt att hitta elevernas felaktiga föreställningar, de kommer inte vidare när den vanliga undervisningen sker i klassrummet. I mindre grupp har vi mycket diskussioner, inte vanliga tavelgenomgångar men interaktiva genomgångar där vi jobbar mycket tillsammans. Jag tror att det är väldigt viktigt att eleverna får höra resonemangs förklaringar.” (R1)

Några av respondenterna träffar eleverna vid ett tillfälle i veckan, andra har möjlighet att ge stöd flera gånger i veckan och försöker möjliggöra extra lektioner för elever med stora svårigheter att ta till sig undervisningen. Det förekommer att respondenterna genomför individuell undervisning vid speciella behov som MD och till viss del utifrån elevernas önskemål.

Vissa elever deltar i specialundervisningen under kortare tid eller vid arbete inom speciella områden t.ex. bråk, medan andra finns kvar i gruppen under längre perioder, men det är behovet som styr, till viss del också elevens önskan. Målet är att eleverna ska inhämta tillräckliga kunskaper så att de kan gå tillbaka till ordinarie klassundervisning.

“Det förekommer att jag träffar elever flera gånger i veckan under en begränsad period, det kan behövas det så att säga mindre sammanhanget så att jag tar ut dom ur klassrummet, eleverna vågar fråga på ett annat sätt. När självförtroendet blivit sämre under en period måste man det till en knuff i rätt riktning, men tiden räcker inte till alla tyvärr.” (R3)

R1 och R5 lyfter vikten av tydliga och strukturerade planeringar till varje individ med både bilder och skriftspråk som ett viktigt arbetssätt. Planeringen anpassas efter elevens förmåga så att inget moment hoppas över, vilket enligt R1 är ofta förekommande i ordinarie undervisningen om exempelvis eleven är borta 3 lektioner eller inte förstått ett visst moment.

Alla respondenterna påtalar vikten av att ha direkta genomgångar på Whiteboard eller liknande med möjlighet till diskussioner och samarbete kring uppgifter för att ge eleverna en flerdimensionell syn på resonemang och lösningar. En majoritet av respondenterna använder dokumentkamera för att visa elevernas olika lösningar på tavlan.

R1, R2 och R5 anser att kamratdiskussioner är ett viktigt inslag i undervisningen, då eleverna kan upptäcka och utveckla differentierade strategier och kvaliteter på lösningar, samtidigt som de kan använda varandra som stöd i resonemangen. När eleverna får redovisa sina lösningar behöver de förklara och visualisera sina argument och kan få motargument för sina strategier vilket fördjupar diskussionerna och leder till en utveckling av deras kunskaper, R5 poängterar att detta arbetssätt är en av framgångsfaktorerna och nämner under intervjun att hen inte tycker om att ha enskild undervisning med en elev i taget, tycker att det blir mycket bättre dynamik om det är minst två elever.

R1 lyfter också att kamraterna i en mindre grupp med elever som har svårt för matematik kan ha en positiv påverkan på varandra när någon i gruppen börjar ställa frågor leder det till att även de som aldrig tidigare frågat vågar ställa frågor. Det möjliggör utvecklande diskussioner lärare-elev först men senare också elev-elev.

”Jag tror det tillför väldigt mycket för de elever som inte förstått att få höra resonemangen och förklaringarna, när någon annan förklarar annars sitter de där med sina felaktiga föreställningar och vågar kanske inte fråga, att sätta ord på sina tankar är viktigt som varför är $1/5$ mindre än $1/4$.” (R1)

Flera respondenter lyfter fram vikten av att skapa positiva erfarenheter och få eleverna att lyckas för att ge motivation till eleven och framgång för undervisningen. När eleven tränar på momentet ges konstruktiv feedback så att denne gör rätt saker och eleven får även förklara så att R2 kan övervaka om de förstår konceptet.

”Jag tycker det är viktigt att bryta ner uppgifter i mindre delar så att eleverna inte får kognitiv överbelastning, det leder också till att de har större chans att lyckas, lyckas eleven med någonting bygger det motivation, framgång föder framgång. När självförtroendet ökar blir det också lättare att ta sig an nästa moment och till slut hela uppgiften.” (R2)

”Jag sitter nära eleverna, gärna bredvid så att jag kan se om de gör något fel, då kan jag rätta till elevens metod innan de hinner lära sig fel. Ber eleverna ofta förklara hur de löst en uppgift och de får förklara. Det har många vinster, de får lära sig använda språket för att redovisa, man kan diskutera olika lösningar, det ger eleverna mer motivation då de vet att jag kommer fråga dem så det de gör blir meningsfullt och så kan jag ställa metakognitiva frågor om de fastnar på uppgifter eller upptäcka om de behöver mer undervisning.” (R2)

Att ge elever i MD mer tid, extralektioner, för undervisning av bråk har R2 sett varit en avgörande faktor för att eleverna ska lyckas, R2 sammanfattar det med lära eleverna grit, metakognitiva strategier och självförtroende. En majoritet av respondenterna beskriver det relationella som en viktig del för att nå fram till eleverna, de berörde den kommunikativa kompetensen där de samtalar på ett inbjudande sätt med eleverna och de försöker skapa en kontext i klassrummet där eleverna blir sedda och bekräftade utifrån sina individuella förutsättningar.

5.3 Didaktiska ställningstaganden

Detta avsnitt är en sammanställning av respondenternas didaktiska ställningstaganden gällande undervisningen av bråk begreppet kopplat till våra teorier.

5.3.1 Bråk-avsnittet; begrepp och verktyg

Några av respondenterna gav tydliga exempel på hur de jobbar med fysiska verktyg och modeller av bråk. R5 beskrev hur hen inleder området med uppgifter där eleverna får träna på att markera olika bråk i tomma rektanglar:



Nästa steg vara att presentera rektanglar markerade på olika sätt med linjer så att det är enkla stambråk som $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3}$ för att sedan bli svårare, figurerna presenteras utan linjal eller rutat papper. Eleverna får även träna på att para ihop bråk med decimaltal, placera ut bråk som $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ på en tallinje markerad från 0 till 1.

“Jag jobbar mycket med diskussioner där eleverna ska lösa problem av typen hur många fjärdedelar är $\frac{2}{8}$? hur många tredjedelar är $\frac{4}{6}$, för att träna på att skriva samma tal som olika bråk och för att träna vad man menar med tredjedelar och fjärdedelar.” (R5)

“När vi inleder avsnittet jobbar eleverna även med att räkna med bråk, lösa uppgifter med addition och subtraktion av bråk med samma nämnare och får träna på att multiplicera heltal med bråk.” (R5)

Med ett aktivt samspel där eleverna jobbar parvis eller i mindre grupper använder R5 olika metoder för att stärka eleverna språkligt med högläsning av uppgifter och problemlösning med olika strategier där eleverna får träna på att diskutera och redovisa sina lösningar med en dokumentkamera med projicering på White boarden i klassrummet, R3 ger en liknande beskrivning.

R6 beskriver ett arbetssätt, som har många likheter med R5:s, där bildstöd, olika representationsformer och muntliga genomgångar är de viktiga delarna i undervisningen. Verktyg som cirkelmodell av olika bråk, bråktavla, centikuber och stavar används mycket för att hjälpa eleverna att förstå innebörden i olika typer av bråk. Eleverna får inledningsvis jobba mycket med att placera ut stambråk på tallinjen. R6 låter eleverna göra en egen metodbok i ett skrivhäfte.

“Inledningsvis blir det mycket bråk-decimalform-procentform för det kan dom sen innan. Sen tittar vi på blandad form och bråkform, utgår från att $1 = \frac{5}{5}$. Dom får sätta ut stambråk på tallinjen.” (R6)

R1 menar att eleverna ofta är “cirkel fixerade” och använder bara cirkelmodellen som en pizza för att verklighets anknyta och brygga över förståelsen till andra representationer, R5 ger en liknande beskrivning. För att konkretisera och modellera bråk använder R1 rektanglar, kvadrater, stickor, burkar, matkartonger, nallar, brickor och allt som kan beskriva andelar för att arbeta med olika helheter så att eleverna med diskussioner utvecklar en bättre förståelse för bråkets mångfacetterade karaktär.

“Jag har massor med praktiskt material också större stickor och brickor och allt som kan behövas för att visualisera andelar och visa bråk. Mycket praktiska grejer att snabbt kunna riva fram när det uppstår problem. Det är inget man kan springa runt och hämta, ett material. Det måste man ha. Nu så jag har skåpen här fem skåp fyllda med diverse grejer”. (R1)

En majoritet av respondenterna lyfter fram tallinjen som ett viktigt verktyg för utvecklandet av konceptuella bråkkunskaper och omvandlingen mellan bråk, procent och decimalform. Samtliga respondenter försöker använda sekvensen konkret – bild - symbol, men vanligast är att bildstöd och symbol används, det är viktigt att lära eleverna använda sig av olika representationer.

R1 inleder varje lektion med att modellera och diskutera de begrepp som ingår i momentet, hen menar att det är viktigt att språksvaga och andraspråkseleverna ofta möter begreppen både muntligt, konkret och skriftligt, exempelvis kan orden

sjättedelar och sjundedelar förväxlas om det inte konkretiseras och skrivs ner, dessutom menar R1 att storleksförhållandet kan ses på fel håll då de språkligt beskrivs med ordningstal. För att eleverna ska få det konkreta till siffror är R1 noggrann med att rita bilder och skriva bråket med siffror och även begreppen bredvid sina bilder eller teckningar så att eleverna "duschas" i bråk. Både begrepp och metoder som varit en del av undervisningen lektionerna innan repeteras följande lektioner och del-helhetsbegreppet är delaktig i undervisningen varje gång för att eleverna ska befästa det exempelvis där eleverna ritar bilder, använder praktiskt material eller jämför bråktal på en tvättlina. R1 följer inte någon bok i undervisningen, utan tränar mycket konceptuella förmågor som krävs för att olika beräkningar och problemlösningar ska kunna förstås, diskussioner och kamratlärande är en viktig del av undervisningen. Tallinjen förekommer bara när eleverna arbetar praktiskt med att jämföra bråk på tvättlinan, R1 säger under intervjun att tallinjen skulle kunna användas mer i undervisningen.

"Jag försöker bara till både lägga upp en bild på tavlan på något sätt och antingen med de här grejerna eller rita och så. Samtidigt skriver jag ju också begreppet bredvid så de får liksom på många olika sätt samtidigt med duschar då med bråk liksom. Från alla möjliga håll och kanter och försök att använda så många sinnen som möjligt samtidigt. Så att de ser hur det hänger ihop. Och så repeterar jag kolossalt mycket, hela tiden följer jag upp det jag gjort." (R1)

"Jag fokuserar mer på inläring och bra lektioner än att eleverna arbetar enskilt i böcker eller skriver tester." (R1)

R2 utgår alltid i tanken från konceptet konkret, halv konkret, halvabstrakt, abstrakt.

"Jag har alltid praktiskt material för att visa och eleverna får plocka fram och använda dem för att sedan diskutera och försöka skriva och rita bilder tillsammans." (R2)

R4 arbetar alltid med små elevgrupper och använder tallinjen, bråkstavar, cirkelmodeller och volymmodeller, mycket tid avsätts för diskussioner med eleverna för att stärka deras språkliga förmåga och förståelse för vad som menas med sjättedelar, sjundedelar osv. Med figurer som bildstöd får elever träna på att placera ut bråk på tallinjen, eleverna ska förstå vad en hel är och inse att finns oändligt många sätt att skriva ett bråk som representerar en hel, majoriteten av respondenter ger liknande beskrivningar.

Cuisenairestavar används av flera av respondenterna, R2 anser att de är mycket bra om man kan välja olika längder på en hel och det blir bra diskussioner mellan eleverna.

”Cuisenairestavar har jag på senaste tiden upptäckt är bra när man bråkar lite med dem, blir mycket begrepps diskussioner och de går att jämföra med tallinjen. Även den NP uppgiften använder jag där man skulle ha delar med olika färger och göra olika bråk, där man ändrar förutsättningar för det hela.” (R2)

R3 anser att när eleverna får förståelse för multiplikationstabellernas struktur så blir det ett konkret verktyg för att förstå förhållandet mellan täljare och nämnare, förlängning och förkortning och storleksordning av bråktal.

R2 och R3 menar att eleverna ofta arbetat för lite med mellansteget och använt för ensidiga konkretiseringar med för lite diskussioner, de ser ett stort behov hos eleverna att diskutera och förklara för varandra samt att lära sig skriva och rita representationer för att utveckla djupare konceptuell förmåga men även att kunna representera abstrakta bråkuttryck.

”Eleverna tycker det är svårt och jobbigt att skriva och rita bilder till bråken, så det måste man visa många gånger för eleven och verkligen lära dem hur man kan göra för att de ska vara bra hjälp för eleven”. (R3)

R5 arbetar kontinuerligt under bråkavsnittet med en begreppslista de olika bråkbegreppen täljare, nämnare, bråkform, blandad form, likvärdiga bråk, förkorta och förlänga, enklaste form och de grundläggande procentbegreppen finns även

såsom att procent betyder hundradelar, procentform, decimalform, andel, delen och det hela, R6 ger en samstämmig beskrivning. Bildstöd med areamodeller, tallinjer och olika bråkmodeller användes genomgående av både R5 och R6, finns mer detaljerad beskrivning tidigare i detta avsnitt.

5.3.2 Digitala verktyg och fysiska spel

Hälften av speciallärarna uppger att de använder Nomp, datorbaserade och självvärtande uppgifter, för färdighetsträning, repetition och memorering, men R2 hade helst av allt funnit ett interaktivt material som på ett enkelt sätt kan nivå anpassas och som dessutom har visuella verktyg för att instruera eleven vid behov, men inte funnit något bra alternativ.

R1 använder Nomp för läxor 30 minuter i veckan, menar att en av fördelarna är att det blir ytterligare ett sinnesintryck om bråk för eleverna och det finns en motivationsfaktor inbakat i Nomp eftersom eleverna får procentsatser på hur mycket de har gjort. Hen menar också att fördelarna är att det är enkelt att individualisera uppgifter och ger enkel information för feedback och anpassning av undervisningen. R3 och R5 använder ingen datorbaserad undervisning då de anser att eleverna behöver tränas mer i att motivera sina svar genom att rita, skriva och resonera, vilket det inte finns möjligheter för på samma sätt i de appar, applikationer eller program som de känner till men både respondenterna använder dokumentkamera.

”För att se ekvivalenta bråk, förlänga och förkorta, och addera och subtrahera bråk använder jag bråktavlor och visar interaktivt med Geogebra som blir halv konkret, där det går att visa $\frac{1}{6}$ och $\frac{2}{12}$ och lägga figurerna ovanpå varandra, för att sen låta eleverna rita själv innan de går över till att skriva med siffror.” (R2)

R2 använder en del spel och memory för att eleverna ska nöta in ord och begrepp samt för automatiseringsträning.

”När eleverna använder spel tänker de inte på att de tränar på bråk och matematik på samma sätt och de får längre uthållighet, dessutom blir det ofta bra lärande diskussioner mellan eleverna, men ibland behöver man gå in och stötta samtalen.” (R2)

5.3.3 Sammanfattning av didaktiska ställningstaganden

Alla respondenterna använde olika typer av bildstöd som ritades i form av figurer eller fysiskt material för att introducera olika typer av bråk, det fysiska materialet var cirkelmodeller, stavar, bråktavlor, centikuber och snören som delades upp i olika delar eller användes som en tallinje, R4 använde även volymmodeller, R1, R2, R3 och R6 använde mycket konkreta exempel som små kartonger och pizzor. För att stärka språket hos eleverna använde alla respondenterna förutom R4 som arbetar med små elevgrupper, gruppdiskussioner och övningar där eleverna fick läsa högt eller muntligt lösa uppgifter för att träna på stambråk med lite större nämnare som $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ etc. eller problemlösning. Det språkliga stödet går som en röd tråd genom respondenternas beskrivning av arbetet med eleverna. Tallinjen användes i stor utsträckning av R2, R3, R4 och R5, eleverna fick träna på att placera ut olika bråktal på tallinjen och koppla olika representationsformer till en tallinje som var graderad från 0 till 1, R5 lät eleverna jobba med att expandera delar av tallinjen så att de fick träna på tiondelar och hundradelar mellan 0 och 0,5. R6 använde tallinjen i viss utsträckning och R1 så att tallinjen användes som konkret aktivitet i form av en tvättlina där eleverna fick sätta ut bråktal i storleksordning, R1 nämnde att tallinjen borde förekomma mer i undervisningen.

5.4 Analys utifrån det sociokulturella perspektivet och Bruners undervisningsteori

I följande avsnitt kommer en analys av resultaten. De begrepp som används kommer från det sociokulturella perspektivet och Bruners undervisningsteori. Analysen sker utifrån följande begrepp: artefakter, mediering, proximala utvecklingszonen, scaffolding, interaktion, kommunikation, och representationsformer.

5.4.1 Artefakter och mediering

Respondenterna använde olika typer av fysiska verktyg, såsom cirkelmodeller, stavar, bråktavlor, centikuber, volymmodeller, kortlekar och snören, med syftet att skapa differentiering och konkretisering i undervisningen, några använde digitala verktyg som Nomp och dokumentkamera. Utifrån Bruners teori kan verktygen ses som artefakter som utvecklats i matematikundervisningen och dess kultur (Bruner,

1966). Respondenterna skapade även egna bilder som verktyg genom att rita figurer eller skapa olika typer av tallinjer på whiteboardtavlan eller på papper. De fysiska och digitala artefakterna fungerar som ett hjälpmedel för att förmedla och kommunicera kunskaper, de fungerar som en hjälp för att kunna tänka kring och skapa sig en bild av bråk.

Tallinjen sågs som en artefakt av stor vikt då den kan mediera ett bredare spektrum av bråkets olika karaktärer, men även som ett svårare verktyg för eleven att hantera i jämförelse med en areamodell eller konkret material.

Språket var en viktig del i respondenternas beskrivning av undervisningsprocessen och fungerar som en intellektuell artefakt. Inom sociokulturella perspektivet definieras språket som vårt redskap för att forma våra tankar och handlingar, språket på en matematiklektion innefattar hur vi med ord benämner och kommunicerar matematik men också siffror, tecken och symboler (Säljö, 2022). Resultaten visar att respondenterna arbetar aktivt med språket för att skapa en tillgänglig lärmiljö.

Med begreppen artefakter och mediering visar resultaten att de beskrivna undervisningssituationerna byggdes upp av fysiska och intellektuella artefakter för att mediera bråkkunskaper till eleverna. Alla respondenterna lyfter fram att en framgångsfaktor i undervisningen är när eleverna inte förstår och frågar så använd inte samma förklaring och modell, som ofta är fallet i klassrummet, utan modellera problemet med andra artefakter och beskrivningar, vilket R1 menar leder till att eleverna finner mening i att fråga.

R2, R3 och R5 poängterar vikten av att lära ut olika strategier som ett viktigt stöd för att eleverna ska kunna bli självinstruerande på olika former av bråkuppgifter och lär ut olika strategier för att jämföra storlekar på bråk, där eleverna utvecklar påståenden, som desto större nämnare desto mindre bråk eller självinstruerande frågor, som användning av referenspunkter (1 och $\frac{1}{2}$) eller förhållanden.

R3 lyfter att hen använder ofta använder både informellt och formellt språk tillsammans med bilder för att tydliggöra begreppen som finns i böckerna eller vid

metoder och jämför det med det konkreta som behöver överlappas och kopplas till det mer abstrakt språket med stöd av bilder eller material.

5.4.2 Proximala utvecklingszonen, scaffolding, interaktion och kommunikation

Respondenterna gav en samstämmig bild av hur viktig speciallärarens roll är för att skapa en tillgänglig lärmiljö och den kontext som skapas i klassrummet är en förutsättning för att undervisningen ska resultera i ett lärande. Med någon form av skriftliga diagnoser utreddes elevernas förkunskaper i bråk och aritmetik, diskussioner och muntliga aktiviteter gav en kompletterande bild vilket låg till grund för hur avsnittet planerades. Stödet organiserades utifrån den aktuella elevgruppen och det genomfördes i de flesta fall i samband med den ordinarie undervisningen, några av respondenterna lyckades planera in extra lektioner utöver den vanliga undervisningen.

Respondenterna beskriver strategier för att börja på en adekvat nivå vid inledningen av bråk avsnittet och hur man kan stimulera och aktivera eleverna för att de ska komma vidare i den proximala utvecklingen, det läggs stor vikt vid mediering och det relationella mellan lärare - elev (Säljö, 2022; Serder & Jobér, 2021). Gruppen av elever kan sporra varandra till ett aktivt samspel under lektionerna som bidrar till diskussioner kring uppgifter och ett kamratlärande. Den explicita undervisningen som beskrivs kännetecknas av den proximala utvecklingszonen och scaffolding (Säljö, 2022). Med ämneskunskaper och erfarenhet kan respondenterna med hjälp av sin speciallärarkompetens ligga steget före både vad beträffar missuppfattningar kopplat till bråk samt planering, vägledning och genomförande av bråkavsnittet för att skapa en ständigt pågående process kring kunskapsutvecklingen.

Vikten av socialt samspel för lärande och utveckling är en grundförutsättning för lärande i det sociokulturella perspektivet. Intervjuerna ger en samstämmig bild av den explicita undervisningen och interaktionen mellan individerna i klassrummet, språket och kommunikationen är grunden för lärandet, när tankar formuleras och kommuniceras lär eleverna av varandra.

5.4.3 Bruners undervisningsteori

I sin undervisnings teori beskriver Bruner (1990) tre faser vid utvecklandet av representationsformer: 1) den första är elevers upplevelser av ämnet med konkreta modeller; 2) den andra faser är bildmässig, verkliga händelser representeras med bilder eller bildstöd; 3) sista faser är symboler och bygger på erfarenheter från de tidigare faserna. Respondenterna ger en samstämmig bild av hur de i stora drag genomförde undervisningen, alla inleder med artefakter, både fysiska och intellektuella, för att ge konkreta modeller och exempel på vad bråk är. Nästa fas är att använda bildstöd och bilder för att illustrera olika typer av bråk och slutligen används mycket symboler då bråken skrivs med siffror.

Lärarens roll är central för att introducera problemsituationer som stimulerar eleverna att själva upptäcka ämnets struktur, kunskap är enligt Bruner en process. Undervisningen utformas och planeras av respondenterna så att elever lär sig hur olika moment och kunskapsområden kan kopplas till varandra, det handlar om en växelverkan mellan procedurell och konceptuell kunskap.

Språket som används i undervisningen ska anpassas till elevernas kunskapsmässiga mognad, den tidigare inläringen och nivån hos eleverna är starkt kopplat till hur ny kunskap förenas med tidigare moment (Bruner, 1966). Med Bruners undervisningsteori och respondenternas tankar om elevernas förkunskaper är det tydligt att taluppfattningen om bråk har blivit för bristfällig och eleverna har inte förstått kopplingen mellan olika representationsformer, de kan inte heller relatera till tidigare moment på ett adekvat sätt.

5.5 Slutsatser

Här följer slutsatser från vår studie kopplat till studiens frågeställningar, resultat och analys.

- ❖ Vilka styrkor och vilka utvecklingsbehov beträffande bråk har åk 7 - elever enligt speciallärarna?

Eleverna kunde storleksordna enkla stambråk och kan i vissa fall koppla dem till areamodeller. Respondenterna gav en samstämmig bild av elevernas svårigheter

vad beträffar positionssystemet, taluppfattning gällande tal i bråkform samt division. Många elever saknar förståelse för del - helhetsbegreppet och kopplingen mellan multiplikation och division. Hur tallinjen och bråk kan kopplas samman är för många MD-elever komplicerat. Språket och hur vi benämner bråk med lite större nämnare som exempelvis "en sjättedel" är något som respondenterna inte förväntade sig att eleverna behärskade.

❖ Hur undervisar speciallärare i matematik elever gällande tal i bråkform?

Respondenterna arbetade i den vanliga undervisningsgruppen integrerat med den ordinarie läraren eller i mindre grupper, enskild undervisning förekom i vissa fall. Med skriftliga diagnoser eller djupgående diskussioner säkerställdes nivån på den explicita undervisningen. Det relationella arbetet var för många respondenter en viktig del för att nå fram till eleverna, den kommunikativa kompetensen berördes av samtliga respondenter för att skapa en kontext där diskussioner och frågor var en viktig del av undervisningen. Tydliga genomgångar på Whiteboard eller liknande med samarbete kring uppgifter ger en flerdimensionell syn på resonemang och lösningar påtalades som en framgångsfaktor av samtliga respondenter.

❖ Vilka didaktiska ställningstagen gör speciallärare när de undervisar elever med matematiksvårigheter i bråk?

Samtliga respondenter beskrev fysiska artefakter, exempelvis tallinjer, bråktavlor eller uppritade figurer samt kortspel, som en viktig del av arbetet med att bygga upp elevernas konceptuella förmågor. Det språkliga stödet var en intellektuell artefakt som synliggjordes i alla respondenternas beskrivning, när tankar formuleras och kommuniceras lär eleverna av varandra, med tallinjen och olika representationsformer som mediering var scaffolding en viktig del av undervisningen. Respondenterna beskriver ställningstaganden med tydliga kopplingar till deras speciallärarkompetens, där missuppfattningar kopplat till bråk samt planering och vägledning skapar en ständig pågående interaktion kring lärandet.

6 Diskussion

I detta avsnitt reflekterar och diskuteras resultatet från intervjuerna i relation till studiens syfte, tidigare forskning och teori. I metoddiskussionen reflekteras kring vald metod och hur den fungerade för att uppnå syftet med studien. Sedan följer en resultatdiskussion för att belysa resultatet kopplat till tidigare forskning. Den avslutande reflektionen innehåller slutligen förslag på vidare forskning.

6.1 Metoddiskussion

En kvalitativ metod valdes till denna studie. Vi ansåg det passande att välja intervjuer som metod för att besvara våra frågeställningar och uppfylla syftet med studien vilket är att få en fördjupad kunskap om bråkundervisning i åk 7, samt hur den genomförs av speciallärare i matematik. Studiens omfång begränsade oss till att endast genomföra 6 intervjuer. Tidsbrist och det pressade läget i skolan pga. pandemin gjorde att vi endast genomförde ett begränsat antal intervjuer, där en samstämmig bild framträder men vi kan inte göra generaliseringar av resultatet (Kvale & Brinkmann, 1997). Vi valde att intervjua speciallärare som var eller hade varit verksamma på högstadiet och undervisar eller har undervisat åk 7 elever. I urvalsprocessen skulle respondenter ha en speciallärarexamen.

En av våra respondenter hade inte en speciallärarexamen enligt den nuvarande förordningen men vi ansåg inte att detta påverkade vårt resultat eftersom svaren inte skiljde sig från de övriga speciallärarna.

En intervjuguide hjälpte oss under intervjuerna för att hålla oss till frågeställningarna i studien och försöka få likvärdiga intervjuer. Våra intervjupersoner hade lite olika bakgrund och arbetserfarenhet vilket vi ansåg vara en fördel. Det var svårt att få tag på respondenter och vi hade uppskattat att ha lite större variation vad beträffar antal yrkesverksamma år som speciallärare. För att säkerställa att vår intervjuguide var anpassad till syftet med studien och frågeställningarna gjorde vi två pilotintervjuer var, dvs fyra pilotintervjuer, som vi sedan diskuterade för att säkerställa att det blev likvärdiga intervjuer i skarpt läge, validiteten i resultaten var viktigt. Vi märkte att våra pilotintervjuer gav oss adekvata och användbara data som svarade mot syftet och frågeställningarna i vår

studie och att våra sätt att intervjua på skiljde sig en del åt. För att uppnå likvärdighet följde vi intervjuguiden med dess frågeställningar och intervjuerna spelades in med ljudupptagningar och i några fall även med videoinspelning. Intervjuguiden hade mailats till respondenterna innan intervjuerna för att ge dem möjlighet att fundera på frågeställningarna i förväg. Efter intervjuernas genomförande transkriberades dessa och den efterföljande bearbetningen gjorde vi tillsammans, vi skrev ut transkriberingarna för att underlätta analysen av samtalen. Vi gjorde en sammanställning i tabellform över respondenterna och deras svar för att få en överblick, sedan analyserade vi varandras intervjuer för att hitta teman som kunde kopplas till våra frågeställningar.

6.2 Resultatdiskussion

Elevernas styrkor och utvecklingsbehov beträffande bråk är studiens första frågeställning. Det framkom inte så tydligt vilka styrkor respondenternas elever har, under intervjuerna blev det mer fokus på elevernas utvecklingsbehov. Respondenterna ger en samstämmig bild av elevernas mycket grundläggande svårigheter med bråkområdet i början av årskurs 7. Elevernas svårigheter grundar sig ofta i delhelhetsuppfattningen och förståelsen för ett bråks olika representationer. Även om det är proceduruppgifter eleverna inte klarar så handlar det till stor del om bristfälliga konceptuella kunskaper, vilket överensstämmer med Mazzoccos m.fl. (2013) studie samt Löwings (2016) slutsatser. Om dessa elever endast får ordinarie undervisning under högstadiet visar Siegler och Pykes (2013) studie att eleverna fortsatt har kvar svårigheterna med bråk genom hela grundskolan och det kunskapsmässiga avståndet till övriga elever ökar. För att vända den trenden ser Shin och Bryant (2015) att en forskningsbaserad undervisning och interventioner med evidens kan göra bråkundervisningen tillgänglig för elever i MD. Speciallärarens roll och dennes ämnesdidaktiska förmågor kan ha en avgörande betydelse för att en explicit undervisning om bråk, som bygger på forskningsrön och beprövad erfarenhet, genomförs.

Den andra frågeställningen handlar om *undervisningens genomförande*. Organisationen av undervisning i stort påverkas av i vilken skola specialläraren arbetar samt hur ledningsgruppen planerar för specialläraruppdraget. Några av

respondenterna hade individuell undervisning med enstaka elever, men det föregicks av speciella förutsättningar som stora inlärningsssvårigheter, dyskalkyli eller hemmasittare. Doabler m.fl. (2018) menar att enskilda explicita instruktioner kan gynna elever i MD mer än parvis undervisning. Annan forskning, exempelvis Fuchs m.fl. (2017), visar på att mindre grupper är väl fungerande vid interventioner om bråk. Om det finns någon optimal organisering av specialinsatser är oklart, men speciallärarna hade som mål att eleverna skulle inkluderas i ordinarie klass i så stor utsträckning som möjligt. Dock framkom att inom området bråk ansåg respondenterna att det i de flesta fall gynnar eleverna att inte ha enskild undervisning utan att i olika elevkonstellationer ges större möjligheter till utvecklande och jämförande kommunikation, som i ett socialt sammanhang gynnar lärandet (Hacker m.fl., 2019; Säljö, 2022). Några respondenter menade att de inte räckte till, vilket väcker frågan om att det kanske behövs fler speciallärare i matematik på skolorna.

Vår tredje frågeställning: *vilka didaktiska ställningstaganden speciallärarna gör*. I forskningen finns likaså allmänna som mer specifika didaktiska utgångspunkter för en explicit bråkundervisning för elever i MD (Fuchs m.fl., 2017, Rau & Matthews, 2017, Shin & Bryant, 2015). Även om inte respondenterna uttrycker sig med samma språk och betonar samma incitament är en slutsats vi kan dra att många av deras didaktiska val och det som poängteras som viktiga inslag i undervisningen om bråk grundar sig på rådande forskning om bråkundervisning för elever i MD.

Att skapa förutsättningar för positiva upplevelser och en känsla av att lyckas leder till ökad motivation och självförtroende, detta anser respondenterna är en av deras viktigaste uppgifter, vilket även Kilpatrick m.fl. (2001) menar är en av grundpelarna för att kunskaper i matematik ska utvecklas. Positiva upplevelser minskar risken för att elever ska utveckla matematikångest enligt Karlsson (2019). För att arbeta med att skapa positiva upplevelser för eleverna, tolkar vi det som att respondenternas ämnesdidaktiska förmåga med utgångspunkt i elevens tankar spelar stor roll. Genom att anpassa undervisningen efter elevernas begreppsnivå och proximala utvecklingszon kombinerat med ständiga relationella avväganden,

rimligt höga förväntningar och en explicit undervisning finns goda förutsättningar för att bidra till ett positivt klimat i klassrummet.

Speciallärarna ger en samstämmig bild av en undervisning vars huvudsakliga syfte är att utveckla elevernas konceptuella förmågor. Man övar mycket på del-helhet, täljare-nämnare förhållandet, likvärdiga bråk, att storleksordna samt att jämföra bråk. Tian och Siegler (2017) jämför olika studier där elever i MD med interventioner utvecklat en god taluppfattning vilket bidragit till förståelse för bråk. Detta stämmer väl överens med speciallärarnas beskrivning av elevernas utvecklingsbehov vad beträffar grundläggande taluppfattning och tallinjens uppbyggnad (Woods m.fl., 2018). Procedurkunskaperna är också betydande för att få helhetsförståelse om bråk (Hecht & Vagi, 2010), men som R4 uttrycker det ”jag tycker inte eleverna brukar ha svårt för det när de väl lärt sig vad täljare och nämnare står för och likvärdiga bråk”. Hecht och Vagi (2010) samt Fuchs m.fl. (2013) visade i sina studier att det finns en vinst i att fokusera mer på de begreppsmässiga förmågorna, och då i huvudsak måttinnehållningen och tallinjen, då de verkar generera bättre förståelse för beräkningar med bråk och i sin tur även problemlösning för elever.

Några av respondenterna tydliggör att de lägger mycket tid på att storleksordna, jämföra och se ekvivalenta bråk med bland annat tallinjen och areamodeller som representationer eftersom eleverna har svårast för detta (Tunç-Pekkan, 2015), Dyson (2020) och Fuchs m.fl. (2013) visar att mer fokus på dessa förmågor dessutom visat sig effektivt för eleverna i MD. De pekar på vikten av att överbygga denna förståelse för att utveckla andra färdigheter i bråk. Flera av respondenterna påtalar att de lär ut olika strategier med bland annat referenspunkter för att storleksordna bråk och stödjer tankesättet med olika frågor som exempelvis ”hur ser du att bråket är mindre än en halv?” tills de kan ställa dessa frågor till sig själv. Denna instruktion fann även Fuchs m.fl. (2014) och Jayanthi m.fl. (2021) i sina studier vara en väldigt bra metod för de flesta elever i MD att snabbare utveckla förmågorna ovan. Dessutom kan undervisningen tolkas kunna ge ett metakognitivt lärande med självinstruerande som mål, vilket Shin och Bryant (2015) poängterade visat sig kunna vara en framgångsrik undervisningsmetod.

Respondenterna beskriver hur de framgångsrikt använder många olika visuella och konkreta representationer i bråkundervisningen, så att eleverna ges olika intryck av bråket. Detta är i linje med rådande forskning som pekar på att elever som kan använda olika representationer vid lösningar av bråkproblem och benämnda uppgifter visar större konceptuell förståelse för bråk (Rau & Matthews, 2017). En majoritet av respondenterna använde spel som memory och datorspel för att repetera och träna tidigare begrepp samt cuisenairestavar som artefakter för att skapa konkreta bilder av bråk. Enligt interventionsstudien av Jayanthi m.fl. (2021) visade cuisenairestavarna sig vara en värdefull representation för elever i MD vid bråkundervisning.

En speciallärare berättade att tallinjen förmodligen utgjorde ett för litet inslag i dennes undervisning om bråk. Morano & Riccomini (2020) formulerar en generell slutsats i sin studie och trycker på mer användning av tallinjen som representationsform i klassrum vilket även Woods m.fl. (2018), Jayanthi m.fl. (2021) och Tunç-Pekkan (2015) anser. De övriga lärarna hade tallinjen mer integrerad i bråkundervisningen, vilket enligt de refererade författarna ovan visade sig vara en artefakt med variationsrik användning som gynnar förståelsen av begreppen inom bråk för elever i MD.

Herold m.fl. (2020) visar i sin studie att utöka förklaringsmodellen av en bråkuppgift genom att göra en verklighetsanknytning kan vara till nackdel för elever i MD medan exempelvis Dyson m.fl. (2020) menar att det kan underlätta för elevernas förståelse för bråkuppgifterna. Majoriteten av speciallärarna försöker i sina förklaringar göra vardagsanknytningar. En speciallärare är dock mer restriktiv och menar att risken finns att det blir konstlat och inte alls hjälper eleven, vilket samstämmer med Herolds m.fl. (2020) slutsats.

Samtliga interventionsstudier som vi refererar till, exempelvis Fuchs m.fl. (2017), genomsyras av en undervisning med explicita instruktioner och exempelvis Doabler m.fl. (2018) och Namkung och Fuchs (2019) menar att det är ett nödvändigt didaktiskt verktyg för interventioner om bråk. När vi tolkar våra respondenters svar kan vi skönja tydliga explicita mönster i deras undervisning. Respondenterna använder någon form av instruktion där de tänker högt och är

väldigt strukturerade, ofta med olika representationer och konkret material följt av att eleverna får öva, diskutera och förklara sina tankar både med andra elever och med specialläraren samt får snabb feedback.

6.3 Avslutande reflektion

Studien visar att det finns en samstämmighet i speciallärares didaktiska ställningstaganden när det gäller bråkavsnittet i åk 7. De varierar undervisningen på ett sätt som vilar på vetenskaplig grund och beprövad erfarenhet. Exempel på vad de konkret gör är användandet av artefakter, både fysiska och intellektuella, relationell pedagogik, gruppdiskussioner, kamratlärande och att använda olika typer av representationsformer genomgående under avsnittet. Elevernas förkunskaper fastställdes med skriftliga tester och/eller med muntliga övningar, speciallärarna gav en likvärdig bild av elevernas förkunskaper och den låga nivån på förkunskaperna. Nivån anpassas efter de svagaste elevernas förkunskaper, stödet sätts i vissa fall in skyndsamt dock inte alltid. Vår förhoppning är att denna studie ska vara till nytta för lärare, elevhälsa och skolledning för att med ett mer proaktivt arbetssätt planera så att SFS 2010:800, kap. 1, 2 § "I utbildning ska hänsyn tas till elever i behov av särskilt stöd" är uppfylld och läroplanen: "...hänsyn skall tas till elevers olika förutsättningar, behov och kunskapsnivå. Det finns olika vägar att nå målen, särskild uppmärksamhet måste ges till de elever som har svårigheter att nå målen."

6.4 Vidare forskning

Ett interventionsprogram kopplat till våra resultat från intervjuerna skulle vara spännande att genomföra i en annan studie för att se om de didaktiska ställningstagandena ger ett tydligt resultat. Även att göra observationer av respondenternas arbete hade varit en intressant vinkling för att jämföra deras beskrivningar mot vad de faktiskt gör. De intervjuade speciallärares arbetssätt skulle vara givande att detaljstudera, då deras beskrivningar är förhållandevis samstämmiga, vilka skillnader hade uppenbarats?

Referenslista:

- Aspelin, J. (2018). *Lärares relationskompetens. Vad är det? Hur kan den utvecklas?* Liber
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass.: Belknap Press.
- Bruner, J.S. (1990). *Acts of meaning*. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press.
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder* (3 uppl.). Malmö: Liber.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 293-316. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2>
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2008). Ten Practical Tips for Making Fractions Come Alive and Make Sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372–380. <https://www.semanticscholar.org/paper/Ten-Practical-Tips-for-Making-Fractions-Come-Alive-Clarke-Roche/ac91b2680506e93a0488f23521d123824527815e>
- Doabler, C. T., & Fien, H. (2013). Explicit mathematics instruction: What teachers can do for teaching students with mathematics difficulties. *Intervention in School and Clinic*, 48(5), 276-285. <https://doi.org/10.1177/1053451212473151>
- Doabler, C. T., Smith, J. L. M., Nelson, N. J., Clarke, B., Berg, T., & Fien, H. (2018). A guide for evaluating the mathematics programs used by special education teachers. *Intervention in School and Clinic*, 54(2), 97-105. <https://doi.org/10.1177/1053451218765253>
- Dyson, N. I., Jordan, N. C., Rodrigues, J., Barbieri, C., & Rinne, L. (2020). A fraction sense intervention for sixth graders with or at risk for mathematics difficulties. *Remedial and Special Education*, 41(4), 244-254. <https://doi.org/10.1177/0741932518807139>

- Dowker, A. (2019). *Individual Differences in Arithmetic* (2 uppl.). London: Routledge.
- Flores, M. M., Hinton, V. M., & Meyer, J. M. (2020). Teaching fraction concepts using the concrete-representational-abstract sequence. *Remedial and Special Education, 41*(3), 165-175. <https://doi.org/10.1177/0741932518795477>
- Fuchs, L. S., Malone, A. S., Schumacher, R. F., Namkung, J., & Wang, A. (2017). Fraction intervention for students with mathematics difficulties: Lessons learned from five randomized controlled trials. *Journal of Learning Disabilities, 50*(6), 631-639. <https://doi.org/10.1177/0022219416677249>
- Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Hamlett, C. L., Cirino, P. T., Jordan, N. C., Siegler, R., Gersten, R., & Changas, P. (2013). Improving at-risk learners' understanding of fractions. *Grantee Submission, 105*(3), 683-700. <https://doi.org/10.1037/a0032446>
- Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Sterba, S. K., Long, J., Namkung, J., Malone, A., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., Gersten, R., Siegler, R. S., & Changas, P. (2014). Does working memory moderate the effects of fraction intervention? an aptitude-treatment interaction. *Grantee Submission, 106*(2), 499-514. <https://doi.org/10.1037/a0034341>
- Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2012). Developing children's understanding of fractions: An intervention study. *Mind, Brain and Education, 6*(3), 137-146. <https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2012.01149.x>
- Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in psychology, 4*, 715. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715>
- Hacker, D. J., Kiuahara, S. A., & Levin, J. R. (2019). A metacognitive intervention for teaching fractions to students with or at-risk for learning disabilities in mathematics. *Zdm, 51*(4), 601-612. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01040-0>

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology, 102*(4), 843-859.

<https://doi.org/10.1037/a0019824>

Herold, K. H., Bock, A. M., Murphy, M. M., & Mazzocco, M. M. M. (2020). Expanding task instructions may increase fractions problem difficulty for students with mathematics learning disability. *Learning Disability Quarterly, 43*(4), 201-213.

<https://doi.org/10.1177/0731948719865476>

Hwang, J., & Riccomini, P. J. (2021). A descriptive analysis of the error patterns observed in the fraction-computation solution pathways of students with and without learning disabilities. *Assessment for Effective Intervention, 46*(2), 132-142.

<https://doi.org/10.1177/1534508419872256>

Hwang, J., Riccomini, P. J., Hwang, S. Y., & Morano, S. (2019). A systematic analysis of experimental studies targeting fractions for students with mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research and Practice, 34*(1), 47-61.

<https://doi.org/10.1111/ldrp.12187>

Jayanthi, M., Gersten, R., Schumacher, R. F., Dimino, J., Smolkowski, K., & Spallone, S. (2021). Improving struggling fifth-grade students' understanding of fractions: A randomized controlled trial of an intervention that stresses both concepts and procedures. *Exceptional Children, 88*(1), 81-100.

<https://doi.org/10.1177/00144029211008851>

Jordan, N. C., Hansen, N., Fuchs, L. S., Siegler, R. S., Gersten, R., & Micklos, D. (2013). Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Grantee Submission, 116*(1), 45-58.

<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.02.001>

Jordan, N. C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N., & Dyson, N. (2017).

Delaware longitudinal study of fraction learning: Implications for helping children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 50*(6), 621-630.

<https://doi.org/10.1177/0022219416662033>

Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 21(2), 115-141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>

Karlsson, I. (2019). *Elever i matematiksvårigheter: lärare och elever om låga prestationer i matematik*. (Lund Studies in Educational Sciences, 6) [Doktorsavhandling, Lunds Universitet]. Institutionen för utbildningsvetenskap, Lunds universitet. <https://portal.research.lu.se/sv/projects/elever-med-1%C3%A5ga-prestationer-i-matematik>

Karlsson, N., & Kilborn, W. (2020). *Vad ska eleverna lära sig och vad lär de sig?: Vanliga missförstånd i matematikundervisningen*. Studentlitteratur

Kaufmann, L., Mazzocco, M., Dowker, A., Aster, M. v., Göbel, S. M., Grabner, R. H., Henik, A., Jordan, N. C., Karmiloff-Smith, A. D., Kucian, K., Rubinsten, O., Szucs, D., Shalev, R., & Nuerk, H. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4(516), 5-4:516<5. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00516>

Kilpatrick J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*: National Academic Press.

Kiru, E. W., Doabler, C. T., Sorrells, A. M., & Cooc, N. A. (2018). A synthesis of technology-mediated mathematics interventions for students with or at risk for mathematics learning disabilities. *Journal of Special Education Technology*, 33(2), 111-123. <https://doi.org/10.1177/0162643417745835>

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2017). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Studentlitteratur.

Lucassi, T. (2015). *Medveten matte Bråk årskurs 9*. Askunge Thorsén Förlag AB.

Lundberg, I., & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli - finns det? aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Löwing, M. (2016). Diamant – diagnoser i matematik. Ett kartläggningmaterial baserat på didaktisk ämnesanalys. Göteborgs Universitet.

<https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/47607>

Mazzocco, M. M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and 'holes': Gaps in rational number sense among children with vs. without mathematical learning disabilities.

Developmental Science, 11(5), 681-691. [https://doi.org/10.1111/j.1467-](https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x)

[7687.2008.00717.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x)

Mazzocco, M. M. M., Myers, G. F., Lewis, K. E., Hanich, L. B., & Murphy, M.M. (2013). Limited knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematics learning disability (dyscalculia) versus low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 371-387.

<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.01.005>

McIntosh, A. (2020). *Att förstå och använda tal: en handbok* (2 uppl.). Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet.

Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics: Learning disabilities practice. *Learning Disabilities Research and Practice*, 26(2), 109-119.

[https://doi.org/10.1111/j.1540-](https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00330.x)

[5826.2011.00330.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00330.x)

Morano, S., & Riccomini, P. J. (2020). Is a picture worth 1,000 words? Investigating fraction magnitude knowledge through analysis of student representations. *Assessment for Effective Intervention*, 46(1), 27-38.

<https://doi.org/10.1177/1534508418820697>

Morano, S., Riccomini, P. J., & Lee, J. (2019). Accuracy of area model and number line representations of fractions for students with learning disabilities.

Learning Disabilities Research and Practice, 34(3), 133-143.

<https://doi.org/10.1111/ldrp.12197>

Nagy, C. (2017). *Fler bråk i matematikundervisning. En aktionsforskningsstudie där lärare lär om progression*. [Licentiatavhandling, Göteborgs Universitet].

GUPEA. <http://hdl.handle.net/2077/54705>

Namkung, J., & Fuchs, L. (2019). Remediating difficulty with fractions for students with mathematics learning difficulties. *Grantee Submission*, 24(2), 36.

<https://doi.org/10.18666/LDMJ-2019-V24-I2-9902>

Patel, R., & Davidson, B. (2019). *Forskningsmetodikens grunder: att planera, genomföra och rapportera en undersökning* (Femte upplagan). Lund:

Studentlitteratur

Phillips, D.C., & Soltis, J.F. (2014). *Perspektiv på lärande* (2. uppl.). Lund:

Studentlitteratur.

Rau, M. A., & Matthews, P. G. (2017). How to make 'more' better? principles for effective use of multiple representations to enhance students' learning about fractions. *Zdm*, 49(4), 531-544. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0846-8>

Resnick, I., Rinne, L., Barbieri, C., & Jordan, N. C. (2019). Children's reasoning about decimals and its relation to fraction learning and mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology*, 111(4), 604-618.

<https://doi.org/10.1037/edu0000309>

Serder, M. & Jobér, A. (red.). (2021). *Vetenskapliga teorier för lärare*. Natur & Kultur.

SFS 2010:800. Skollag. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800_sfs-2010-800

SFS 2017:1111. Högskoleförordningen. https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/hogskoleforordning-1993100_sfs-1993-100

Shin, M., & Bryant, D. P. (2015). Fraction interventions for students struggling to learn mathematics: A research synthesis. *Remedial and Special Education, 36*(6), 374-387. <https://doi.org/10.1177/0741932515572910>

Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology, 49*(10), 1994-2004. <https://doi.org/10.1037/a0031200>,

Sjöblom, M. (2022). *Promoting Mathematical Dialogue - Students' and Teachers' listening, questioning and participating*. Malmö Universitet.

Skolverket (2019). *Nationellt bedömningsstöd i taluppfattning i årskurs 1-3*. <https://www.skolverket.se/bedomningsstod-och-kartlaggningsmaterial#/111/gr-ma-111-akF3-4>

Skolverket (2022). *Skolutveckling. Alla ämnen ansvariga för elevers språkutveckling*. <https://www.skolverket.se/skolutveckling>

Säljö, R. (2022). *Lärande: en introduktion till perspektiv och metaforer*. (Första upplagan). Malmö: Gleerups.

Tian, J., & Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 50*(6), 614–620. <https://doi.org/10.1177/0022219416662032>

Tunç-Pekkan, Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics, 89*(3), 419-441. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9606-2>

Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Hämtad den 14 januari 2022 från: https://www.vr.se/download/18.68c009f71769c7698a41df/1610103120390/Forskningsetiska_principer_VR_2002.pdf

Vetenskapsrådet. (2017). *God forskningssed*. Hämtad den 13 januari 2022 från:
https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1555332112063/God-forsknings-sed_VR_2017.pdf

Woods, D. M., Ketterlin Geller, L., & Basaraba, D. (2018). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*, 53(4), 229-236.
<https://doi.org/10.1177/1053451217712971>

Wästerlid, C. A. (2022). *Specialdidaktiska perspektiv på grundläggande antals- och taluppfattning*. (Malmö Studies in Educational Sciences: Licentiate Dissertation Series, 2022:45) [Licentiatavhandling, Malmö Universitet]. DiVA. DOI: [10.24834/isbn.9789178773008](https://doi.org/10.24834/isbn.9789178773008)

Zhang, D., Stecker, P., Huckabee, S., & Miller, R. (2016). Strategic development for middle school students struggling with fractions: Assessment and intervention. *Journal of Learning Disabilities*, 49(5), 515-531.
<https://doi.org/10.1177/0022219414562281>

Bilaga 1 Intervjuguide

Bakgrund

- Hur länge har du jobbat som speciallärare? Vad jobbade du med innan special - läraruppdraget? Vilka utbildningar har du?
- Hur ser ditt uppdrag ut nu? Årskurser, fördelning i tid, ledningsfunktioner, handledning

Elevernas förkunskaper

- Vilken förståelse/kunnande gällande bråk tänker du att en elev som börjar åk 7 (eller vilken ålder det nu blir) bör ha?
- Vilket kunnande och vilka svårigheter uppvisar en ”typisk” lågpresterande elev/elev i matematiksvårigheter, Mathematical Difficulties (MD), gällande bråk i åk 7?
- Hur tänker du kring orsaker till elevens/elevernas svårigheter?
- Hur tar ni reda på vad eleverna kan om bråk? Kartläggning/screening

Upplägg av undervisningen

- Hur organiseras stödet i matematik på skolan? Gruppnivå, individnivå? Vad bestämmer det? (hur ofta, enskilt, grupp...)
- Vilket kunnande/förståelse gällande bråk tänker du är centrala för elever att utveckla? Vilket kunnande fokuseras på i åk 7?
- Hur arbetar du för att stödja detta kunnande?

- Vilka stödstrukturer och verktyg använder du? Ge konkreta exempel (Tex laborativt material).
- Hur kan man jobba med språket för att hjälpa eleverna att öka förståelsen?
- Vilka aspekter är svåra att synliggöra/tydliggöra?
- Ge konkreta beskrivningar av hur ni jobbar.
- Beskriv en typisk elev i åk 7 som behöver extra stöd för nå målen, vad behöver man jobba med? Ge exempel på två olika elever och hur du arbetar med/stöttar dem.

Avslutning

- Något du vill tillägga?

Bilaga 2 Missivbrev

Datum: 2022-02-28

Vi heter Cecilia Rose och Markus Hedin och studerar sista terminen (VT 2022) till speciallärare i matematik vid Högskolan Kristianstad.

Studien är ett examensarbete på avancerad nivå och är en del av utbildningen till speciallärare med inriktning matematik vid Högskolan i Kristianstad. Studien kommer att genomföras med intervjuer under mars-april 2022. Intervjun kommer att beröra din erfarenhet av undervisning av elever i matematiksvårigheter gällande ämnesområdet bråk och rationella tal.

Intervjun beräknas ta 30 minuter. Det är viktigt att intervjun sker i ostörd miljö, på en tid och plats som Du bestämmer. Intervjun kommer att spelas in med ljudinspelning eller ljud- och bildinspelning via google-meet och därefter transkriberas.

Den information som Du lämnar kommer att behandlas säkert och förvaras inlåst så att ingen obehörig kommer att få ta del av den. Redovisningen av resultatet kommer att ske så att ingen individ eller verksamhet kan identifieras. Resultatet kommer att presenteras i form av en muntlig presentation till andra studerande samt till lärare på Högskolan i Kristianstad och i form av ett examensarbete.

När examensarbetet är färdigt och godkänt kommer det att finnas i en databas vid Högskolan i Kristianstad. Inspelningarna och den utskrivna texten kommer att förstöras när examensarbetet är godkänt. Du kommer ha möjlighet att ta del av examensarbetet genom att få en kopia av arbetet om så önskas. Du har när som helst rätt att avbryta din medverkan, utan några negativa konsekvenser, vilket du kommer att informeras om inför intervjun då Du kan avböja din medverkan i studien. Nedan finns en länk till Vetenskapsrådets forskningsetiska principer som vi följer vid examensarbetet.

https://www.vr.se/download/18.68c009f71769c7698a41df/1610103120390/Forskningsetiska_principer_VR_2002.pdf

Cecilia Rose

Markus Hedin

.....

.....

.....

Underskrifter

Har ni några frågor angående intervjun eller examensarbetet kan ni kontakta oss när helst ni önskar

Kontaktuppgifter:

Telefonnummer

E-mailadress

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

Ansvarig lärare/handledare: Catarina Wästerlid

Kontaktuppgifter Högskolan i Kristianstad:

www.hkr.se

044-2503000

Bilaga 3 Samtyckesblankett

Jag har tagit del av ovanstående information och samtycker till att delta i studien:

Ja

Nej

Underskrift: